

УДК 533.9.01

ОЦЕНКА ДОЛИ КОНВЕРСИИ МАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ ТОКА ПЛАЗМЫ В КИНЕТИЧЕСКУЮ ЭНЕРГИЮ УБЕГАЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ТОКАМАКЕ В РАМКАХ НУЛЬМЕРНОЙ МОДЕЛИ

© 2020 г. В. Ю. Савин^{1,*}

¹ *Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия*

**e-mail: SVY29041994@mail.ru*

Поступила в редакцию 24.12.2020 г.

После доработки 28.12.2020 г.

Принята к публикации 12.01.2021 г.

В рамках нульмерной модели бесконечно тонких кольцевых проводников анализируется конверсия энергии полоидального магнитного поля, создаваемого тороидальным током плазмы, в кинетическую энергию убегающих электронов во время конечной фазы termination срыва плазменного разряда в токамаке. Аналитически решаются уравнения эволюции для тока плазмы и индуцированного тока в стенке вакуумной камеры, основанные на законе электромагнитной индукции Фарадея. Получены зависимости указанных токов от времени при условии экспоненциального спада тока убегающих электронов, которые позволяют определить эффективность обозначенной выше конверсии. При наложении дополнительных условий на параметры системы найденные выражения для полного тока плазмы и тока в стенке вакуумной камеры токамака воспроизведут аналогичные соотношения, полученные в более ранних работах. Для предельных случаев идеальной стенки (когда ее сопротивление бесконечно мало) и стенки с бесконечным сопротивлением приведены упрощенные соотношения для полного тока плазмы, а также даны оценки доли энергии магнитного поля, конвертируемой в кинетическую энергию убегающих электронов, которые необходимы для анализа тепловой нагрузки на элементы первой стенки токамака при срывах плазменных разрядов.

Ключевые слова: токамак, срыв разряда, убегающие электроны, конверсия энергии

DOI: 10.1134/S2304487X20060097

ВВЕДЕНИЕ

Серьезным препятствием на пути к термоядерному реактору являются непредвиденные срывы плазменного разряда в токамаке. При срывах происходит резкое падение температуры, тока плазмы, вынос тепловой энергии и частиц на первую стенку вакуумной камеры, генерация токов в металлических элементах, что приводит к эрозии первой стенки, механическим нагрузкам и уменьшению времени эксплуатации токамака.

Одной из целого ряда причин повреждений первой стенки токамака при срывах является большой поток тепловой энергии, локально выбрасываемый на стенку высокоэнергетичными убегающими электронами (УЭ). Исследования показывают [1], [2], что запасенная убегающими электронами энергия может достигать 100 МДж на установке ITER, причем площадь поверхности первой стенки, на которой может выделиться эта энергия, достаточно мала. Условия установления режима, при котором электроны аккумулируют большую энергию, на данный момент исследованы неполно. Неясным остается влияние рези-

стивности стенки вакуумной камеры на долю указанной конверсии, что исследуется в данной работе.

Кинетическая энергия убегающих электронов приобретает при их ускорении в вихревом электрическом поле, генерируемом при падении тороидального тока плазмы. Энергия полоидального магнитного поля при этом переходит в тепловую энергию остаточной плазмы, которая состоит из ионов плазмы и тепловых электронов, передается убегающим электронам, а также частично уходит из системы в виде потока электромагнитной энергии через поверхность, ограничивающую рассматриваемую систему (по теореме Пойнтинга). Потому говорят о конверсии энергии полоидального магнитного поля в кинетическую энергию убегающих электронов, которая, как показывают оценки [2, 3], может быть значительной.

В работе на основе нульмерной модели рассматривается эволюция полного тока плазмы и тока, генерируемого в стенке вакуумной камеры, при экспоненциальном спаде тока УЭ путем ана-

литического решения уравнений для указанных токов, получаемых из закона Фарадея. Затем, используя формулу из работы [2] для энергии, конвертируемой в кинетическую энергию УЭ, оценивается доля обозначенной конверсии.

Полученная аналитическая оценка доли преобразованной энергии сравнивается с аналогичными результатами в работах [1, 2], разброс которых является одной из мотиваций настоящего исследования.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Аналитически исследуется процесс срыва разряда на стадии termination (то есть во время спада тока УЭ) для определения тока плазмы и тока в стенке токамака. Предполагается, что в начале стадии termination срыва разряда ток в плазме переносится только убегающими электронами. Далее, при отсутствии дополнительной генерации УЭ, ток УЭ I_{RE} спадает по закону

$$I_{RE}(t) = I_0 e^{-t/\tau_{diff}}, \quad (1)$$

где I_0 – ток УЭ в начальный момент времени, τ_{diff} – характерное экспериментальное время спада тока УЭ. Такое поведение наблюдается в экспериментах [2]. При этом за счет индуктивной связи тока плазмы со стенкой генерируется ток в остаточной плазме и в стенке вакуумной камеры. Конечной целью является нахождение временных зависимостей для токов и энергии, которая переходит от полоидального магнитного поля тока УЭ в кинетическую энергию УЭ.

Следуя работе [2], будем рассматривать нульмерную модель эволюции токов в обозначенных трех “проводниках”, представляемых круговыми и бесконечно тонкими. Однако при этом будем учитывать резистивность стенки и электромагнитную связь плазмы со стенкой.

Изменения полного тока плазмы и тока в стенке камеры описываются уравнениями

$$\frac{d}{dt}(L_p I_p + M I_w) = -2\pi r_0 E, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt}(M I_p + L_w I_w) = -I_w R_w. \quad (3)$$

Здесь L_p и M – соответственно индуктивность плазмы и взаимная индуктивность плазмы и стенки, I_p и I_w – соответственно ток плазмы и ток в стенке камеры, E – напряженность электрического поля в плазме, r_0 – большой радиус плазменного шнура, L_w и R_w – соответственно индуктивность и сопротивление камеры. При этом, согласно работе [4], индуктивности плазмы и стенки, а также взаимная индуктивность, определяются формулами:

$$\begin{aligned} L_p &= \mu_0 r_w \left(\ln \frac{8r_w}{b} - 2 \right), \\ L_w &= M = \mu_0 r_w \left(\ln \frac{8r_w}{b_w} - 2 \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, r_w и b_w – соответственно большой и малый радиусы стенки, b – малый радиус плазмы.

Полный ток в плазме состоит из двух частей: тока убегающих электронов I_{RE} и тока остаточной плазмы I_{OH} ,

$$I_p = I_{OH} + I_{RE}. \quad (5)$$

Ток I_{OH} подчиняется закону Ома

$$E = \eta j_{OH} = \eta(j_p - j_{RE}) = \frac{\eta}{\pi b^2}(I_p - I_{RE}), \quad (6)$$

где η – удельное сопротивление остаточной плазмы.

В качестве начальных условий зададим следующие:

$$I_p(0) = I_{RE}(0) = I_0, \quad I_w(0) = 0, \quad (7)$$

то есть в начале фазы termination срыва разряда (при $t = 0$) полный ток плазмы равен току УЭ, а ток в стенке отсутствует.

Решая дифференциальные уравнения для полного тока плазмы (2) и тока в стенке (3) с учетом условий (7), получим:

$$I_p(t) = I_{p1} e^{-t/\tau_1} + I_{p2} e^{-t/\tau_2} + I_{p3} e^{-t/\tau_{diff}}, \quad (8)$$

$$I_w(t) = I_{w1} e^{-t/\tau_1} + I_{w2} e^{-t/\tau_2} + I_{w3} e^{-t/\tau_{diff}}, \quad (9)$$

где времена τ_1 и τ_2 определяются формулами

$$\tau_1 = \frac{2L_w \Delta L}{R_w L_p + R_p L_w - A}, \quad (10)$$

$$\tau_2 = \frac{2L_w \Delta L}{R_w L_p + R_p L_w + A},$$

а коэффициенты перед экспонентами размерности токов

$$I_{p1} = -\frac{\mu_2(I_0 - I_{p3}) + 2L_w R_w I_{w3}}{2A}, \quad (11)$$

$$I_{p2} = \frac{\mu_1(I_0 - I_{p3}) + 2L_w R_w I_{w3}}{2A},$$

$$I_{p3} = I_0 \frac{R_p \tau_{diff}}{2A \Delta L} \left(\frac{\mu_2 + 2L_w R_w}{1 - \tau_{diff}/\tau_1} - \frac{\mu_1 + 2L_w R_w}{1 - \tau_{diff}/\tau_2} \right), \quad (12)$$

$$I_{w1} = I_{p1} \frac{\mu_1}{2L_w R_w}, \quad I_{w2} = I_{p2} \frac{\mu_2}{2L_w R_w}, \quad (13)$$

$$I_{w3} = I_0 \frac{R_p \tau_{diff}}{4A \Delta L L_w R_w} \times \left(\frac{\mu_1(\mu_2 + 2L_w R_w)}{1 - \tau_{diff}/\tau_1} - \frac{\mu_2(\mu_1 + 2L_w R_w)}{1 - \tau_{diff}/\tau_2} \right). \quad (14)$$

В формулах (10)–(14) используются обозначения:

$$\Delta L = L_p - L_w = \mu_0 r_w \ln \frac{b_w}{b}, \quad (15)$$

$$A = \sqrt{(R_w L_p - R_p L_w)^2 + 4R_p R_w L_w^2}, \quad (16)$$

$$\mu_1 = -R_w L_p + R_p L_w + A, \quad (17)$$

$$\mu_2 = -R_w L_p + R_p L_w - A,$$

$$R_p = \frac{2r_0 \eta}{b^2}. \quad (18)$$

Кроме того, начальные условия (7) требуют

$$I_{p1} + I_{p2} + I_{p3} = I_0, \quad I_{w1} + I_{w2} + I_{w3} = 0. \quad (19)$$

Энергия, которая переходит от полоидального магнитного поля в кинетическую энергию УЭ, в [2] определяется формулой

$$\Delta W_{RE} = 2\pi r_0 \int I_{RE} (E - E_c) dt, \quad (20)$$

где критическая энергия E_c задается выражением [5]

$$E_c = \frac{\min(F)}{e} = \frac{4\pi e^2 \ln \Lambda}{m_e c^2} n_e. \quad (21)$$

Здесь c – скорость света, n_e – плотность электронов в плазме, F – сила сопротивления, действующая на УЭ со стороны остаточной плазмы, e – элементарный заряд, m_e – масса электрона, $\ln \Lambda$ – кулоновский логарифм.

Доля энергии магнитного поля, конвертируемой в кинетическую энергию УЭ, определяется выражением:

$$\alpha = \frac{\Delta W_{RE}}{L_p I_0^2 / 2}. \quad (22)$$

Рассмотрим два предельных случая: идеальная стенка и стенка с бесконечным сопротивлением.

В случае идеальной стенки ее сопротивление R_w равно нулю. В этом случае полный ток плазмы определяется выражением

$$I_p(t) = I_0 \frac{\tau_{res}}{\tau_{res} - \tau_{diff}} \left(e^{-t/\tau_{res}} - \frac{\tau_{diff}}{\tau_{res}} e^{-t/\tau_{diff}} \right) \quad (23)$$

Это выражение аналогично соответствующей формуле в работе [2] с тем лишь отличием, что здесь $\tau_{res} = \Delta L / R_p$, а не L_{int} / R_p , где L_{int} – внутренняя индуктивность плазмы.

В этом приближении для доли энергии поля, конвертируемой в кинетическую энергию УЭ, получается оценка

$$\alpha = \frac{\tau_{diff}}{L_p} \left(\frac{\Delta L}{\tau_{res} + \tau_{diff}} - \frac{4\pi r_0 E_c}{I_0} \right). \quad (24)$$

В случае стенки с бесконечным сопротивлением (то есть $R_w = \infty$) получаем

$$I_p(t) = I_0 \frac{\tau_{res}^* + \tau_{diff}}{\tau_{res} - \tau_{diff}} \left(e^{-t/\tau_{res}} - \frac{2\tau_{diff}}{\tau_{res}^* + \tau_{diff}} e^{-t/\tau_{diff}} \right), \quad (25)$$

$$\alpha = \frac{2\tau_{diff}}{L_p} \left(R_p - \frac{2\pi r_0 E_c}{I_0} \right). \quad (26)$$

Здесь $\tau_{res}^* = 2L_p / R_p$.

Также стоит отметить, что, если положить $\tau_{diff} = 0$ и $L_w \ll L_p$, то для тока плазмы получается простая зависимость

$$I_p(t) = I_0 e^{-t/t_0}, \quad t_0 = \frac{2L_p L_w}{R_w L_p - R_p L_w}. \quad (27)$$

Если кроме этого предположить, что резистивное время плазмы L_p / R_p много меньше резистивного времени стенки L_w / R_w , то для тока в стенке имеем

$$I_w(t) = \frac{I_0}{wt_0 - 1} (e^{-t/t_0} - e^{-wt}), \quad (28)$$

где w – обратное резистивное время стенки.

Формулы (27) и (28) совпадают с соответствующими формулами в работе [1].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках нульмерной модели анализируется эволюция токов во время фазы termination срыва разряда в трех проводниках: плазме разряда, УЭ и стенке вакуумной камеры. Для заданного экспоненциального спада тока УЭ получены временные зависимости для полного тока плазмы и тока в стенке, которые позволяют определить значение доли энергии полоидального магнитного поля, которая переходит в кинетическую энергию убегающих электронов с учетом электромагнитной связи плазмы с резистивной стенкой. Найденные выражения для тока плазмы и тока в стенке при определенных упрощениях приводятся к аналогичным соотношениям в работах [1] и [2]. Для двух предельных случаев (идеальная стенка вакуумной камеры и стенка с бесконечным сопротивлением) получены оценки доли энергии магнитного поля полного тока плазмы, которая конвертируется в кинетическую энергию УЭ во время фазы termination срыва разряда в токамаке.

Автор статьи искренне признателен доктору физико-математических наук Пустовитову Вла-

димиру Дмитриевичу за ценные советы и замечания по разработке данной модели, а также за оказанную помощь в написании работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Riemann J., Smith H.M., Helander P. Energetics of runaway electrons during tokamak disruptions // *Phys. Plasmas*. 2012. V. 19. № 1. P. 012507. <https://doi.org/10.1063/1.3671974>
2. Martín-Solís J.R., Loarte A., Hollmann E.M., Esposito B., Riccardo V. Inter-machine comparison of the termination phase and energy conversion in tokamak disruptions with runaway current plateau formation and implications for ITER // *Nucl. Fusion*. 2014. V. 54. № 8. P. 083027. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/54/8/083027>
3. Dai A.J. et al. Conversion of magnetic energy to runaway kinetic energy during the termination of runaway current on the J-TEXT tokamak // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2018. V. 60. № 5. P. 055003. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/aab16d>
4. Pustovitov V.D. Extension of Shafranov's Equilibrium Theory to the Description of Current Quenches Affected by Resistive Wall Dissipation in Tokamaks // *Plasma Physics Reports*. 2019. V. 45. № 12. P. 1114–1127. <https://doi.org/10.1134/S1063780X19120079>
5. Breizman B.N., Aleynikov P., Hollmann E.M., Lehnen M. Physics of runaway electrons in tokamaks // *Nucl. Fusion*. 2019. V. 59. № 8. P. 083001. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab1822>

Vestnik Nacional'nogo Issledovatel'skogo Yadernogo Universiteta "MIFI", 2020, vol. 9, no. 6, pp. 485–488

Estimate of the Conversion of the Plasma Current Magnetic Energy to the Kinetic Energy of Runaway Electrons in a Tokamak within a Zero-Dimensional Model

V. Yu. Savin^{a,#}

^a National Research Nuclear University MPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia
[#]e-mail: SVY29041994@mail.ru

Received December 24, 2020; revised December 28, 2020; accepted January 12, 2021

Abstract—The conversion of the poloidal magnetic field energy created by the toroidal plasma current into the kinetic energy of runaway electrons during the termination phase of the plasma discharge disruption in a tokamak is analyzed within the zero-dimensional model of infinitely thin ring conductors. The evolution equations for the plasma current and the induced current in the wall of the vacuum chamber, which are based on the Faraday's law of electromagnetic induction, are solved analytically. The time dependences of the mentioned currents are obtained under the condition of an exponential decay of the runaway electron current, which makes it possible to determine the efficiency of the specified conversion. When additional conditions are imposed on the parameters of the system, the expressions for the total plasma current and the current in the wall of the tokamak vacuum chamber reproduce similar relations obtained in earlier works. For the extreme cases of an ideal wall (when its resistance is infinitely small) and a wall with infinite resistance, simplified relations for the total plasma current are given, and estimates for the fraction of the magnetic field energy converted into the kinetic energy of runaway electrons are also obtained which are necessary to analyze the thermal load on the elements of the first tokamak walls in the case of disruptions of plasma discharges.

Keywords: tokamak, discharge disruption, runaway electrons, energy conversion

DOI: 10.1134/S2304487X20060097

REFERENCES

1. Riemann J., Smith H.M., Helander P. Energetics of runaway electrons during tokamak disruptions. *Phys. Plasmas*, 2012, vol. 19, no. 1, pp. 012507. doi: 10.1063/1.3671974
2. Martín-Solís J.R., Loarte A., Hollmann E.M., Esposito B., Riccardo V. Inter-machine comparison of the termination phase and energy conversion in tokamak disruptions with runaway current plateau formation and implications for ITER. *Nucl. Fusion*, 2014, vol. 54, no. 8, pp. 083027. doi: 10.1088/0029-5515/54/8/083027
3. Dai A.J. et al. Conversion of magnetic energy to runaway kinetic energy during the termination of runaway current on the J-TEXT tokamak. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 2018, vol. 60, no. 5, pp. 055003. doi: 10.1088/1361-6587/aab16d
4. Pustovitov V.D. Extension of Shafranov's Equilibrium Theory to the Description of Current Quenches Affected by Resistive Wall Dissipation in Tokamaks. *Plasma Physics Reports*, 2019, vol. 45, no. 12, pp. 1114–1127. doi: 10.1134/S1063780X19120079
5. Breizman B.N., Aleynikov P., Hollmann E.M., Lehnen M. Physics of runaway electrons in tokamaks. *Nucl. Fusion*, 2019, vol. 59, no. 8, pp. 083001. doi: 10.1088/1741-4326/ab1822