## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

УДК 629.7.054.07

# МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ АМОРТИЗАЦИИ И ДЕМПФИРОВАНИЯ БЕСПЛАТФОРМЕННОГО ИНЕРЦИАЛЬНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА

© 2022 П.А. Илюшин<sup>1\*</sup>, В.П. Наумченко<sup>1</sup>, Д.Г. Пикунов<sup>1</sup>, А.В. Соловьев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>АО «ЦЭНКИ» – филиал «НИИ ПМ имени академика В.И. Кузнецова», Москва, 129110, Россия e-mail: P.Ilyushin@russian.space

Поступила в редакцию: 23.01.2023 После доработки: 13.02.2023 Принята к публикации: 14.02.2023

Целью проводимых работ является разработка системы амортизации и демпфирования бесплатформенного инерциального измерительного прибора космического назначения вибростойкого при всех уровнях полета, включая нештатные. В настоящей работе рассматривается дальнейшее развитие концепции линейной системы амортизации и демпфирования. Нелинейная математическая модель динамической системы была разработана в среде Simulink, задание параметров системы демпфирования и запуск симуляции проводился через скрипт в Matlab. Был проведен цикл запусков с итерационным заданием параметров системы демпфирования при использовании только одного типа диссипативных сил. В результате было установлено, что вариант только с одним типом гашения колебаний неэффективен. Были проведены запуски математической модели, учитывающей сразу все типы диссипативных сил. Ключевым результатом работы на данном этапе является математическое описание происходящих механических процессов и формирование группы решений, обеспечивающих заданные требования по вибростойкости и габаритам системы амортизации и демпфирования в приборе. В дальнейших работах планируется уточнить математическую модель в части кинематики разрабатываемого прибора и провести моделирование для формирования итоговой концепции системы амортизации и демпфирования.

*Ключевые слова:* конструкция, динамические характеристики, вибрация, инерциальный прибор, вибрационно-струнный акселерометр, Matlab, Simulink.

**DOI:** https://doi.org/10.26583/vestnik.2022.15

## ВВЕДЕНИЕ

Современные тенденции в управлении космическими аппаратами (КА) сводятся к замене уникальных инерциальных измерительных приборов для каждого участка полета к использованию одного инерциального блока [1]. Вследствие этого возникла задача создания прибора космического назначения, стойкого к внешним механическим воздействиям во всех режимах полета аппарата, включая аварийные, в том числе с сохранением точности ориентации измерительных осей [2]. В рамках выполнения этой задачи была обнаружена необходимость создания системы амортизации и демпфирования (САД), обеспечивающей виброизоляцию высокочувствительного вибрационно-струнного акселерометра (ВСА) собственной разработки [3]. В настоящее время задача обеспечения виброзащиты инерциальных приборов с применением пружинных амортизаторов и дополнительных гасителей колебаний достаточно актуальна [4, 5]. Существуют группы технических решений для частных случаев [6], однако разработка САД для каждого конкретного устройства, в особенности для КА, остается уникальной. С учетом предварительных исследований ранее было проведено математическое моделирование линейной САД, в результате которого подтвердилась принципиальная возможность обеспечения требований к вибростойкости [7].

В текущей работе рассматриваются другие типы демпфирования, которые могут оказаться эффективнее с точки зрения рассеивания энергии и проще в конструктивном исполнении [8].

Целью текущей работы является создание концепции САД в реальном приборе на основе разработки более подробной математической модели, включающей дополнительное вязкое трение (ВТ), нелинейные элементы: дополнительное сухое трение (СТ), ограничители перемещения в ВСА, ударные демпферы (УД) или виброгасящие демпферы (ВД). Принципиальная структура анализируемой конструкции, включающей несколько вариантов диссипативных сил (ДС), приведена на рис. 1.



**Рис. 1.** Структурная схема прибора со всеми рассматриваемыми ДС

#### МЕТОДЫ

Описание математической модели. Чтобы определить концептуальный облик прибора и сформулировать требования к параметрам конструкции САД, математическое моделирование проводилось в формате решения строгих уравнений движения БЧЭ, без применения методов конечных элементов и соответствующих программных продуктов. Также параллельно проводились экспериментальные исследования с целью качественного подтверждения результатов теоретической проработки, полученных на значимых этапах моделирования.

Модель БЧЭ была приближена к приборной в части ее начальной массы и геометрии задания воздействия на ВСА. Упругие ограничители в ВСА срабатывают при достижении относительного перемещения подвижной части порогового значения в 1.3 мм. Все ВСА и пружины приняты идентичными, что позволяет на данном этапе исключить из рассмотрения угловые перемещения в БЧЭ и исследовать закон движения механической системы [9] с обобщенными координатами, описывающими только поступательное движение подвижных элементов прибора в направлении одной оси:

$$\begin{pmatrix} M \cdot (\ddot{X} - g) + \beta \cdot (\dot{X} - \dot{X}_{BX}) + 3 \cdot C \cdot (X - X_{BX}) + 3 \cdot (C_{BCA} + k_{orp} \cdot C_{orp}) \cdot (X - y) - F_{\mathcal{A}} = 0; \\ M_{BCA} \cdot (\ddot{y} - g) + (\beta_{BCA} + k_{orp} \cdot \beta_{orp}) \cdot (\dot{y} - \dot{X}) + (C_{BCA} + k_{orp} \cdot C_{orp}) \cdot (y - X) = 0; \\ \begin{pmatrix} k_{orp} = 0, & |y - X| < 1, 3 \cdot 10^{-3}; \\ k_{orp} = 1, & |y - X| \ge 1, 3 \cdot 10^{-3}, \end{pmatrix}$$
(1)

где  $X_{\rm BX}$ ,  $\dot{X}_{\rm BX}$  – перемещение и скорость корпуса прибора в инерциальном пространстве;  $X, \dot{X}, \ddot{X}$  – перемещение, скорость и ускорение центра масс основания БЧЭ в инерциальном пространстве;  $M, \beta, C$  – масса, вязкость и жесткость колебательной системы БЧЭ;  $y, \dot{y}, \ddot{y}$  – перемещение, скорость и ускорение центра масс подвижной части ВСА в инерциальном пространстве;  $M_{\rm BCA}, \beta_{\rm BCA}, C_{\rm BCA}$  – масса, вязкость и жесткость колебательной системы ВСА;  $k_{\rm orp}$  – коэффициент, обозначающий работу ограничителя в ВСА;  $\beta_{\rm orp}, C_{\rm orp}$  – вязкость и жесткость ограничителя в ВСА; g – ускорение свободного падения;  $F_{\rm a}$  – компенсирующее воздействие от ДС.

Найти решение системы уравнений нелинейных механических колебаний (1) алгебраическими методами не получается и возникает необходимость решать задачу численными методами [10]. Для поиска решения была уточнена линейная математическая модель, написанная в Руthon, и создана нелинейная модель в среде Simulink. В качестве воздействия в нелинейной модели задавалось перемещение в виде случайного процесса с определенной спектральной характеристикой в области от 20 до 2000 Гц в течение 2 с.

Было проведено итерационное моделирование реакции динамической системы на указанное воздействие с каждым отдельным вариантом ДС при помощи скрипта в Matlab. Проводились варьирование массы, собственной частоты системы амортизации, добротности колебательного контура БЧЭ, величин характеристик элементов, задающих ДС. Можно выделить два пути рассеивания энергии: воздействие напрямую на БЧЭ (ВТ и СТ) и через инерциальную массу демпфера (УД, ВД).

Велась оценка относительных перемещений БЧЭ и в ВСА, а также фиксировалась спектральная плотность виброускорения в их характерных точках. Оптимальным решением считается вариант, при котором выполняются следующие требования к САД, в основном связанные с ограниченными габаритно-массовыми характеристиками прибора космического назначения [11]: - относительное перемещение БЧЭ не более 6 мм;

- относительное перемещение BCA не более 2 мм;

- суммарная масса минимальна;
- собственные частоты максимальны;
- дополнительные ДС минимальны.

Рассматриваемые варианты диссипативных сил. Введение ВТ для колебательной системы является полным аналогом уменьшения ее собственной добротности, введение СТ создает нелинейное гашение колебаний. Причем эти процессы проявляются во всех реальных механических колебательных системах. В машиностроении известно много конструктивных исполнений для дополнительного повышения трения [12]. Важно понимать, что при трении, превышающем силы, вызывающие относительное перемещение, возникает абсолютно жесткая связь вместо пружин БЧЭ с конечной упругостью, в результате САД полностью перестает работать. При использовании УД и ВД гашение колебаний происходит благодаря инерционной массе демпфера. В общем случае демпфер является динамической системой с подвижным вдоль одной оси грузом, ударяющимся об упоры, жестко связанные с БЧЭ [13]. Инерционная масса до начала колебаний покоится, при возникновении перемещения БЧЭ в демпфере с запаздыванием начинаются колебания в противофазе к основным колебаниям системы.

Принципиально в УД (рис. 2) передача воздействия происходит импульсно при ударе груза об упор, а в ВД (рис. 3) через пружину на всех участках движения груза пропорционально относительному перемещению [14]. В виброударном демпфере (рис. 4) между грузом и корпусом есть упругий элемент, преобразующий жесткий удар в удар с ограниченным спектром, что эквивалентно вибрационному демпферу, действующему на ограниченном перемещении [15].



Рис. 3. Схема вибрационного демпфера



Рис. 4. Схема виброударного демпфера

Для рассмотренных демпферов можно выделить общую систему уравнений движения с допущением, что рабочая масса является материальной точкой, а упругие элементы линейно сжимаются до своих предельных состояний. Если  $h_{\rm np} = 0$  – вибрационный демпфер, если  $h_{\rm vg} \le h_{\rm np}$  – ударный:

$$\begin{cases} m_{A} \cdot (\ddot{X} + \ddot{y} - g) + \beta \cdot (\dot{X} + \dot{y}) + \\ + (\beta_{np} \cdot \Delta \dot{y}_{np}^{Bepx} + C_{np} \cdot \Delta y_{np}^{Bepx}) + (\beta_{np} \cdot \Delta \dot{y}_{np}^{Hu3} + C_{np} \cdot \Delta y_{np}^{Hu3}) + \\ + (\beta_{yq} \cdot \Delta \dot{y}_{yq}^{Bepx} + C_{yq} \cdot \Delta y_{yq}^{Bepx}) + (\beta_{yq} \cdot \Delta \dot{y}_{yq}^{Hu3} + C_{yq} \cdot \Delta y_{yq}^{Hu3}) = 0; \\ \Delta y_{np}^{Bepx} = \begin{bmatrix} 0, & y < h_{np}; \\ y - h_{np} \cdot \operatorname{sign}(y), & h_{np} \leq y < h_{yq}; \\ (h_{np} - h_{np}) \cdot \operatorname{sign}(y), & y > h_{np}; \end{bmatrix} \\ \Delta y_{np}^{Hu3} = \begin{bmatrix} 0, & y > -h_{np}; \\ y - h_{np} \cdot \operatorname{sign}(y), & -h_{yq} \leq y < -h_{np}; \\ (h_{M} - h_{np}) \cdot \operatorname{sign}(y), & y < -h_{yq}; \\ \Delta y_{yq}^{Bepx} = \begin{bmatrix} 0, & y < h_{yq}; \\ y - h_{yq} \cdot \operatorname{sign}(y), & y < -h_{yq}; \\ (h_{M} - h_{np}) \cdot \operatorname{sign}(y), & y \geq h_{yq}; \\ \Delta y_{yq}^{Bepx} = \begin{bmatrix} 0, & y > -h_{yq}; \\ y - h_{yq} \cdot \operatorname{sign}(y), & y \geq h_{yq}; \\ (h_{M} - h_{np}) \cdot \operatorname{sign}(y), & y \geq -h_{yq}; \\ \end{pmatrix} \end{cases}$$

где  $\dot{X}, \ddot{X}$  – скорость и ускорение центра масс основания БЧЭ в инерциальном пространстве; у, у, у – перемещение, скорость и ускорение центра масс подвижной части демпфера в связанной с геометрическим центром демпфера системой координат;  $\Delta y_{np}^{\text{верх}}$ ,  $\Delta \dot{y}_{np}^{\text{верх}}$  – относительное сжатие и скорость этого сжатия верхнего упругого элемента демпфера;  $\Delta y_{np}^{Hu3}$ ,  $\Delta \dot{y}_{np}^{Hu3}$  – относительное сжатие и скорость этого сжатия нижнего упругого элемента демпфера;  $\Delta y_{yd}^{\text{верх}}$ ,  $\Delta \dot{y}_{yd}^{\text{верх}}$  – относительное сжатие и скорость этого сжатия верхнего края демпфера;  $\Delta y_{yd}^{\text{низ}}$ ,  $\Delta \dot{y}_{yd}^{\text{низ}}$  – относительное сжатие и скорость этого сжатия нижнего края демпфера; sign(y) – знак y.

Математическое описание диссипативных сил. Формулы, по которым определяются диссипативные силы в (1) приведены ниже: для BT

$$F_{\rm d} = -\beta_{\rm d} \cdot \left( \dot{X} - \dot{X}_{\rm BX} \right), \tag{3}$$

где  $\beta_{d}$  – дополнительная вязкость колебательной системы БЧЭ;

для СТ

$$\begin{bmatrix} F_{\text{сум}} = 3 \cdot \left( C_{\text{BCA}} + k_{\text{orp}} \cdot C_{\text{orp}} \right) \times \\ \times (X - y) + M \cdot \ddot{X}_{\text{BX}}; \\ F_{\mathcal{A}} = F_{\text{сум}}, \qquad \left| F_{\text{сум}} \right| < F_{\text{тр}}^{\text{max}}; \\ F_{\mathcal{A}} = F_{\text{тр}}^{\text{max}}, \qquad F_{\text{сум}} \ge F_{\text{тр}}^{\text{max}}; \\ F_{\mathcal{A}} = -F_{\text{тр}}^{\text{max}}, \qquad F_{\text{суM}} \le -F_{\text{тр}}^{\text{max}}, \end{bmatrix}$$
(4)

где  $F_{\text{сум}}$  – сумма сил, которую компенсирует сухое трение;  $F_{\text{тр}}^{\text{max}}$  – максимальная величина сухого трения;

для ВД:

$$\begin{cases} M_{\mu} \cdot (\ddot{y}_{\mu} - g) + \beta_{\mu} \cdot (\dot{y}_{\mu} - \dot{X}) + \\ + C_{\mu} \cdot (y_{\mu} - X) = 0; \\ F_{\mu} = C_{\mu} \cdot (y_{\mu} - X), \end{cases}$$
(5)

где  $y_{d}$ ,  $\dot{y}_{d}$ ,  $\ddot{y}_{d}$  – перемещение, скорость и ускорение центра масс подвижной части демпфера в инерциальном пространстве;  $M_{d}$ ,  $\beta_{d}$ ,  $C_{d}$  – масса, вязкость и жесткость колебательной системы демпфера;

для УД:

$$\begin{cases} \frac{1}{6} \cdot M_{a} \cdot (\dot{y}_{rp1} - g) + \beta_{rp} \cdot (\Delta \dot{y}_{rp1}^{B} + k\beta_{H} \cdot \Delta \dot{y}_{rp1}^{H}) + \\ + C_{rp} \cdot (\Delta y_{rp1}^{B} + kC_{H} \cdot \Delta y_{rp1}^{H}) = 0; \\ \Delta y_{rp1}^{B} = \begin{bmatrix} 0, & y_{rp1} + h_{rp} < y_{rp2}; \\ y_{rp1} + h_{rp} - y_{rp2}, & y_{rp1} + h_{rp} \ge y_{rp2}; \\ \Delta y_{rp1}^{H} = \begin{bmatrix} 0, & y_{rp1} < X; \\ y_{rp1} - X, & y_{rp1} \ge X; \end{bmatrix} \\ \begin{cases} \frac{1}{6} \cdot M_{a} \cdot (\ddot{y}_{rpi} - g) + \beta_{rp} \cdot (\Delta \dot{y}_{rpi}^{B} + \Delta \dot{y}_{rpi}^{H}) + C_{rp} \cdot (\Delta y_{rpi}^{B} + \Delta y_{rpi}^{H}) = 0; \\ \Delta y_{rpi}^{B} = \begin{bmatrix} 0, & y_{rpi} + h_{rp} < y_{rpi+1}; \\ y_{rpi} + h_{rp} - y_{rpi+1}, & y_{rpi} + h_{rp} \le y_{rpi+1}; \\ y_{rpi} = \begin{bmatrix} 0, & y_{rpi} < y_{rpi-1} + h_{rp}; \\ y_{rpi} - y_{rpi-1} - h_{rp}, & y_{rpi} \ge y_{rpi-1} + h_{rp}; \\ i = 2..5; \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{1}{6} \cdot M_{a} \cdot (\ddot{y}_{rp6} - g) + \beta_{rp} \cdot (k\beta_{B} \cdot \Delta \dot{y}_{rp6}^{B} + \Delta \dot{y}_{rp6}^{H}) + \\ + C_{rp} \cdot (kC_{B} \cdot \Delta y_{rp6}^{B} + \Delta y_{rp6}^{H}) = 0; \\ \Delta y_{rp6}^{B} = \begin{bmatrix} 0, & y_{rp6} + h_{rp} < X + h_{a}; \\ y_{rp6} + h_{rp} - X - h_{a}, & y_{rp6} + h_{rp} \ge X + h_{a}; \\ \Delta y_{rp6}^{H} = \begin{bmatrix} 0, & y_{rp6} < y_{rp5} + h_{rp}; \\ y_{rp6} - y_{rp5} - h_{rp}, & y_{rp6} < y_{rp5} + h_{rp}; \end{cases} \\ F_{a} = kC_{B} \cdot C_{rp} \cdot \Delta y_{rp6}^{BepX} + kC_{H} \cdot C_{rp} \cdot \Delta y_{rp1}^{Ha3}, \end{cases}$$

где *i* – порядковый номер груза от 1 до 6, причем первый груз расположен снизу; у<sub>грі</sub>, ÿ<sub>грі</sub> – перемещение и ускорение центра масс подвижной части і-го груза в инерциальном пространстве;  $\Delta y_{rpi}^{\scriptscriptstyle B}$ ,  $\Delta \dot{y}_{rpi}^{\scriptscriptstyle B}$  – относительное сжатие и скорость этого сжатия верхней деформируемой части *i*-го груза;  $\Delta y_{rpi}^{H}$ ,  $\Delta \dot{y}_{rpi}^{H}$  – относительное сжатие и скорость этого сжатия нижней деформируемой части *i*-го груза;  $M_{\rm d}$  – суммарная масса грузов в демпфере;  $\beta_{rp}$ ,  $C_{rp}$  – вязкость и жесткость при соударении между деформируемыми частями грузов; kβ<sub>H</sub>, kC<sub>H</sub> – коэффициенты приведения вязкости и жесткости при соударении между деформируемыми частями нижнего груза и БЧЭ; k<sub>β</sub>, kC<sub>в</sub> – коэффициенты приведения вязкости и жесткости при соударении между деформируемыми частями верхнего груза и БЧЭ;  $h_{rp}$  – высота одного груза;  $h_{\pi}$  – расстояние между краями ударного демпфера без грузов.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты независимого задания диссипативных сил. На первом этапе работы проводилась комплексная оценка влияния на работу САД всех параметров, определяющих характеристики ДС, отдельно для каждого типа ДС. Поскольку моделирование варианта с УД наиболее ресурсоемкое, то рассмотрены далеко не все варианты. Был получен обширный комплекс решений [16]. Наилучшие результаты в наиболее приближенной к существующей конструкции, общее количество проведенных итераций и количество итераций при моделировании, в которых требования к САД обеспечены, приведены в табл. 1.

Tur anything anoung	Относительное перемещение, мм		Число итераций				
тип демпфирования	в БЧЭ	в ВСА	всего	успешных			
Вязкое трение. <sub>βд</sub> =37.7 кг/с	9.0	0.8	8000	498			
Сухое трение. $F_{\rm rp}^{\rm max} = 160 \ {\rm H}$	13.1	1.1	88000	5764			
Жидкостной демпфер. $M_{\rm d} = 1.2$ кг. $\beta_{\rm d} = 36.2$ кг/с	6.0	1.7	10000	156			
Ударный демпфер. <i>М</i> <sub>д</sub> = 1.3 кг	8.6	1.7	13641	0 (7244*)			

**Таблица 1.** Результаты при M = 1,2 кг, f = 30 Гц,  $\beta = 7.54$  кг/с

\* Выполнены требования только по перемещению в ВСА, не выполнены требования по перемещению БЧЭ.

Как видно, обеспечить требования в части относительных перемещений ВСА возможно уже при системе амортизации с собственной частотой 30 Гц. Более сложной задачей оказалось гашение относительных перемещений, возникающих при колебаниях БЧЭ. Наиболее эффективным и технически обоснованным является одновременное применение нескольких вариантов введения диссипативных сил в САД. Комплексная система амортизации. В рамках второго этапа было проведено моделирование при учете всех типов ДС, воздействующих одновременно. При моделировании не рассматривались только УД, поскольку в сравнении с ВД они показали результаты хуже. Модель САД (1) с учетом изложенного может быть описана системой уравнений:

$$\begin{cases} M \cdot (\ddot{X} - g) + (\beta + \beta_{\text{don}}) \cdot (\dot{X} - \dot{X}_{\text{BX}}) + 3 \cdot C \cdot (X - X_{\text{BX}}) + \\ + 3 \cdot (C_{\text{BCA}} + k_{\text{orp}} \cdot C_{\text{orp}}) \cdot (X - y) + 3 \cdot C_{a} \cdot (X - y_{a}) - F_{\text{rp}} = 0; \\ M_{\text{BCA}} \cdot (\ddot{y} - g) + (\beta_{\text{BCA}} + k_{\text{orp}} \cdot \beta_{\text{orp}}) \cdot (\dot{y} - \dot{X}) + (C_{\text{BCA}} + k_{\text{orp}} \cdot C_{\text{orp}}) \cdot (y - X) = 0; \\ M_{a} \cdot (\ddot{y}_{a} - g) + \beta_{a} \cdot (\dot{y}_{a} - \dot{X}) + C_{a} \cdot (y_{a} - X) = 0; \\ k_{\text{orp}} = 0, \quad |y - X| < 1,3 \cdot 10^{-3}; \\ k_{\text{orp}} = 1, \quad |y - X| \ge 1,3 \cdot 10^{-3}; \\ F_{\text{rp}} = F_{\text{cym}}, \quad |F_{\text{cym}}| < F_{\text{rp}}^{\text{max}}; \\ F_{\text{rp}} = F_{\text{rp}}^{\text{max}}, \quad F_{\text{cym}} \ge F_{\text{rp}}^{\text{max}}; \\ F_{\text{rp}} = -F_{\text{rp}}^{\text{max}}, \quad F_{\text{cym}} \le -F_{\text{rp}}^{\text{max}}, \end{cases}$$
(7)

где  $X_{\rm BX}$ ,  $\dot{X}_{\rm BX}$ ,  $\ddot{X}_{\rm BX}$  – перемещение, скорость и ускорение корпуса прибора в инерциальном пространстве; X,  $\dot{X}$ ,  $\ddot{X}$  – перемещение, скорость и ускорение центра масс основания БЧЭ в инерциальном пространстве; М, В, С – масса, вязкость и жесткость колебательной системы БЧЭ;  $y, \dot{y}, \ddot{y}$  – перемещение, скорость и ускорение центра масс подвижной части ВСА в инерциальном пространстве;  $M_{\rm BCA}$ ,  $\beta_{\rm BCA}$ ,  $C_{\rm BCA}$  – масса, вязкость и жесткость колебательной системы ВСА; k<sub>огр</sub> – коэффициент, обозначающий работу ограничителя в ВСА; Согр – вязкость и жесткость ограничителя в ВСА; g – ускорение свободного падения;  $y_{d}$ ,  $\dot{y}_{d}$ ,  $\ddot{y}_{d}$  – перемещение, скорость и ускорение центра масс подвижной части жидкостного демпфера в

инерциальном пространстве;  $M_{\rm A}$ ,  $\beta_{\rm A}$ ,  $C_{\rm A}$  – масса, вязкость и жесткость колебательной системы жидкостного демпфера;  $\beta_{\rm доп}$  – дополнительная вязкость колебательной системы БЧЭ;  $F_{\rm сум}$  – сумма сил, которую компенсирует сухое трение;  $F_{\rm тp}$  – сила сухого трения;  $F_{\rm тp}^{\rm max}$  – максимальная величина сухого трения.

Для наиболее точного соответствия реальным условиям испытаний продолжительность воздействия при моделировании была увеличена до 20 с. В остальном условия моделирования соответствовали первому этапу. Из множества полученных решений можно выделить следующие характерные варианты САД, описывающие группы решений (табл. 2).

N⁰	Характеристики системы	Перемещение, мм		Описациа	
группы	амортизации и демпфирования	в БЧЭ	в ВСА	Описание	
1	$M = 1.2$ кг. $C = 72056$ Н/м. $\beta_{\text{доп}} = 29$ кг/с. $m_{\text{д}} = 0.6$ кг. $f_{\text{д}} = 30$ Гц. $Q_{\text{д}} = 5$ . $F_{\text{тр}} = 180$ Н	5.9	1.9	Сохранение массы БЧЭ небольшое вязкое трение, небольшие искажения в области полосы пропускания ВСА	
2	$M = 1.2. C = 72056 \text{ H/м. } \beta_{\text{доп}} = 59 \text{ кг/c.}$ $m_{\text{д}} = 0.6 \text{ кг. } f_{\text{д}} = 29 \text{ Гц. } Q_{\text{д}} = 5. F_{\text{тр}} = 80 \text{ H}$	6	2	Сохранение массы БЧЭ, минимальное сухое трение, небольшие искажения в области полосы пропускания ВСА	
3	$M = 1$ кг. $C = 66363$ Н/м. $\beta_{\text{доп}} = 26$ кг/с. $m_{\text{д}} = 0.6$ кг. $f_{\text{д}} = 29$ Гц. $Q_{\text{д}} = 5$ . $F_{\text{тр}} = 250$ Н	5.7	2	Небольшое снижение массы БЧЭ, небольшое сухое и вязкое трение	
4	$M = 0.8$ кг. $C = 58396$ Н/м. $\beta_{\text{доп}} = 22$ кг/с. $m_{\text{д}} = 0.6$ кг. $f_{\text{д}} = 31$ Гц. $Q_{\text{д}} = 5$ . $F_{\text{тр}} = 140$ Н	5.9	2	Наименьшая масса и дополнительное сухое трение	
5	$M = 0.8$ кг. $C = 53091$ H/м. $\beta_{\text{доп}} = 10$ кг/с. $m_{\text{д}} = 0.6$ кг. $f_{\text{д}} = 31$ Гц. $Q$ д = 5. <i>F</i> тр = 300 H	5.9	2	Наименьшая масса и дополнительное вязкое трение	
6	$M = 0.8$ кг. $C = 63955$ Н/м. $\beta_{доп} = 45$ кг/с. $m_{д} = 0.6$ кг. $f_{d} = 29$ Гц. $Q_{d} = 5$ . $F_{\text{тр}} = 200$ Н	4.8	2	Самая высокая частота, небольшие искажения в области полосы пропускания ВСА	

Таблица 2. Характерные варианты САД



Рис. 5. Результат моделирования САД для группы 3

Полученные группы определяются исходя из несравнимости результатов, обусловленной невозможностью без отдельного анализа конструктивного исполнения определить, какое из решений объективно лучше в рамках многофакторного анализа [17]. В первую очередь, стоит рассматривать варианты со снижением массы БЧЭ. Графическое изображение результатов моделирования варианта наиболее близкого к существующей концепции САД приведено на рис. 5.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В итоге получены группы решений с комплексом параметров элементов САД, обеспечивающих требуемую вибростойкость прибора с сохранением габаритных характеристик в пределах допуска. Для проверки технической реализуемости рассматриваемых результатов необходимо провести оценочный расчет конструкции требуемой системы демпфирования, разработать и исследовать математическую модель САД, соответствующую разрабатываемому прибору с кинематической точки зрения. Полученные на текущем этапе работ ключевые результаты могут быть использованы в качестве исходных при разработке конструкции и при моделировании САД разрабатываемого прибора.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сапожников И.Н., Неизвестных Ю.И., Духанин Н.Н. и д.р. Приоритет – точность. М.: Рестарт, 2006. 192 с.

2. Илюшин П.А., Наумченко В.П., Пикунов Д.Г. Анализ качества работы инерциальных приборов при воздействии внешних вибрационных возмущений // Сборник материалов 17-й Молодежной конференции «Новые материалы и технологии в ракетно-космической авиационной и других высокотехнологичных отраслях промышленности». М.: ООО ТРП, 2021. 72 с.

3. Харьков И.А., Шустров А.Д., Селиванова Л.М. Трехкомпонентный дифференциальный вибрационно-струнный акселерометр // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2003. № 4. С. 120–125.

4. Подчезерцев В.П., Топильская С.В. К обоснованию выбора параметров амортизации инерциальной системы ориентации // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2021. № 3 (136). С. 113–128.

5. Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. и др. Математическое моделирование нелинейных колебаний стенки канала, взаимодействующей с вибрирующим штампом через слой вязкой жидкости // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2022. № 2 (139). С. 26–41.

6. Суконкина М.Л., Гайнов С.И. Обзор методов и устройств виброзащиты приборных платформ // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Нижний Новгород: ФГБОУ ВО «НГТУ им. Р. Е. Алексеева», 2013. № 4 (101). С. 311–319.

7. Моделирование работы линейной системы амортизации и демпфирования бесплатформенного инерциального измерительного прибора / П.А. Илюшин, В.П. Наумченко, С.А. Максимов, Д.Г. Пикунов, *А.В. Соловьев* // Тезисы 21-й Международной конференции «Авиация и космонавтика». М.: Перо, 2022.

8. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний: пер. с англ. М.: Мир, 1988. 448 с.

9. Вульфсон И.И. Краткий курс теории механических колебаний М.: ВНТР, 2017. 241 с.

10. Ким Д.П. Теория автоматического управления: учебник и практикум для вузов. М.: Юрайт, 2022. 276 с.

11. Управление космическими аппаратами зондирования Земли: Компьютерные технологии / Д.И. Кощлов, Г.П. Аншаков, Я.А. Мостовой, А.В. Сологуб. М.: Машиностроение, 1998. 366 с.

12. Кочетов О.С. Пружинный виброизолятор с сухим трением. Патент РФ. № 2618349 С1, 2016.

13. Иванов А.П. Динамика систем с механическими соударениями. М.: Международная программа образования, 1997. 336 с.

14. Пространственный виброгаситель. Патент СССР. SU 557219 A1. Заявка № 2305820, 1975.12.30; опубликовано: 1977.05.05.

15. Топильская С.В., Бородулин Д.С., Корнюхин А.В. Обеспечение стойкости к механическим воздействиям малогабаритного гироскопического измерителя вектора угловой скорости // Космическая техника и технологии. 2018. № 3(22). С. 61–68.

16. Исследование обеспечения стойкости к внешним вибрационным возмущениям бесплатформенного инерциального измерительного прибора при помощи нелинейных элементов системы амортизации / П.А. Илюшин, В.П. Наумченко, Д.Г. Пикунов, А.В. Соловьев // Труды Четырнадцатой общерос. молодежн. науч.-техн. конф. «Молодежь. Техника. Космос». Т. 2. СПб.: Изд-во БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, 2022. 283 с.

17. Овсянников Г.Н. Факторный анализ в доступном изложении: Изучение многопараметрических систем и процессов. М.: ЛЕНАНД, 2022. 176 с.

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2022, vol. 11, no. 6, pp. 403-412

# MODELING OF THE NONLINEAR SYSTEM OF DAMPING AND DAMPING OF A STRAPLESS INERTIAL MEASURING DEVICE

P.A. Ilyushin<sup>1\*</sup>, V.P. Naumchenko<sup>1</sup>, D.G. Pikunov<sup>1</sup>, A.V. Soloviev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>AO «TsENKI» – branch of «Research Institute of PM named after Academician V.I. Kuznetsov», Moscow, 129110, Russia e-mail: P.Ilyushin@russian.space

Received January 23, 2023; revised February 13, 2023; accepted February 14, 2023

The purpose of the work being carried out is to develop a system of shock absorption and damping of a strapless inertial measuring device for space purposes that is vibration-resistant at all flight levels, including nonstandard ones. In this paper, the further development of the concept of a linear system of depreciation and damping is considered. The nonlinear mathematical model of the dynamic system was developed in the Simulink environment, the parameters of the damping system were set and the simulation was run through a script in Matlab. A cycle of launches was carried out with iterative setting of the parameters of the damping system using only one type of dissipative forces. As a result, it was found that the option with only one type of vibration damping is ineffective. A mathematical model was launched that takes into account all types of dissipative forces at once. The key result of the work at this stage is a mathematical description of the ongoing mechanical processes and the formation of a group of solutions that provide the specified requirements for vibration resistance and dimensions of the shock absorption and damping system in the device. In future works, it is planned to refine the mathematical model in terms of the kinematics of the device being developed and conduct modeling to form the final concept of the depreciation and damping system.

*Keywords:* design; dynamic characteristics; vibration; inertial device; vibration-string accelerometer; Matlab; Simulink.

#### REFERENCES

1. Sapozhnikov I.N., Neizvestnyh Yu.I., Duhanin N.N. i d.r. Prioritet – tochnosť [The priority is accuracy. M.: Restart Publ., 2006. 192 p.

2. Ilyushin P.A., Naumchenko V.P., Pikunov D.G. Analiz kachestva raboty inercial'nyh priborov pri vozdejstvii vneshnih vibracionnyh vozmushchenij [Analysis of the quality of work of inertial devices under the influence of external vibration disturbances]. Sbornik materialov 17-j Molodezhnoj konferencii «Novye materialy i tekhnologii v raketno-kosmicheskoj aviacionnoj i drugih vysokotekhnologichnyh otraslyah promyshlennosti» [Collection of materials of the 17th youth conference «New materials and technologies in rocket and space aviation and other high-tech industries»]. M., OOO TRP Publ., 2021. 72 p.

3. Har'kov I.A., Shustrov A.D., Selivanova L.M. Trekhkomponentnyj differencial'nyj vibracionnostrunnyj akselerometr [Three-component differential vibratory-string accelerometer]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. «Priborostroenie». 2003. No. 4. P. 120–125 (in Russian).

4. Podchezercev V.P., Topil'skaya S.V. K obosnovaniyu vybora parametrov amortizacii inercial'noj sistemy orientacii [To substantiate the choice of damping parameters of an inertial orientation system]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. «Priborostroenie», 2021. No. 3 (136). P. 113–128 (in Russian).

5. *Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A. i dr.* Matematicheskoe modelirovanie nelinejnyh kolebanij stenki kanala, vzaimodejstvuyushchej s vibriruyushchim shtampom cherez sloj vyazkoj zhidkosti [Mathematical modeling of nonlinear oscillations of the channel wall interacting with a vibrating stamp through a layer of viscous liquid]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. «Priborostroenie». 2022. No. 2 (139). P. 26–41 (in Russian).

6. Sukonkina M.L., Gajnov S.I. Obzor metodov i ustrojstv vibrozashchity pribornyh platform [Overview of methods and devices for vibration protection of instrument platforms]. Trudy NGTU im. R. E. Alekseeva [Proceedings of NSTU im. R.E. Alekseeva]. Nizhny Novgorod, FGBOU VO «NGTU im. R.E. Alekseeva» Publ. 2013. No. 4(101). P. 311–319 (in Russian).

7. Modelirovanie raboty linejnoj sistemy amortizacii i dempfirovaniya besplatformennogo inercial'nogo izmeritel'nogo pribora [Simulation of the operation of a linear system of shock absorption and damping of a strapdown inertial measuring device] / P.A. Ilyushin, V.P. Naumchenko, S.A. Maksimov, D.G. Pikunov, A.V. Solov'yov. Tezisy 21-j Mezhdunarodnoj konferencii «Aviaciya i kosmonavtika» [Abstracts of the 21st International Conference «Aviation and Cosmonautics»]. M.: Pero Publ., 2022 (in Russian).

8. *Nashif A., Dzhouns D., Henderson Dzh.* Dempfirovanie kolebanij: per. s angl. [Vibration damping: per. from English]. M.: Mir Publ., 1988. 448 p.

9. *Vul'fson I.I.* Kratkij kurs teorii mekhanicheskih kolebanij [A short course in the theory of mechanical vibrations. M.: VNTR Publ., 2017. 241 c.

10. *Kim D.P.* Teoriya avtomaticheskogo upravleniya: uchebnik i praktikum dlya vuzov [Theory of automatic control: textbook and workshop for universities]. M.: Yurajt Publ., 2022. 276 p.

11. Upravlenie kosmicheskimi apparatami zondirovaniya Zemli: Komp'yuternye tekhnologii / D.I. Koshchlov, G.P. Anshakov, Ya.A. Mostovoj, A.V. Sologub. [Earth sensing spacecraft control: Computer technologies]. M.: Mashinostroenie Publ., 1998. 366 p.

12. *Kochetov O.S.* Pruzhinnyj vibroizolyator s suhim treniem [Spring vibration isolator with dry friction]. Patent RF. No. 2618349 C1. 2016.

13. *Ivanov A.P.* Dinamika sistem s mekhanicheskimi soudareniyami [Dynamics of Systems with Mechanical Collisions]. M.: Mezhdunarodnaya programma obrazovaniya Publ., 1997. 336 p.

14. Prostranstvennyj vibrogasitel' [Spatial vibration damper]. Patent the USSR, no. 557219 A1. Application no. 2305820, 1975.12.30. Published: 1977.05.05.

15. Topil'skaya S.V., Borodulin D.S., Kornyuhin A.V. Obespechenie stojkosti k mekhanicheskim vozdejstviyam malogabaritnogo giroskopicheskogo izmeritelya vektora uglovoj skorosti [Ensuring resistance to mechanical impacts of a small-sized gyroscopic meter of the angular velocity vector]. Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii. 2018. No. 3(22). P. 61–68.

16. Issledovanie obespecheniya stojkosti k vneshnim vibracionnym vozmushcheniyam besplatformennogo inercial'nogo izmeritel'nogo pribora pri pomoshchi nelinejnyh elementov sistemy amortizacii[Study of ensuring resistance to external vibration disturbances of a strapdown inertial measuring device using nonlinear elements of the damping system] / *P.A. Ilyushin, V.P. Naumchenko, D.G. Pikunov, A.V. Solov'ev.* Trudy chetyrnadcatoj obshcheros. molodezhn. nauch.-tekhn.

konf. «Molodezh'. Tekhnika. Kosmos» T. 2 [Proceedings of the fourteenth obscheros. youth. sci.-tech. conf. «The youth. Technique. Space». Vol. 2]. Saint Petersburg, BGTU «VOENMEH» im. D.F. Ustinova Publ., 2022. 283 p. 17. *Ovsyannikov G.N.* Faktornyj analiz v dostupnom izlozhenii: Izuchenie mnogoparametricheskih sistem i processov [Factor analysis in an accessible presentation: The study of multi-parameter systems and processes]. M.: LENAND Publ., 2022. 176 p.