

УДК 519.23

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА НОМИНАЛЬНУЮ И РЕАЛЬНУЮ ЗАРАБОТНУЮ ПЛАТУ

© 2021 г. Ю. В. Никонорова*

Волгодонский инженерно-технический институт — филиал национального исследовательского ядерного университета “МИФИ”, г. Волгодонск, Ростовская обл., 347360, Россия

*e-mail: nikonorova2009@mail.ru

Поступила в редакцию 07.07.2021 г.

После доработки 08.07.2021 г.

Принята к публикации 13.07.2021 г.

В работе при помощи метода наименьших квадратов рассмотрено влияние ряда экономических факторов на среднюю номинальную и реальную заработную плату. Найденны функции предполагаемых зависимостей в явном виде, и проведена проверка статистической значимости построенных моделей. Рассмотрены данные номинальной и реальной зарплаты с 2000 года по 2020 год в связи со средними экспортными ценами на сырую нефть, средней производительностью труда в целом по экономике Российской Федерации. Доказана слабая взаимосвязь этих факторов. Также за аналогичный период проанализированы данные по реальной заработной плате в зависимости от физического объема валового внутреннего продукта, найдены коэффициенты линейной регрессии между этими показателями, доказана статистическая значимость построенного уравнения.

Ключевые слова: валовый внутренний продукт, номинальная заработная плата, реальная заработная плата, средние оптовые цены на сырую нефть, средняя производительность труда, метод наименьших квадратов, линейная регрессия, регрессионный и корреляционный анализ

DOI: 10.1134/S2304487X21030093

Одним из приоритетов социально-экономической политики должна быть защита социально-трудовых прав работников, проявляющаяся в адекватном размере оплаты труда. Этот фактор поддерживает баланс интересов субъектов трудовых отношений. При изучении динамики размера оплаты труда интересно определить факторы, напрямую влияющие на реальную и номинальную заработную плату, а также выяснить взаимосвязь с этими факторами в явном виде, как функциональную зависимость. С точки зрения экономической теории номинальная заработная плата — это стоимость труда в денежном выражении, а реальная заработная плата — это то количество товаров и услуг, что можно купить на номинальную заработную плату. Реальная зарплата считается через номинальную и индекс потребительских цен. А именно, индекс реальной зарплаты равен частному от деления индекса номинальной зарплаты на индекс потребительских цен.

Целью исследования было выявление экономических показателей, которые могут влиять на размер как номинальной, так и реальной заработной платы в целом по России. Были подобраны несколько возможных показателей. Относитель-

но них были проведены расчеты, характеризующие степень влияния.

Первым шагом в исследовании была попытка построить линейную регрессию между номинальной зарплатой в рублях и аналогичными данными по средней экспортной цене на сырую нефть в долларах США за тонну за период с 2000 по 2019 годы, данные приведены в таблицах 1 и 2. Вся информация по заработной плате и по цене на нефть была взята с сайта федеральной службы статистики [1–3].

Расчеты проводились методом наименьших квадратов для парной линейной регрессии вида $Y = a + bX$, где в качестве зависимой переменной Y рассматривалась номинальная зарплата, а в качестве фактор-признака X — экспортная цена на сырую нефть. Для расчета параметров a и b в системе метода наименьших квадратов (1)

$$\begin{cases} n \cdot a + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases} \quad (1)$$

Таблица 1. Средние фактические экспортные цены в торговле с зарубежными странами на нефть сырую в долларах США за тонну

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Нефть сырая	185	156	163	182	226	330	412	470	663	407
Год	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Нефть сырая	546	744	754	734	689	366	289	369	496	454

Таблица 2. Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников по полному кругу организаций по видам экономической деятельности в Российской Федерации за 2000–2019 годы в рублях

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Всего по экономике	2223	3240	4360	5499	6740	8555	10634	13593	17290	18638
Год	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Всего по экономике	20952	23369	26629	29792	32495	34030	36709	39167	43724	47867

Таблица 3. Средние фактические экспортные цены в торговле с зарубежными странами на нефть сырую в процентах к предыдущему году

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
% к пред. году		84.32	104.49	111.66	124.18	146.02	124.85	114.08	141.06	61.39
Год	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
% к пред. году	134.15	136.26	101.34	97.35	93.87	53.12	78.96	127.68	134.42	91.53

были сделаны предварительные расчеты в программе Excel и получена следующая система линейных уравнений (2):

$$\begin{cases} 20a + 8635b = 425506 \\ 8635a + 4513507b = 210889689.7 \end{cases} \quad (2)$$

Решение системы (2) было получено при помощи программы Maple 5 R4. Оно представляет собой следующее: $a = 5889.913309$, $b = 35.63494312$. Полученные значения линейной регрессии $Y = 5889.913 + 35.635X$ были проверены на статистическую значимость при помощи ряда критериев, рассчитанных в программе Excel. Они показали, что линейной зависимости между номинальной заработной платой и экспортной ценой на сырую нефть нет. В частности, коэффициент корреляции, показывающий тесноту связи факторов, оказался равным 0.436. Коэффициент детерминации, показывающий статистическую значимость модели, также оказался очень низким, а именно 0.256. Следует напомнить, что коэффициент парной корреляции для линейной регрессии рассчитывается по формуле $r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ и для статистически значимой модели должен быть больше по модулю, чем 0.7. Коэффициент детерминации показывает вклад независимой переменной X в формирование значений Y и

рассчитывается по формуле $R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$, где

\hat{y}_i – теоретическое значение результативного признака, y_i – фактическое значение зависимой переменной, а \bar{y} – его среднее значение. Для статистически значимой модели этот коэффициент должен быть больше, чем 0.7.

Вторым шагом была проверка предположения о наличии линейной зависимости между реальной заработной платой и средней экспортной ценой на сырую нефть. Поскольку реальная заработная плата отражается в процентах к предыдущему году [3], то цены на нефть также были переведены в соответствующую форму (табл. 3).

Расчеты также проводились методом наименьших квадратов для парной линейной регрессии $Y = a + bX$, где в качестве зависимой переменной Y рассматривалась реальная зарплата, а в качестве фактор-признака X – экспортная цена на сырую нефть, оба признака в процентах к предыдущему году.

Для определения значений параметров a и b в системе метода наименьших квадратов (1) были сделаны предварительные расчеты в программе Excel и получена следующая система линейных уравнений (3):

$$\begin{cases} 19a + 2060.7294b = 2055.3 \\ 2060.7294a + 236433.1949b = 223271.9421 \end{cases} \quad (3)$$

Таблица 4. Реальная заработная плата работников по полному кругу организаций по видам экономической деятельности в Российской Федерации за 2000–2019 годы в процентах к предыдущему году

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
% к пред. году	120.9	120	116.2	110.9	110.6	112.6	113.3	117.2	111.5	96.5
Год	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
% к пред. году	105.2	102.8	108.4	104.8	101.2	91	100.8	102.9	108.5	104.8

Таблица 5. Индексы производительности труда в экономике Российской Федерации в 2012–2019 годы в процентах к предыдущему году

год	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
В целом по экономике	103.8	102.1	100.8	98.7	100.1	102.1	102.8	102.0

Таблица 6. Индексы физического объема валового внутреннего продукта в Российской Федерации за 2000–2020 годы в процентах к предыдущему году

год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	
Физич. ВВП	110	105.1	104.7	107.3	107.2	106.4	108.2	108.5	105.2	92.2	
год	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Физич. ВВП	104.5	104.3	104	101.8	100.7	98	100.2	101.8	102.8	102	96.9

Решение было найдено с помощью программы Maple 5 R4 и представляет собой следующее: $a = 105.1932241$, $b = 0.02747995072$. Тогда регрессия имеет вид: $Y = 105.193 + 0.02748X$. Последующие расчеты проверки статистической значимости модели показали, что линейной зависимости между ценой на сырую нефть и реальной зарплатой за период с 2000 по 2019 год нет. А именно, коэффициент корреляции оказался равен 0.093, коэффициент детерминации составил 0.008, что является крайне низкими значениями.

Третий фактор, который предположительно может напрямую влиять на среднюю реальную заработную плату – это производительность труда в целом в экономике. Данные по производительности также были взяты с сайта Федеральной Службы статистики [4] и приведены в табл. 5 ниже. Индекс производительности труда рассчитывается Федеральной службой государственной статистики в целом по экономике и отраслям экономики, продукция которых реализуется преимущественно по рыночным ценам. Индекс изменения производительности труда по экономике в целом рассчитан как частное от деления индексов физического объема ВВП и индекса изменения совокупных затрат труда [4].

В работе исследовалось предположение, что регрессия между этими показателями представляется собой функцию вида $Y = a + bX$. Здесь в качестве Y рассматривается реальная заработная плата в процентах к предыдущему году, а в качестве X – производительность труда также в процентах к предыдущему году. Для расчета парамет-

ров a и b в системе метода наименьших квадратов (1) были сделаны предварительные расчеты в программе Excel для периода 2012–2019 годов и получена следующая система линейных уравнений (4):

$$\begin{cases} 8a + 812.4b = 820.4 \\ 812.4a + 82517.44b = 83336.46 \end{cases} \quad (4)$$

Решение системы (4) было получено при помощи программы Maple 5 R4. Оно такое: $a = -35.89687157$, $b = 1.363336992$. Проверка найденных коэффициентов a и b линейной регрессии $Y = -35.897 + 1.363X$ показала статистическую незначимость модели, поскольку коэффициент корреляции получился равным 0.3985, а коэффициент детерминации 0.159. Эти коэффициенты были рассчитаны в программе Excel.

Следующим шагом стало предположение, что фактором, от которого существенно зависит реальная заработная плата, является индекс физического объема валового внутреннего продукта (табл. 6). Эти данные также представлены на сайте Росстата в процентах к предыдущему году [5].

Соответствующая система уравнений метода наименьших квадратов в этом случае, после предварительных вычислений в программе Excel, приняла вид (5):

$$\begin{cases} 21a + 2171.8b = 2262.6 \\ 2171.8a + 224968.76b = 234533.58 \end{cases} \quad (5)$$

Решение системы (5) было получено при помощи программы Maple 5 R4 и оно имеет следующую

Таблица 7. Критерии оценки значимости выполнения уравнения линейной регрессии

№	Наименование показателя	Фактическое значение критериев зависимости реальной заработной платы от физического объема валового внутреннего продукта	Теоретическое значение (граница критерия)	Оценка выполнения критерия
1.	Коэффициент детерминации	0.68	Более 0.7	Близок к нижней границе выполнения критерия
2.	Средний коэффициент эластичности	1.42	—	—
3.	Коэффициент корреляции	0.825	Более 0.7	Выполняется
4.	Средняя ошибка аппроксимации	3.11%	Не более 10%	Выполняется
5.	Критерий Фишера	40.5	Более 4.38 (при уровне значимости 0.05)	Выполняется
6.	Критерий Стьюдента	6.3646	Более 2.09 (при уровне значимости 0.05)	Выполняется

щий вид: $a = -45.31725742$, $b = 1.479999266$. Корреляционный анализ показал, что модель статистически значима, поскольку коэффициенты проверки адекватности модели попали в нужный диапазон. А именно, коэффициент корреляции составил 0.825, коэффициент детерминации 0.68. Коэффициент детерминации на грани допустимого значения говорит о том, что в модели имеются неучтенные факторы, а это означает, что функцию зависимости реальной заработной платы надо искать как множественную регрессию. F -критерий Фишера $F_{\text{факт}}$ определяется из соотношения факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы: $F_{\text{факт}} = \frac{\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2 / m}{\sum (y - \hat{y}_x)^2 / (n - m - 1)} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} (n - 2)$, где n – число единиц совокупности (наблюдений); n – число параметров при переменных x в уравнении регрессии. F -тест оценивает качество уравнения регрессии и состоит в проверке гипотезы H_0 о статистической незначимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи. Для этой оценки выполняется сравнение фактического $F_{\text{факт}}$ и критического (табличного) $F_{\text{табл}}$ значений F -критерия Фишера [6, 6]. В рассматриваемой модели коэффициент Фишера оказался равным 40.5 при табличных данных 4.38 при уровне значимости 0.05.

Поскольку выполняются три основных критерия статистической значимости, то рассмотрим выполнения других критериев, оценивающих адекватность модели. Средняя ошибка аппроксимации – среднее отклонение расчетных значений

от фактических $\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \times 100\%$. Допустимый предел значений \bar{A} – не более 8–10%.

В рассматриваемой модели этот показатель равен 3.11%, что соответствует нужному диапазону. Средний коэффициент эластичности $\bar{\varepsilon}$ оценивает силу влияния фактора на результат и показывает, на сколько процентов в среднем по совокупности изменится результат y от своей средней величины при изменении фактора x на 1% от своего среднего значения. Формула расчета: $\bar{\varepsilon}_{yx} = f'(x) \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$.

В рассматриваемой модели значение коэффициента эластичности равно 1.42. Это означает, что при изменении физического объема ВВП на 1% от своего среднего значения реальная заработная плата меняется на 1.42% в среднем по совокупности. Случайная ошибка показателя b определяется по

формуле $m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{(n - 2)n\sigma_x^2}}$, где $\sigma_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$ – дисперсия по x . Этот показатель в свою очередь позволяет определить фактическое значение критерия Стьюдента $t_b = \frac{b}{m_b}$ и доверительный интервал по b : $\gamma_{b_{\min}} = b - \Delta_b$, $\gamma_{b_{\max}} = b + \Delta_b$, где $\Delta_b = t_{\text{табл}} \cdot m_b$.

В рассматриваемой модели критерий Стьюдента составляет 6.364. Этот показатель соответствует условию правильности расчета, поскольку корень квадратный из фактического значения критерия Фишера должен в точности совпасть с фактическим значением критерия Стьюдента, что и достигается в расчетах. Случайная ошибка показателя b составляет 0.232536, а доверительный ин-

тервал по b представляет собой диапазон 0.994–1.966. Сведем полученные значения в табл. 7 для наглядности.

На основании проведенного исследования можно сделать следующий вывод. Реальная заработная плата существенно зависит от физического объема валового внутреннего продукта, зависимость линейная и представляет собой функцию вида $Y = -45.32 + 1.48X$. Здесь Y – реальная заработная плата в процентах к предыдущему году, X – физический объем валового внутреннего продукта в процентах к предыдущему году. Доверительный интервал по коэффициенту при физическом объеме ВВП представляет собой диапазон от 0.994 до 1.966.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цены в России. 2018: Стат. сб. / Росстат М. 2018. 142 с. [Электронный ресурс]. URL: <https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Cena-2018.pdf> (дата обращения: 12.03.2021)
2. Цены в России. Федеральная служба государственной статистики. Сборники: 2020 г. (стр. 98), 2014г. (стр. 103), 2008 г. (стр. 139), 2004 г. (стр. 138). Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс]. URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13239> (дата обращения: 12.03.2021)
3. Среднемесячная начисленная номинальная и реальная заработная плата работников организаций. Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс]. URL: https://rosstat.gov.ru/labor_market_employment_salaries (дата обращения: 12.03.2021)
4. Эффективность экономики России. Данные по ОКВЭД2. Индексы производительности труда в экономике Российской Федерации. Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс]. URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/11186> (дата обращения: 25.03.2021)
5. Валовой внутренний продукт. Годовые данные. Индексы физического объема, в % к предыдущему году. Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс]. URL: <https://rosstat.gov.ru/accounts> (дата обращения: 25.02.2021)
6. Фетисов В.Г., Величко Н.П., Рубцова С.В. Эконометрика: практикум. Шахты: ГОУ ВПО “ЮРГУЭС”, 2009. 82 с
7. Соболев Э.Н. Оплата труда в системе социально-трудовых отношений: стереотипы и российские реалии: Доклад. М.: Институт экономики РАН, 2017. 46 с.
8. Соболев Э.Н. Социальная политика в сфере труда: критерии эффективности и направления модернизации. Вестник Института экономики Российской академии наук, 2017 г., № 2. С. 32–46.

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta “MIFI”, 2021, vol. 10, no. 3, pp. 271–276

Application of the Least Squares Method for the Study of Factors Affecting the Average Nominal and Real Wages

Yu. V. Nikonorova^{a, #}

^a Volgodonsk Engineering Technical Institute, National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Volgodonsk, Rostovskaya oblast, 347360 Russia

[#] e-mail: nikonorova2009@mail.ru

Received July 7, 2021; revised July 8, 2021; accepted July 13, 2021

Abstract—The influence of a number of economic factors on the average nominal and real wages is considered using the least squares method. The functions of the assumed dependences are found explicitly, and the statistical significance of the constructed models is checked. The data of nominal and real wages from 2000 to 2020 are considered in connection with the average export prices for crude oil, the average labor productivity in the economy of the Russian Federation as a whole. The weak interrelation of these factors is proved. In addition, for the same period, data on real wages depending on the physical volume of gross domestic product are analyzed, linear regression coefficients between these indicators have been determined, and the statistical significance of the constructed equation has been proven.

Keywords: gross domestic product, nominal wages, real wages, average wholesale prices for crude oil, average labor productivity, the least squares method

DOI: 10.1134/S2304487X21030093

REFERENCES

1. *Tseny v Rossii. 2018: Stat. sb. Rosstat* [Prices in Russia. 2018: Stat. sat.]. Rosstat. Moscow., 2018, 142 p., p. 93. (in Russ.) Available at: <https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Cena-2018.pdf> (accessed: 12.03.2021)
2. *Tseny v Rossii. Federalnaya sluzhba gosudarstvennoy statistiki*. [Prices in Russia. Federal State Statistics Service]. Collections: 2020 (p. 98), 2014. (p. 103), 2008 (p. 139), 2004 (p. 138). Federal State Statistics Service. (in Russ.) Available at: <https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13239> (accessed: 12.03.2021)
3. *Srednemesyachnaya nachislennaya nominalnaya i realnaya zarabotnaya plata rabotnikov organizatsiy. Federalnaya sluzhba gosudarstvennoy statistiki*. [The average monthly accrued nominal and real wages of employees of organizations. Federal State Statistics Service]. Available at: https://rosstat.gov.ru/labor_market_employment_salaries (accessed: 12.03.2021)
4. *Effektivnost ekonomiki Rossii. Dannyye po OKVED2. Indeksy proizvoditelnosti truda v ekonomike Rossiyskoy Federatsii. Federalnaya sluzhba gosudarstvennoy statistiki*. [Efficiency of the Russian economy. Labor productivity indices in the economy of the Russian Federation. Federal State Statistics Service]. (in Russ.) Available at: <https://rosstat.gov.ru/folder/11186> (accessed: 25.03.2021)
5. *Valovoy vnutrenniy produkt. Godovyye dannyye. Indeksy fizicheskogo obyema. v % k predydushchemu godu. Federalnaya sluzhba gosudarstvennoy statistiki*. [Gross domestic product. Annual data. Physical volume indices, in % compared to the previous year. Federal State Statistics Service]. (in Russ.) Available at: <https://rosstat.gov.ru/accounts> (accessed: 25.02.2021)
6. Fetisov V.G., Velichko N.P., Rubtsova S.V. *Ekonometrika: praktikum* [Econometrica: practicum. Shakhty. GOU VPO "YURGUES", 2009. 82 p. (in Russian)
7. Sobolev E.N. *Oplata truda v sisteme sotsialno-trudovykh otnosheniy: stereotipy i rossiyskiye realii: Doklad*. [Remuneration of labor in the system of social and labor relations: stereotypes and Russian realities: Report]. Moscow. Institute of Economics of the Russian Academy of Sciences, 2017, 46 p. (in Russian)
8. Sobolev E.N. *Sotsialnaya politika v sfere truda: kriterii effektivnosti i napravleniya modernizatsii*. [Social policy in the field of labor: efficiency criteria and directions of modernization]. *Vestnik Instituta ekonomiki Rossiyskoy akademii nauk*, 2017, no. 2. pp. 32–46. (in Russian)