
**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА**

УДК 539.412, 539.1.09

**ОБРАТНОЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ
И ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ФОТОНОВ НА КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦАХ**

© 2021 г. Н. П. Калашников^{1,*}, А. С. Ольчак^{1,**}

¹ Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*e-mail: kalash@mephi.ru

**e-mail: asolchak@mephi.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.

После доработки 25.08.2021 г.

Принята к публикации 31.08.2021 г.

Эффект комптоновского рассеяния электромагнитных волн (фотонов) на свободных электронах известен с начала двадцатого столетия. При движении фотона навстречу быстрому электрону, он может рассеяться в обратном направлении, значительно увеличив свою энергию за счет потери ее электроном. В случае, когда рассеивающий электрон не свободен, но движется в монокристалле в режиме каналирования, роль рассеиваемого фотона могут выполнять периодические гармоники потенциала атомных плоскостей или осей, вдоль которых движется каналированный электрон. В сопутствующей системе отсчета, движущейся вместе с электроном с его продольной скоростью, эти гармоники воспринимаются как электромагнитные волны (эквивалентные фотоны), налетающие на электрон, совершающий финитное орбитальное или колебательное движение в усредненном потенциале атомной оси или плоскости. Результатом “обратного рассеяния эквивалентного фотона” становится реальный, наблюдаемый в лабораторной системе высокоэнергетический фотон. В силу дискретности энергетического спектра финитного движения каналированного электрона, спектр испускаемых фотонов тоже будет иметь дискретный, мультиплетный характер. Настоящая статья продолжает серию ранее опубликованных работ тех же авторов, в которых на основе смешанного квантово-классического подхода рассматриваются эффекты, связанные с электромагнитными процессами при прохождении быстрых заряженных частиц через кристаллические структуры. В данной статье подробно рассматривается кинематика обратного рассеяния фотонов и эквивалентных фотонов на ультрарелятивистских электронах, как в общем случае, так и при движении электрона в режиме каналирования. Предлагается расчет характерных частот и оценка интенсивности возникающего излучения.

Ключевые слова: когерентное взаимодействие, каналирование, монокристалл, электромагнитное излучение, метод эквивалентных фотонов, эффект Комптона, Рамановское рассеяние

DOI: 10.1134/S2304487X21040076

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что при движении фотона навстречу быстрому электрону, он может рассеяться в обратном направлении, отобрав значительную долю энергии у электрона [1–3]. В случае, когда рассеивающий электрон не свободен, но движется в монокристалле в режиме каналирования [4–7], роль рассеиваемого фотона могут выполнять периодические гармоники потенциала атомных плоскостей или осей, вдоль которых движется каналированный электрон. В сопутствующей системе отсчета, движущейся вместе с электроном с его продольной скоростью, эти гармоники воспринимаются как электромагнитные волны (эквивалентные фотоны), налетающие на нерелятивистский электрон, совершающий финитное орбитальное или колебательное движение в

усредненном потенциале атомной оси или плоскости. Результатом рассеяния эквивалентного фотона является реальный, наблюдаемый в лабораторной системе фотон с энергией, сопоставимой с энергией каналированного электрона (γ -квант). В силу дискретности энергетического спектра финитного движения электрона, спектр испускаемых фотонов тоже будет иметь дискретный характер.

В серии недавних статей [8–13] авторы уже рассматривали сходные эффекты, связанные с электромагнитными процессами при прохождении быстрых заряженных частиц через кристаллические структуры, на основе смешанного квантово-классического подхода. В этой статье мы подробно рассмотрим кинематику и основные характеристики процесса обратного Комптонов-

ского рассеяния при ультрарелятивистских энергиях как в общем случае, так и в случае, когда электрон движется в режиме каналирования.

1. КИНЕМАТИКА ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ФОТОНА НА СВОБОДНОМ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОМ ЭЛЕКТРОНЕ

Определим основные понятия и обозначения, которые будем использовать в дальнейших выкладках:

– ЛСО – лабораторная система отсчета, в которой ось OZ направлена строго навстречу налетающему фотону;

– ССО – сопутствующая система отсчета, движущаяся в ЛСО вдоль оси OZ со скоростью, равной продольной компоненте скорости электрона;

– $E_i, \mathbf{P}_i = (P_{iz}, \mathbf{P}_{irr})$ – энергия и импульс электрона в ЛСО до акта рассеяния. Импульс быстрого электрона, летящего вдоль оси OZ под небольшим углом $\theta_i \ll 1$ к этой оси, имеет релятивистскую продольную компоненту $P_{iz} \approx P_i$ и небольшую поперечную компоненту $\mathbf{P}_{irr}$, по абсолютной величине равную: $P_{irr} \approx P_{iz}\theta_i \approx P_i\theta_i \ll P_i$;

– $E_f, \mathbf{P}_f = (P_{fz}, \mathbf{P}_{fir})$ – энергия и импульс электрона в ЛСО **после** акта рассеяния. При ультрарелятивистских энергиях ($E_i, E_f \gg mc^2$, где m – масса электрона, c – скорость света в вакууме) угол θ_f между направлениями импульса электрона и осью OZ, а также его поперечный импульс $\mathbf{P}_{fir}$, останутся небольшими: $\theta_f \ll 1$, $P_{fir} \approx P_{fz}\theta_f \approx P_f\theta_f \ll P_f$;

– $\varepsilon_i = \hbar\omega_i$, $\varepsilon_f = \hbar\omega_f$ – энергии фотона в ЛСО до и после рассеяния соответственно. До рассеяния фотон летит строго против оси OZ, а после акта обратного рассеяния отлетает уже вдоль оси OZ под, возможно, небольшим углом к ней θ_f ;

– Лоренц-фактор $\gamma = E_i/mc^2$. В нашей задаче $\gamma \gg 1$.

В условиях, когда $E_i, E_f \gg mc^2$, $\theta_{if} \ll 1$, энергию электрона (как до, так и после рассеяния) можно представить как сумму трех разновеликих компонент:

$$E = ((mc^2)^2 + P_z^2 c^2 + P_{tr}^2 c^2)^{1/2} \approx P_z c (1 + \theta^2/2) + (mc^2)^2/2Pc = E_z + E_{tr} + m^2 c^3/2E \quad (1)$$

Энергии

$$E_z = P_z c = Pc \cos \theta \approx Pc(1 - \theta^2/2) = Pc - E_{tr} = E - m^2 c^3/2E - E_{tr} \quad (2)$$

$$E_{tr} = P_z c \theta^2/2 \approx Pc \theta^2/2 \quad (3)$$

можно интерпретировать как кинетические энергии продольного (оси OZ) и поперечного движений соответственно. Индексы i, f при углах,

энергиях и импульсах в формулах (1–3) для общности опущены, но они равно справедливы как с индексами i (до рассеяния), так и с индексами f (после рассеяния).

Кинематику обратного Комптоновского рассеяния фотона на свободном релятивистском электро-не определяют законы сохранения энергии и продольного импульса взаимодействующих частиц. Запишем их (в ЛСО), для рассматриваемого нами случая и используя введенные понятия и обозначения:

$$3.С.Э. \quad E_i + \hbar\omega_i = E_f + \hbar\omega_f \quad (4)$$

$$3.С.И. \quad cP_{zi} - \hbar\omega_i = cP_{zf} + \hbar\omega_f \cos \theta_f \quad (5)$$

Если применить разложение энергии электрона на компоненты (2, 3), учесть малость угла θ_f , явно учесть закон сохранения энергии (4) и пренебречь поправками $\sim 1/\gamma$ и меньшими, то закон сохранения продольного импульса (5) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} E_{zi} - m^2 c^4/2E_i - E_{tri} - \hbar\omega_i &= \\ = E_{zf} - m^2 c^4/2E_f - E_{if} + \hbar\omega_f \cos \theta_f &\Rightarrow \\ \hbar\omega_f \theta_f^2/2 + (m^2 c^4/2)(1/E_f - 1/E_i) &= \\ = 2\hbar\omega_i + (E_{tri} - E_{if}) &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$\hbar\omega_f (\theta_f^2 + m^2 c^4/E_f E_i) = 4\hbar\omega_i + 2(E_{tri} - E_{if}) \quad (6)$$

Соотношение (6) явно показывает, что энергия обратно рассеянного фотона $\hbar\omega_f$ в ЛСО будет во много раз (в γ^2 раз) больше энергии фотона начального $\hbar\omega_i$.

Если исходный фотон имеет энергию $\sim$ единиц электрон-вольт (оптический диапазон), то энергия обратно рассеянного фотона на электронах с энергией $\sim$ ГэВ ($\gamma \sim 10^3$) составит порядка МэВ, а при $\gamma \sim 10^4$ обратно рассеянные оптические фотоны способны отобрать у электрона практически всю его энергию (!). Имеет смысл подробнее рассмотреть несколько интересных частных случаев.

1. Обратное рассеяние оптического фотона ($\hbar\omega_i \ll mc^2$) в направлении прямо вперед ($\theta_f \ll 1/\gamma$) при сохранении поперечной энергии электрона ($(E_{tri} - E_{if}) \sim 0$). Выражение (6) сводится к виду:

$$\hbar\omega_f = 4\gamma^2 \hbar\omega_i / (1 + 4E\hbar\omega_i/m^2 c^4) < E_i. \quad (7)$$

Энергия обратно рассеянного фотона в ЛСО всегда меньше начальной энергии электрона (суммарная энергия, очевидно, всегда сохраняется), но примерно в γ^2 раз превышает энергию фотона начального, а при $\gamma \gg m^2 c^4/4\hbar\omega_i$ обратно рассеянный фотон способен отобрать у электрона почти всю его энергию.

2. Рассеяние без изменения поперечной энергии электрона ($(E_{ir} - E_{rf}) = 0$), когда угол вылета фотона превышает величину обратного Лоренц-фактора ($\theta\gamma \gg 1/\gamma$).

В этом случае выражение (6) сводится к виду, который можно обобщить на случай любых углов вылета рассеянного фотона:

$$\hbar\omega\theta\gamma^2 = 4\hbar\omega_i \Rightarrow \hbar\omega_f = 2\hbar\omega_i/(1 - \cos\theta\gamma) \quad (8)$$

Отметим, что согласно (8), если фотон продолжает лететь против оси OZ ($\theta\gamma = \pi$), то его энергия остается равной начальной: то есть, рассеяния просто не произошло.

3. Отдельно отметим случай, когда поперечная энергия электрона уменьшается $\Delta E_{ir} = (E_{ir} - E_{rf}) > 0$, а энергия начального фотона пренебрежимо мала. В этом случае кинематическая формула (6) фактически дает известное выражение для частот фотонов, излучаемых при спонтанных переходах между состояниями с разной поперечной энергией. Для свободных электронов такой процесс запрещен, поскольку не будет сохраняться поперечная компонента импульса, что невозможно. Но для каналированных электронов сохранение поперечного импульса не является обязательным требованием и подобные процессы возможны.

Вывод: рассмотренная нами кинематика комптоновского рассеяния в частном случае исчезающе малой энергии начального фотона дает правильное выражение для энергий фотонов, испускаемых в результате спонтанных переходов между каналированными состояниями [4–7, 14, 15]: $\hbar\omega_f = 2\Delta E_{ir}/(\theta\gamma^2 + m^2c^4/E_f E_i)$.

2. ОСОБЕННОСТИ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ФОТОНА НА КАНАЛИРОВАННОМ ЭЛЕКТРОНЕ

Поскольку продольная компонента волновой функции каналированного электрона остается плоской волной, законы сохранения (4–5) справедливы и для каналированной частицы. Справедливым остается и соотношение (6), являющееся прямым следствием законов сохранения (4–5). Однако, у электрона в режиме каналирования присутствуют важные особенности:

– Поперечные энергии связанных (каналированных) состояний дискретны. Соответственно дискретны и величины изменения поперечной энергии при переходах между каналированными состояниями $\Delta E_{ir} = (E_{ir} - E_{rf})$. Как следствие, при рассеянии фотона на заданный угол, частоты фотонов, рассеянных на каналированном электро-не, тоже будут дискретны (см. (6)).

– При каналировании электрона в монокристалле, роль встречного пучка фотонов могут играть периодические неоднородности потенциала

атомной оси или плоскости, вдоль которых движется электрон (!).

Действительно, потенциал периодической цепочки атомов, расположенных вдоль оси OZ с периодом a , как любую периодическую функцию, всегда можно представить в виде суммы гармоник с периодами, кратными a (ряд Фурье):

$$U(z, \rho) = U_0(\rho) + \sum_{k=1}^{\infty} U_k(\rho) \cos(2\pi k z/a). \quad (9)$$

Нулевая гармоника $U_0(\rho)$ ряда (9), как известно еще из пионерских работ Й. Линдхарда [1], соответствует усредненному непрерывному вдоль OZ осевому потенциалу. Эффект каналирования традиционно описывается именно как связанное движение в непрерывном усредненном потенциале. Гармониками (9) от первой и выше при этом, как правило, пренебрегают. Однако, в реальности эти гармоники присутствуют, причем их амплитудные потенциалы $U_k(\rho)$ могут быть сопоставимы по величине с усредненным потенциалом. По крайней мере, это так для первых гармоник $U_1(\rho)$, $U_2(\rho)$..., чтобы ряд (9) правильно соответствовал потенциалу цепочки атомов, флуктуирующему от нуля до экстремума с периодом a .

Взаимодействие электрона с k -й потенциальной гармоникой (9) в ССО можно описать, как взаимодействие совершающего финитное поперечное движение электрона с плоской электромагнитной волной, имеющей длину волны $\lambda = a/k\gamma$. Лоренц-фактор γ появляется в знаменателе за счет эффекта Доплера. В ЛСО “электромагнитная волна”, соответствующая первой гармонике потенциала цепочки атомов, будет просто иметь длину $\lambda = a$, совпадающую с периодом расположения атомов в цепочке. На квантовом языке волнам — гармоникам в ЛСО соответствуют потоки эквивалентных фотонов с энергиями

$$\hbar\omega_k = 2\pi\hbar c/\lambda = 2\pi\hbar c k/a; \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

Типичные периоды кристаллических решеток a составляют единицы Ангстрем. Соответственно, энергии эквивалентных фотонов (10) с малыми k составляют единицы кэВ. На фоне таких “рентгеновских” энергий, энергиями переходов между каналированными состояниями ΔE_{ir} , составляющими в ЛСО единицы или доли эВ, в формуле (6) можно смело пренебречь и применять для расчета энергий “рассеянных” реальных фотонов $\hbar\omega_f$ формулы (7), (8), конкретизированные для взаимодействия с периодическим потенциалом

$$\hbar\omega_f = 8\pi\gamma^2\hbar c k/a(1 + \pi\gamma^2\hbar c k/am^2c^4) < E_i, \quad (11) \\ \text{при } \theta_f \ll 1/\gamma$$

$$\hbar\omega_f = 4\pi\hbar c k/a(1 - \cos\theta\gamma), \quad \text{при } \theta\gamma \gg 1/\gamma \quad (12)$$

Отметим, что спектры такого Рамановского излучения будут дискретны, а при не слишком

больших величинах γ , или при достаточно больших углах излучения $\theta\gamma$, спектральные линии, соответствующие разным номерам гармоник $k = 1, 2, 3, \dots$, будут располагаться эквидистантно или почти эквидистантно (12) и иметь энергии от единиц кэВ (при $\theta\gamma \gg 1/\gamma$) до многих МэВ (при $\theta\gamma \ll 1/\gamma$).

В принципе, для такого излучения пребывание электрона именно в режиме каналирования (в связанном состоянии) совершенно не обязательно. Излучение возникает при взаимодействии электрона с периодическими неоднородностями кристаллической структуры и должно наблюдаться при прохождении электронного пучка вдоль плотноупакованного кристаллографического направления, даже если захвата в режим каналирования не произошло.

3. ТОНКАЯ СТРУКТУРА СПЕКТРА РАМАНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛУЧАЕ ПЛОСКОСТНОГО КАНАЛИРОВАНИЯ

Захват частицы в режим осевого каналирования происходит, если электрон влетает в кристалл под малым углом $\theta < \theta_L$ к определенному кристаллографическому направлению (и соответствующим цепочкам атомов). Величина критического для захвата в режим каналирования угла (угла Линдхарда θ_L [4]) определяется глубиной усредненного потенциала каналирования U_0 (амплитудным значением нулевой гармоники в (9)) и составляет: $\theta_L = (2U_0/E_i)^{1/2}$. Если частица движется под углом $\theta_0 > \theta_L$ к некоторому осевому направлению, но при этом имеет малый угол отклонения $\theta_0 < \theta_L$ от кристаллической плоскости, составленной из параллельных цепочек атомов этого самого осевого направления, то она не будет захвачена в режим осевого каналирования, но имеет шанс попасть в режим каналирования плоскостного. При этом потенциалы цепочек, из которых составлена плоскость каналирования, создадут периодические отклонения от усредненного потенциала плоскости, с периодом заметно большим, чем типичные межатомные расстояния a в кристалле и равным $a^* = a/\sin\theta_0$. Интересен случай, когда выполняется условие: $1 \gg \theta_0 > \theta_L$ и $a^* \sim a/\theta_0 \gg a$. Величины энергий эквивалентных фотонов, соответствующих взаимодействию электрона с такими “длинноволновыми” неоднородностями будут заметно меньше и могут при достаточно малых θ_0 быть близки по величине к расстояниям между энергетическими поперечными уровнями каналированного движения ΔE_{tr} . В этом случае величины ΔE_{tr} отбрасывать из формулы (6) не следует. В результате спектры излучения будут состоять из мультиплетов, соответствующих разным номерам гармоник k и включающих линии, соответствующие разным

дискретным значениям изменений поперечной энергии электрона ΔE_{tr} .

$$\hbar\omega_f = (4\pi\hbar ck\theta_0/a + \Delta E_{tr})/(1 - \cos\theta\gamma). \quad (13)$$

Для наблюдения мультиплетной структуры уровней (13) режим каналирования является обязательным.

ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что в спектрах электромагнитного излучения, возникающего при прохождении релятивистских электронов вдоль кристаллографических осей или плоскостей, должны присутствовать несколько разных дискретных составляющих, имеющих разную природу. Это:

— спектральные линии, соответствующие спонтанным переходам между связанными каналированными состояниями (т.н. излучение при каналировании [4–8, 14, 15]);

— значительно более жесткие эквидистантные линии, соответствующие излучению Рамановского типа (11), (12), рассмотренного в данной статье, которые при плоскостном каналировании под относительно небольшими углами к атомным осям могут распадаться на мультиплеты с отдельными линиями, для которых дискретным было не только изменение продольного импульса, но и изменение поперечной энергии.

В следующей публикации авторы планируют предложить оценку интенсивности излучения Рамановского типа.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках Программы “ПРИОРИТЕТ 2030”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Weizsacker C.Zs.* // Z. Phys. 1934. V. 88. P. 612–625.
2. *Williams E.* // Phys. Rev. 1934. V. 45. P. 729; Kgl. Dansk. Vid. Selsk. 1935. V. 13. P. 4.
3. *Ахуезер А.И., Шульга Н.Ф.* Электродинамика высоких энергий в веществе. М.: ГРФМЛ. Наука, 1993. 344 с.
4. *Линдхард Й.* Влияние кристаллической решетки на движение быстрых заряженных частиц // УФН. 1969. Т. 99. № 2. С. 249–296.
5. *Калашников Н.П.* Когерентные взаимодействия заряженных частиц в монокристаллах. М.: Атомиздат, 1981. 224 с.
6. *Барышевский В.Г.* Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск: Изд. БГУ им. В.И. Ленина, 1982. 256 с.
7. *Воробьев С.А.* Каналирование электронных пучков. М.: Энергоатомиздат, 1984. 96 с.

8. Kalashnikov N.P., Olchak A.S., Khangulian E.V. Radiation from Channeling Electrons, Stimulated by Laser Beam // NIM B, 2013. V. 309. P. 67–69.
9. Kalashnikov N.P., Olchak A.S. Resonance Capture of Electrons and Positrons in the Axial Channeling Mode at a Crystal Surface / Journal of Surface Investigation, 2017. 11, 3, Q3, 646–649.
<https://doi.org/10.1134/S1027451017030284>
10. Kalashnikov N.P., Olchak A.S. On the Reflection and Diffraction of Hard Gamma Quanta at the Crystal Surface // Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques, 2018. V. 12, № 2, Q3, 317–321.
<https://doi.org/10.1134/S102745101706009X>
11. Zagainov V.A., Kalashnikov N.P., Olchak A.S. // Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques, 2020. V. 14. № 2. Q3, 312–315.
<https://doi.org/10.1134/S1027451020020391>
12. Kalashnikov N.P., Olchak A.S. Relativistic electron energy conversion in one photon in crystals // Journal of Instrumentation, 2020. 15, 1, Q2
<https://doi.org/10.1088/1748-0221/15/01/C01041>
13. Калашников Н.П., Матягина А.Н., Ольчак А.С. Взрыв металлического снаряда при соударении с преградой // Вестник НИЯУ МИФИ, 2018. Т. 7. № 5. 371–375.
14. Andersen J.U., Bonderup E., Loegsgaard E. et al. NIM. 1982. V. 194. P. 209–224.
15. Калашников Н.П., Мамонов М.Н., Ольчак А.С., Стриханов М.Н. Заселенности зон и параметры излучения плоскоканализированных электронов // Физика твердого тела, 1983. Т. 25. № 1. С. 190–197.

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta "MIFI", 2021, vol. 10, no. 4, pp. 289–294

Inverse Compton Scattering of Photons and Equivalent Photons by Channeled Particles

N. P. Kalashnikov^{a,*} and A. S. Olchak^{a,##}

^a National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409, Russia

*e-mail: kalash@mephi.ru,

##e-mail: asolchak@mephi.ru

Received August 24, 2021; revised August 25, 2021; accepted August 31, 2021

Abstract—The Compton scattering effect of electromagnetic waves (photons) by free electrons has been known since the beginning of the 20th century. A photon moving towards a fast electron can be scattered in the opposite direction, significantly increasing its energy due to the loss of it by the electron. When the scattering electron is not free, but moves in a single crystal in the channeling mode, periodic harmonics of the potential of atomic planes or axes along which the channeled electron moves can serve as the scattered photon. In the so-called accompanying reference system moving at the velocity, equal to the longitudinal component of the channeled particle velocity, these harmonics can be considered as electromagnetic waves (equivalent photons) interacting with the electron making finite orbital or oscillatory motion in the averaged potential of the atomic axis or plane. The result of equivalent photon backscattering is a real photon, observable as a high-energy photon in the laboratory system. Due to the discreteness of the transversal motion energy spectrum of the channeled electron, the emitted photon spectrum will also be discrete. This work continues a series of our previous studies [3–5] of effects associated with electromagnetic processes during the passage of the fast charged particles through crystal structures within a mixed quantum–classical approach. The backscattering kinematics of photons and equivalent photons by the ultrarelativistic electrons has been analyzed in detail in the general case and in the channeling mode. The characteristic frequencies have been calculated and the intensity of the resulting radiation has been estimated.

Keywords: coherent interaction, channeling, single crystal, electromagnetic radiation, equivalent photon method, Compton effect, Raman scattering, quantum mechanics, gamma radiation

DOI: 10.1134/S2304487X21040076

REFERENCES

1. Weizsacker C.Zs. *Z. Phys.* 1934. vol. 88, pp. 612–625.
2. Williams E. *Phys. Rev.* 1934. vol. 45, p. 729; Kgl. Dansk. Vid. Selsk, 1935, vol. 13. P. 4.
3. Akhiezer A.I., Shulga N.F. *Elektrodinamika vysokih energij v veshchestve*. [High Energy Electrodynamics in Matter]. Moscow, Nauka Publ, 1993. 344 p.
4. Lindhard J. *Vliyanie kristallicheskoj reshetki na dvizhenie bystrykh zaryazhennykh chastic*. [Effect of the crystal lattice on the motion of fast charged particle]. Achievements of physical sciences, 1969, vol. 99. no 2, pp. 249–296.
5. Kalashnikov N.P. *Kogerentnye vzaimodejstviya zaryazhennykh chastic v monokristallakh* [Coherent Interac-

- tions of Charged Particles in Single Crystals]. Moscow, Atomizdat Publ, 1981. 224 p.
6. Baryshevskii V.G. *Kanalirovanie, izluchenie i reakcii v kristallah pri vysokih energiiah*. [Channeling, Radiation and Reactions in Single Crystal at High Energies]. Minsk, Izd. BGU im. V.I. Lenina Publ, 1982, 256 p.
 7. Vorobyov S. *Kanalirovanie elektronnykh puchkov* [Channeling of electron beams], Moscow, Energoatomizdat Publ. 1984. 96 p.
 8. Kalashnikov N.P., Olchak A.S., Khangulian E.V. Radiation from Channeling Electrons, Stimulated by Laser Beam. *NIM B*, 2013. vol. 309, pp. 67–69.
 9. Kalashnikov N.P., Olchak A.S. Resonance Capture of Electrons and Positrons in the Axial Channeling Mode at a Crystal Surface. *Journal of Surface Investigation*, 2017, 11, 3, Q3, 646–649. <https://doi.org/10.1134/S1027451017030284>
 10. Kalashnikov N.P., Olchak A.S. On the Reflection and Diffraction of Hard Gamma Quanta at the Crystal Surface. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 2018, vol. 12, no. 2, Q3, 317–321. <https://doi.org/10.1134/S102745101706009X>
 11. Zagainov V.A., Kalashnikov N.P., Olchak A.S. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 2020, vol. 14, no. 2, Q3, 312–315. <https://doi.org/10.1134/S1027451020020391>
 12. Kalashnikov N.P., Olchak A.S. Relativistic electron energy conversion in one photon in crystals. *Journal of Instrumentation*, 2020, 15, 1, Q2. <https://doi.org/10.1088/1748-0221/15/01/C01041>
 13. Kalashnikov N.P., Matyatina A.N., Olchak A.S. Vzryv metallichesкого snaryada pri soudarenii s pregradoj. [The explosion of a metal projectile when it collides with an obstacle]. *Vestnik NIYaU MIFI*, 2018, vol. 7, no. 5, 371–375.
 14. Andersen J.U., Bonderup E., Loegsgaard E. et al. *NIM*. 1982, v. 194. pp. 209–224.
 15. Kalashnikov N.P., Mamonov M.N., Olchak A.S., Strikhanov M.N. Zaselennosti zon i parametry izlucheniya ploskokanalirovannykh elektronov. [The population of zones and the parameters of the radiation of flat-channel electrons]. *Solid State Physics* (in Russian), 1983, vol. 25, no 1, pp. 190–197.