

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.23

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ДЛЯ  
НАХОЖДЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ  
ДИНАМИКУ ЦЕНЫ БИТКОИНА И ЦЕНЫ АКЦИЙ МММ

© 2021 г. Ю. В. Никонорова<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> Волгодонский инженерно-технический институт НИЯУ МИФИ, г. Волгодонск, Ростовская обл., 347360, Россия

\*e-mail: nikonorova2009@mail.ru

Поступила в редакцию 23.08.2021 г.

После доработки 24.08.2021 г.

Принята к публикации 31.08.2021 г.

В работе при помощи метода наименьших квадратов проверены гипотезы о параболическом виде функции цены криптовалюты биткоин и цены акций финансовой пирамиды МММ. Найдены коэффициенты этих функций в явном виде, проведена проверка статистической значимости построенных моделей при помощи индексов корреляции, детерминации, Фишера. Доказана адекватность найденных регрессий. Дан краткий обзор операций с криптовалютой биткоин и истории финансовой пирамиды МММ. Проанализированы ежемесячные данные в долларах США цены биткоина за 11 лет и цены акций МММ за 31 год. Информация для исследования была взята с сайта информационного портала биржевого рынка Investing.com. В работе приведены в табличном виде ежемесячные данные котировок криптовалюты в долларах США за 2010–2021 годы, а также графики, иллюстрирующие динамику цен биткоина и акций МММ. Кроме фактических данных на рисунках приведены параболы, найденные методом наименьших квадратов. Для исследования поведения цены криптовалюты первоначально рассматривался почти весь период существования биткоина, а именно с 2010 года. Количество анализируемых наблюдений 133. Во втором этапе исследования период был сдвинут до 2017 года. Количество наблюдений в этом случае снижено до 57. Диапазон исследования цены акций МММ с 1990 года по 2021 год, временной ряд построен по 376 ежемесячным данным.

*Ключевые слова:* криптовалюта, биткоин, акции МММ, временной ряд, метод наименьших квадратов, нелинейная регрессия, парабола, регрессионный и корреляционный анализ, пакет аналитических вычислений Maple, Excel

DOI: 10.1134/S2304487X21040106

Одним из интереснейших экономических феноменов последнего десятилетия является криптовалюта биткоин. В платежной системе Bitcoin производятся операции купли-продажи, в биткоин-кошельках, как на банковских счетах, содержатся сбережения в этой валюте. Операции купли-продажи производятся на биткоин-биржах, таких как GDAX или BitStamp, но также эту валюту можно купить напрямую у держателей биткоина – через торговые площадки и интернет-аукционы. Оплату при этом можно произвести наличными, безналично через кредитные и дебетовые карточки или другие криптовалюты [1]. Курс биткоина ежедневно меняется, но в долгосрочной перспективе цена валюты растет, причем нелинейно. Если посмотреть на график цены биткоина в долларах США за период с 2010 по 2021 год, то можно предположить, что цена этой криптова-

люты описывается параболической функцией. Возник интерес проверить эту гипотезу при помощи метода наименьших квадратов для такой нелинейной регрессии. Расчеты проводились в программе Excel и системе аналитических вычислений Maple.

Данные о ежемесячной цене биткоина были взяты с сайта крупнейшего международного информационного портала биржевого рынка Investing.com (табл. 1). Этот портал дает следующие определения криптовалюты и ее производства (майнинга): “Биткоин – это децентрализованная цифровая валюта одноименной платежной системы, где пользователи осуществляют операции самостоятельно, без централизованного контроля и посредников. Сеть Bitcoin основана на публичном коллективном регистре, который называется

**Таблица 1.** Котировки криптовалюты Bitcoin в долларах США за 2010–2021 годы

Год	Янв.	Февр.	Март	Апр.	Май	Июнь	Июль	Авг.	Сент.	Окт.	Нояб.	Дек.
10								0.1	0.1	0.2	0.2	0.3
11	0.5	0.9	0.8	3.5	8.7	16.1	13.4	8.2	5.1	3.3	3.0	4.7
12	5.5	4.9	4.9	4.9	5.2	6.7	9.4	10.2	12.4	11.2	12.6	13.5
13	20.4	33.4	93.0	139.2	128.8	97.5	106.2	141.0	141.9	211.2	1205.7	805.9
14	938.8	573.9	444.7	445.6	627.9	635.1	589.5	481.8	388.2	337.9	374.9	318.2
15	218.5	254.1	244.1	235.8	229.8	264.1	283.7	229.5	235.9	311.2	378.0	430.0
16	369.8	436.2	415.7	448.5	528.9	670.0	621.9	573.9	608.1	698.7	742.5	963.4
17	965.5	1189.3	1079.1	1351.9	2303.3	2480.6	2883.3	4735.1	4360.6	6451.2	9946.8	13850.4
18	10265.4	10334	6938.2	9245	7502.6	6398.9	7729.4	7033.8	6635.2	6365.9	4039.7	3709.4
19	3437.2	3816.6	4102.3	5321	8558.3	10818.6	10082.0	9594.4	8284.3	9152.6	7546.6	7196.4
20	9349.1	8543.7	6412.5	8629	9454.8	9135.4	11333.4	11644.2	10776.1	13797.3	19698.1	28949.4
21	33108	45164	58764	57720	37298.6	35026.9	41553.7	47651.7				

“блокчейн”. В блокчейне регистрируются все когда-либо проведенные транзакции, благодаря чему пользовательский компьютер может подтвердить достоверность любой транзакции. Майнинг – это процесс использования вычислительных мощностей компьютера для обеспечения защиты от повторного расходования одних и тех же биткоинов в разных транзакциях и для генерации в системе новых биткоинов” [1].

Первоначально расчеты проводились для временного ряда, содержащего 133 значения ежемесячной цены биткоина. Метод наименьших квадратов (1) для нахождения коэффициентов параболы вида  $Y = a + bX + cX^2$  представлен ниже:

$$\begin{cases} 749558.2 = 133a + 8911b + 793079c \\ 87226477 = 8911a + 793079b + 79405921c \\ 10388826949.2 = 793079a + 79405921b + 8480393747c \end{cases} \quad (2)$$

Решение системы (2) было получено при помощи программы Maple. Оно представляет собой следующее:  $a = 5516.26$ ,  $b = -368.025$ ,  $c = 4.155$ . Тогда функция, предположительно описывающая цену биткоина, представляет собой выражение (3):

$$Y = 5516.26 - 368.025X + 4.155X^2 \quad (3)$$

Здесь  $X$  – номер месяца с августа 2010 года,  $Y$  – цена биткоина.

Полученные значения коэффициентов регрессии были проверены на статистическую зна-

$$\text{МНК: } \begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = n \cdot a + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i + c \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) = a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \cdot \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i^2) = a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \cdot \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{cases} \quad (1)$$

В модели в качестве независимой переменной  $X$  выступает номер месяца, а зависимой переменной  $Y$  – цена биткоина. Месяцы нумеровались с 1 до 133 с начала периода наличия официальных данных на биржевом портале Investing.com [1], а именно, с августа 2010 года по август 2021 года. Предварительные расчеты в программе Excel позволили получить следующую систему линейных уравнений (2):

чимостью при помощи ряда критериев, рассчитанных в программе Excel. Была измерена сила (теснота) нелинейной регрессионной связи между переменными  $X$  и  $Y$  с помощью индекса корреляции, который рассчитывается по формуле (4). В этой формуле  $\hat{y}_i$  – теоретическое значение результирующего признака,  $y_i$  – фактическое значение зависимой переменной, а  $\bar{y}$  – его среднее значение [3, 6]. Этот индекс показал, что связь между переменными тесная, поскольку расчетный показатель корреляции (5) получился больше, чем 0.7.

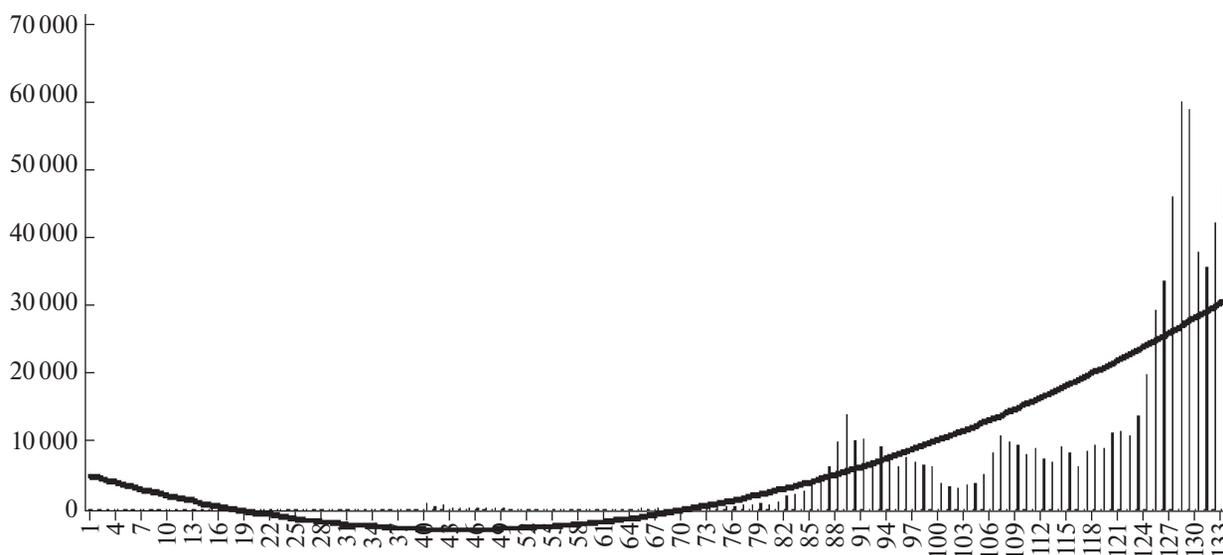


Рис. 1. Ежемесячная цена биткоина в долларах США за 2010–2021 годы.

$$\rho = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (4)$$

$$\rho = \sqrt{1 - \frac{5374836875.15}{16350932724.90}} = 0.819 \quad (5)$$

Вклад независимой переменной  $X$  в формирование значений  $Y$  оценивался с помощью коэффициента детерминации  $R^2$ , который принимает значение от 0 до 1. Чем ближе значение  $R^2$  к единице, тем лучше  $X$  описывает изменчивость  $Y$ . Коэффициент детерминации рассчитывается по формуле (6), обозначения составляющих формулы такие же, как и у индекса корреляции (4). У адекватной модели этот коэффициент должен быть больше, чем 0.7. Расчетный коэффициент детерминации  $R^2$  оказался близким к нижней границе выполнения этого критерия, но недостаточным для статистически значимой модели (7).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (6)$$

$$R^2 = \frac{10974227488.37}{16350932724.90} = 0.671 \quad (7)$$

На рисунке 1 можно увидеть возможную причину несовершенства модели. Примерно до месяца с номером 70 цена биткоина меняется мало и

относительно мала по отношению к значению цен в последующее время. Поэтому было принято решение в качестве начала периода взять декабрь 2016 года. В этот месяц цена биткоина впервые резко подскочила (с 742.5 доллара до 963.4 доллара). Вместо 133 наблюдений были проанализированы 57. Период: с декабря 2016 по август 2021 года.

Расчеты в программе Excel позволили получить систему МНК (8):

$$\begin{cases} 730678.1 = 57a + 1653b + 63365c \\ 30646153.4 = 1653a + 63365b + 2732409c \\ 1448512316.2 = 63365a + 2732409b + 125678141c \end{cases} \quad (8)$$

Решение системы (8), полученное при помощи программы Maple, имеет вид:  $a = 10041.081$ ,  $b = -912.228$ ,  $c = 26.296$ . Соответственно, функция цены биткоина  $Y$ , где  $X$  – номер месяца с декабря 2016 года, представляет собой выражение (9):

$$Y = 10041.081 - 912.228X + 26.296X^2 \quad (9)$$

Проверка этого уравнения регрессии посредством коэффициентов корреляции и детерминации показала статистическую значимость модели. Индекс корреляции (4) получился равным 0.85, а детерминации (6) оказался равен 0.724. Оба значения укладываются в нужный диапазон этих коэффициентов (от 0.7 до 1). Также проверка адекватности модели проводилась с помощью критерия Фишера. F-критерий Фишера определяется по формуле (10). Здесь  $n$  – число единиц совокупности (наблюдений);  $m$  – число параметров при переменных в уравнении регрессии. Производилось сравнение фактического (расчетного) и критического (табличного) значений F-крите-

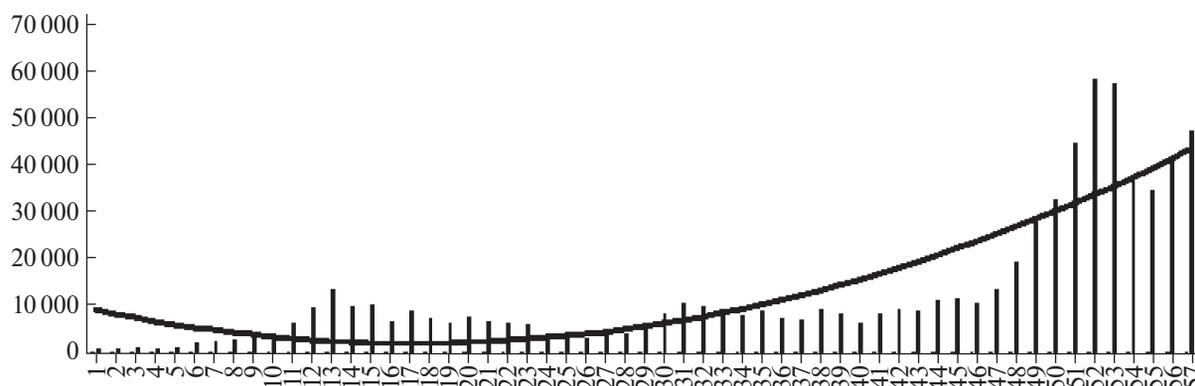


Рис. 2. Ежемесячная цена биткоина в долларах США за 2017–2021 годы.

рия Фишера. Расчетное значение критерия Фишера оказалось равным 70.7 (11), а табличное со степенями свободы 2 и 54 равно 3.18 при уровне значимости 0.05 [2, 112]. Поскольку расчетное значение больше, чем табличное, то это свидетельствует о статистической значимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи [3, 6].

$$F_{\text{расч}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} \quad (10)$$

$$F_{\text{расч}} = \frac{8104105216.61}{3094331362.91} \cdot \frac{54}{2} = 70.7134483 \quad (11)$$

График, соответствующий регрессии (9), представлен на рисунке 2.

Аналогичное исследование с применением метода наименьших квадратов для параболической функции можно провести для нахождения функции цены акций финансовой пирамиды MMM. Несмотря на то, что в России MMM прекратила свою работу, за рубежом финансовая пирамида продолжает существовать до сих пор. Относительно судьбы этой организации Википедия говорит следующее: “В начале 2014 года была запущена “социально-финансовая сеть” MMM Global Republic of Bitcoin с доходностью 100% в месяц. Оказание “помощи” и ее получение производились исключительно через систему “Биткоин”. 8 апреля 2016 года Мавроди объявил о за-

крытии данного проекта, но остались национальные проекты (например, “MMM Южная Африка”, “MMM China”, “MMM JAPAN”, “MMM Global USA”) с доходностью 30% в месяц... В декабре 2016 года в Нигерии сайт MMM занял 5-е место по популярности... В декабре 2017 года Сергей Мавроди объявил о запуске собственной криптовалюты Mavro” [4]. Сайт биржевого рынка Investing.com предоставляет данные о цене акций MMM за все годы существования этой финансовой пирамиды [5]. График временного ряда цены акций в долларах США показывает, что цена растет нелинейно, напоминая по форме параболу. Как и в предыдущем исследовании были проанализированы ежемесячные данные цены. Но диапазон исследования был больше – с 1990 года по 2021 год. Временной ряд был построен по 376 ежемесячным данным. В работе при помощи метода наименьших квадратов (1), а также при помощи программ Maple и Excel были найдены в явном виде коэффициенты этой параболы. Она представляет собой функцию (12):

$$Y = 25.1699 + 0.0028X + 0.001243X^2 \quad (12)$$

В этой функции независимой переменной  $X$  выступает номер месяца, начиная с января 1990 года, а зависимой переменной  $Y$  – цена акции MMM. Предварительными расчетами в Excel была получена следующая система линейных уравнений (13), которая была решена при помощи программы Maple.

$$\begin{cases} 31776.62 = 376a + 70876b + 17789876c \\ 8078237.94 = 70876a + 17789876b + 5023407376c \\ 2342669462 = 17789876a + 5023407376b + 1513046743676c \end{cases} \quad (13)$$

Решение системы (коэффициенты параболы):  
 $a = 25.1699$ ,  $b = 0.0028$ ,  $c = 0.001243$ .

Корреляционный анализ показал статистически значимую построенного уравнения, по-



Рис. 3. Ежемесячная цена акций МММ в долларах США за 1990–2021 годы.

сколько коэффициент корреляции составил 0.9417, а коэффициент детерминации 0.8868. Также высокое качество уравнения регрессии показало расчетное значение коэффициента Фишера: 1461.163 против табличного значения 3.03 при уровне значимости 0.05 [2, 112]. Проведенный анализ свидетельствуют о статистической значимости уравнения (12), представляющего собой функцию цены акции МММ [6, 93]. График регрессии представлен на рисунке 3.

В качестве основного результата работы можно привести следующее:

1) Временному ряду цены биткоина можно сопоставить функцию  $Y = 10041.081 - 912.228X + 26.296X^2$ , где  $X$  – номер месяца с декабря 2016 года,  $Y$  – цена криптовалюты;

2) Цене акций МММ соответствует парабола  $Y = 25.1699 + 0.0028X + 0.001243X^2$ , где  $X$  – номер месяца с января 1990 года,  $Y$  – цена акции МММ.

На основании проведенных расчетов можно сделать вывод о необходимости применения метода наименьших квадратов для исследования экономических процессов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биткоин. Криптовалюты. Сайт Investing.com. URL: <https://ru.investing.com/crypto/bitcoin/historical-data> (дата обращения: 13.08.2021)
2. Иишханян М.В., Карпенко Н.В. Эконометрика. Часть 1. Парная регрессия. Москва: МГУПС (МИИТ), 2016, 117 с.
3. Фетисов В.Г., Величко Н.П., Рубцова С.В. Эконометрика: практикум. Шахты: ГОУ ВПО ЮРГУЭС, 2009, 82 с.
4. МММ. Википедия. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/МММ> (дата обращения: 14.03.2021)
5. 3M Company (МММ). Сайт Investing.com. URL: <https://ru.investing.com/equities/3m-co-historical-data> (дата обращения: 10.03.2021)
6. Никонорова Ю.В., Мельникова С.И. Исследование динамики изменения цены акций финансовой пирамиды МММ эконометрическими методами. Сборник тезисов XI Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых “Студенческая научная весна-2021”, Волгодонск: ВИТИ НИЯУ МИФИ, 2021, в 2 ч. Ч. II, 168 с. С. 93–95.

## Application of the Least Squares Method to Find Parabolic Functions Describing the Dynamics of the Bitcoin and the MMM Stock Prices

Yu. V. Nikonorova<sup>a, #</sup>

<sup>a</sup> *Volgodonsk Engineering Technical Institute, National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Volgodonsk, Rostovskaya oblast, 347360 Russia*

<sup>#</sup> *e-mail: nikonorova2009@mail.ru*

Received August 23, 2021; revised August 24, 2021; accepted August 31, 2021

**Abstract**—The hypotheses about the parabolic form of the function of the price of the bitcoin cryptocurrency and the price of shares of the MMM financial pyramid are tested using the least squares method. The coefficients of these functions are found in an explicit form. The statistical significance of the constructed models is checked using the correlation, determination, and Fisher indices. The adequacy of the found regressions has been proved. A brief overview of operations with the bitcoin cryptocurrency and the history of the MMM financial pyramid is given. The monthly data in US dollars of the bitcoin price for 11 years and the price of MMM shares for 31 years taken from the website of the information portal of the stock market Investing.com have been analyzed. The monthly data of cryptocurrency quotes in US dollars for 2010–2021 are given in the tabular form together with plots illustrating the dynamics of prices for bitcoin and MMM shares. In addition to the actual data, the figures show parabolas found by the least squares method. To study the behavior of the price of cryptocurrency, almost the entire period of the existence of bitcoin, namely from 2010, is initially considered. The number of analyzed observations is 133. In the second stage of the study, the period has been shifted to 2017. The number of observations in this case is reduced to 57. The price of MMM shares from 1990 to 2021 is analyzed and the time series is built on 376 monthly data.

**Keywords:** Cryptocurrency, Bitcoin, MMM shares, time series, least squares method, nonlinear regression, parabola, regression and correlation analysis, Maple analytical computing package, Excel

DOI: 10.1134/S2304487X21040106

### REFERENCES

1. Bitcoin. Kriptovalyuty. Website Investing.com. [Bitcoin. Cryptocurrencies]. Available at: <https://ru.investing.com/crypto/bitcoin/historical-data> (accessed 13.08.2021)
2. Ishkhanyan M.V., Karpenko N.V. *Econometrica. Chast' 1. Parnaya regressiya [Econometrica. Part 1. Pair regression]*. Moscow, 2016, 117 p. (in Russian)
3. Fetisov V.G., Velichko N.P., Rubtsova S.V. *Ekonometrika: praktikum [Econometrica: practicum]*. Shakhty, 2009, 82 p. (in Russian)
4. MMM. Wikipedia. [MMM. Wikipedia]. Available at: <https://ru.wikipedia.org/wiki/MMM> (accessed 14.03.2021)
5. ZM Company (MMM). Website Investing.com. [ZM Company (MMM)]. Available at: <https://ru.investing.com/equities/3m-co-historical-data> (accessed 10.03.2021)
6. Nikonorova Yu.V., Melnikova S.I. *Issledovanie dinamiki izmeneniya ceny akcij finansovoy piramidy MMM ekonomicheskimi metodami. [Investigation of the dynamics of changes in the share price of the MMM financial pyramid by econometric methods]*. Collection of abstracts of the XI All-Russian scientific and practical conference of students, postgraduates and young scientists "Student scientific spring-2021", Volgodonsk: VITI NIYaU MEPhI, 2021, 168 p., pp. 93–95. (In Russian)