
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА

УДК 532.542.4

ФИЗИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ЖИДКОСТИ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУЕЙ В БАКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

© 2021 г. М. Вигдорович^{1,2,*}, В. В. Остриков^{2,3}, Л. Вигдорович⁴

¹ Angara GmbH, Дюссельдорф, 40470, Германия

² Всероссийский научно-исследовательский институт использования техники и нефтепродуктов в сельском хозяйстве, Тамбов, 392022, Россия

³ Мичуринский государственный аграрный университет, Мичуринск, Тамбовской области, 393760, Россия

⁴ RWTH Aachen University, Ахен, 52062, Германия

*e-mail: dr.vigdorowitsch@angara-gmbh.de

Поступила в редакцию 29.12.2021 г.

После доработки 30.12.2021 г.

Принята к публикации 30.12.2021 г.

Выполнен оценочный гидродинамический расчет перемешивания жидкости в баке цилиндрической формы при турбулентном режиме, возникающем при подаче насосом водной смеси аминов и ее одновременной откачке. Высокая скорость струи на входе обеспечивает возникновение конуса турбулентности, практически достигающего противоположной стенки бака. Определены параметры перемешивания, в их числе – размер конуса турбулентности и компоненты скорости течения жидкости в баке внутри и вне пределов конуса турбулентности. Показано, что при заданных параметрах невозможно образование области вблизи входного и выходного отверстий, поступившая жидкость в которую тут же отводилась бы исходящим потоком. Противоположно этому, указаны обстоятельства, при которых существование такой области было бы возможным, а именно – препятствующий перемешиванию “перехват” имел бы место в случае, если бы исход жидкости из бака происходил в области, противоположащей по отношению к входному отверстию в пределах конуса турбулентности. Эффективный “перехват” входного потока при заданном относительном расположении входного и выходного отверстий может иметь место при определенных параметрах, соответствующих ламинарной струе в жидкости. Продемонстрированы преимущества физического расчета перед чисто инженерным, заключающиеся в легкости масштабирования и прозрачности влияния факторов на итоговый результат.

Ключевые слова: турбулентная струя, конус турбулентности, режим перемешивания жидкости

DOI: 10.1134/S2304487X21050114

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача о перемешивании жидкостей с близкими кинематическими характеристиками в баке является стандартной для процессов и аппаратов химических и иных производств, а значение ее эффективных решений с учетом степени распространности соответствующего оборудования трудно переоценить. Традиционно различаются два подхода к решению задач и расчету оборудования промышленного и технологического назначения: инженерный и физический. Под инженерным расчетом обычно понимается приближенный, оценочный расчет, основанный на эмпирических функциональных зависимостях, приводящих к приемлемому по точности результату в пределах определенных границ основных параметров системы. Такие зависимости, часто – чисто матема-

тического толка, не всегда основаны на трактовке физического смысла вводимых переменных и не дают представления о физических особенностях протекающих процессов. Отсюда вытекают достоинства и недостатки расчетов такого рода. С одной стороны, оказывается невозможным дать физически обоснованную оценку области применимости расчетного алгоритма. С другой стороны, такие расчеты имеют несомненную практическую ценность в ситуациях, когда оказывается трудно математически сформулировать физическую модель процесса. Наглядным примером последнего является гидродинамическое течение жидкости в вихревой трубке Ранка–Хильша [1, 2], строгая теория которого до сих пор отсутствует. Напомним, что вихревая трубка Ранка–Хильша осуществляет пространственное раз-

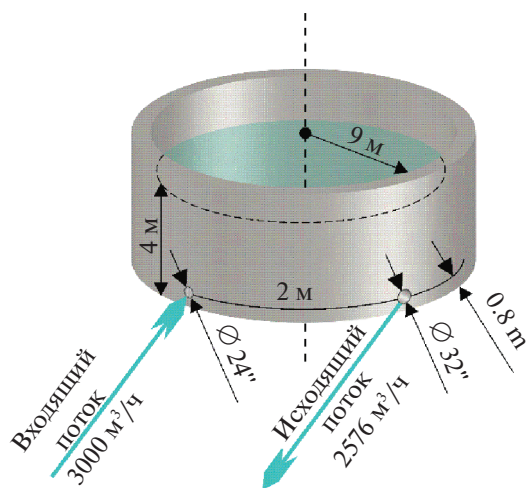


Рис. 1. Схема бака для перемешивания раствора аминов с закачкой и откачкой жидкости через соответствующие отверстия круглого сечения.

деление (до сих пор не объясненное с позиций гидрогазодинамической теории) закрученного потока сплошной среды на “холодную” (с осевым течением) и “горячую” (с периферийным) компоненты. Любые попытки построить строгую теорию явления к настоящему моменту давали результаты, прямо противоположные наблюдаемым. Ясно, что в такой ситуации только инженерный расчет может дать практически ценный или, хотя бы, приемлемый результат.

Тем не менее, для многих классов более простых процессов в аппаратах производств возможность осуществления физического расчета оказывается вполне реальной, и проведением такового не следует пренебрегать благодаря, хотя бы, прозрачности масштабирования и оценки влияния отдельных физических параметров на результат. Целью насто-

ящей работы является демонстрация такого расчета (гидродинамического) и тех преимуществ, которые он несет. Предпосылкой для расчета явилось сомнение потенциального эксплуатанта оборудования, связанного с подачей в бак цилиндрической формы водного раствора аминов [3] и последующего перемешивания (рис. 1).

Данное сомнение было сформулировано в виде следующего вопроса: не возникает ли вблизи входного и выходного отверстий область, в которой сосредотачивается движение жидкости, что может приводить к эффективному отводу из бака только что поступившего в него потока? Переформулируем данную задачу более общо, а именно — в следующем виде: в какой области бака производится эффективное перемешивание жидкости при заданных геометрических характеристиках бака и мощностях входящего и выходящего потоков жидкости?

2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ЖИДКОСТИ В БАКЕ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ

В качестве отправной точки воспользуемся результатами, изложенными в [5] применительно к турбулентной струе в заполненном жидкостью пространстве (рис. 2).

Применительно к сформулированной ранее задаче, рассмотрения полупространства на рис. 2 достаточно для ее решения, поскольку краевые эффекты вносят дополнительный вклад в турбулентность. Угол α — угол конуса, ограничивающего турбулентную область. Жидкость характеризуется вектором скорости (u_x , u_θ) в сферических координатах, центр системы координат находится на пересечении оси истечения жидкости и вертикальной стенки слева. Геометрия зада-

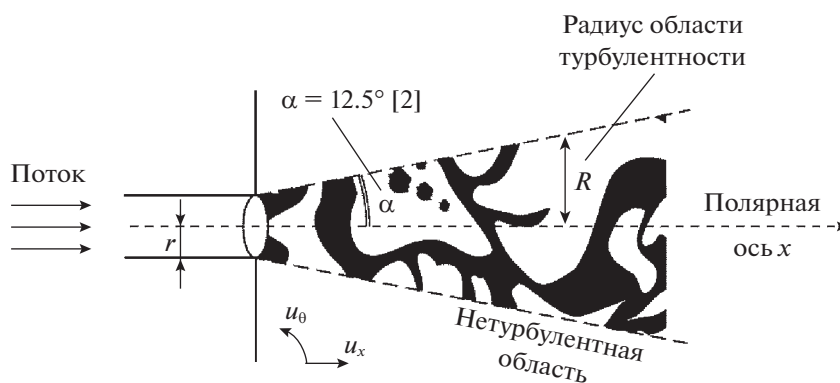


Рис. 2. Схема турбулентной струи в заполненном жидкостью пространстве.

чи двумерная в связи с наличием осевой симметрии относительно полярной оси x .

Оценим число Рейнольдса:

$$Re \approx \frac{u_0 \cdot 2r}{\nu},$$

где u_0 — скорость истечения жидкости из трубы, r — радиус трубы (единственный характерный размер в области истечения), ν — кинематическая вязкость жидкости. Поток поступающей жидкости согласно условиям задачи равен $3000 \text{ м}^3/\text{ч}$. Чтобы найти скорость истечения жидкости из входной трубы в бак, нужно разделить поток на площадь поперечного сечения входной трубы. Получаем $u_0 \approx 3 \text{ м/с}$. Таким образом, непосредственно на входе в бак получаем значение числа Рейнольдса [4] $Re \approx 2 \times 10^6$. Это — существенно турбулентное течение.

Найдем порядок скорости течения вдоль оси трубы на протяжении всего бака. Зависимость скорости от координаты x имеет вид

$$u \approx \sqrt{\frac{P}{\rho x}}, \quad (1)$$

где P — полный поток импульса, ρ — плотность жидкости. В области вблизи точки истечения жидкости из трубы уравнение (1) не работает, данное соотношение носит асимптотический характер. Для полного потока импульса имеем¹

$$P \sim \rho u^2 R^2, \quad (2)$$

где R — радиус области турбулентности в зависимости от x , т.е. радиус конуса на рис. 2. Подставляя уравнение (2) в уравнение (1), получим

$$u(x) \sim u_0 \frac{R}{x} \quad (3)$$

Оценим режим течения у стенки бака, противоположной входному отверстию. Хотя в модели рис. 2 противоположная стенка отсутствует, оценим по уравнению (3) скорость течения жидкости на расстоянии от трубы порядка размера бака: $u(x = 15 \text{ м}) \sim 0.5 \text{ м/с}$. Очевидно, что если струя жидкости с вязкостью порядка таковой для воды со скоростью около 50 см/с наталкивается на ортогональную отражающую стенку, то движение жидкости будет турбулентным. Таким образом, турбулентность течения жидкости сохраняется вблизи оси трубы по всей ширине бака. Тот же вывод получается численно, если провести оценку числа Рейнольдса с данной скоростью течения жидкости. Правда, при этом у правой стенки от-

сутствует характеристический параметр размерности длины для подстановки в выражение для числа Рейнольдса; если использовать характерный размер отверстия трубы, то получится число Рейнольдса величиной в несколько порядков.

Оценим размер конуса турбулентности на рис. 2. Радиальная компонента скорости жидкости (т.е. с вектором скорости вдоль оси x) равна

$$u_x(r, x) = u(x) f\left(\frac{r}{R(x)}\right), \quad (4)$$

где r — расстояние от оси до точки, в которой определяется скорость, внутри конуса турбулентности (т.е. $0 \leq r \leq R$). Функция $f(\xi)$ (равная 1 при $\xi = 0$) быстро убывает с увеличением ее аргумента. Она становится равной $1/2$ уже при $\xi = 0.4$, а на границе турбулентной области достигает значения ~ 0.01 . Для $R(x)$ имеется выражение

$$R = x \tan \alpha, \quad (5)$$

где $\alpha \approx 12.5^\circ$ (экспериментальные данные, практически применимые к струе любой геометрии). Таким образом, из уравнения (5) получаем $R = 0.2x$, так что на удалении от отверстия трубы в 15 м (т.е. примерно противоположная стенка) имеем $R = 3 \text{ м}$. Таким образом, конус турбулентности как раз примерно достигает верхнего уровня жидкости в районе противоположной стенки бака. На границе конуса турбулентности получаем вектор скорости жидкости в направлении возрастания вдоль оси x согласно уравнению (4): $u_x = 0.07 f(1) = 6.5 \text{ мм/с}$. Данный результат имеет место в верхней части бака, поскольку внизу пространство такого размера отсутствует. В нижней части имеет место отражение внутри конуса турбулентности, лишь увеличивающее общую турбулентность.

Важный вопрос связан с тем, как движется жидкость за пределами конуса турбулентности, так как это определяет, застаивается жидкость в той области или нет. Полярная компонента скорости жидкости u_θ (направление, ортогональное оси x и определяемое раскрытием конуса в плоскости рис. 2, т.е. угол θ суть α) на границе конуса турбулентности имеет вид:

$$u_\theta = -\frac{b}{x} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (6)$$

где параметр b зависит от угла α , входящего потока жидкости и размера входного отверстия; выражение для него дано в [5]. Подставляя в уравнение (6) исходные данные, получаем $u_\theta = -15 \text{ см/с}$. Знак “минус” означает, что жидкость из области вне конуса турбулентности втягивается внутрь конуса, причем на границе конуса скорость движения жидкости 15 см/с . Физически это вполне

¹ Знак “ $\sim$ ” следует понимать в смысле эквивалентности по порядку величины.

понятно, так как согласно закону Бернулли, чем выше скорость течения жидкости, тем ниже давление в ней. Естественно, что в конусе турбулентности скорость жидкости выше, чем за его пределами, а давление, наоборот, ниже, и жидкость поступает внутрь конуса турбулентности извне. Там, где турбулентность выше (ближе к трубе), жидкость поступает более эффективно, а там, где турбулентность ниже (ближе к дальней стенке), наоборот, жидкость поступает в область вне конуса турбулентности за счет вытеснения и движется от дальней стенки к стенке с трубой. Найденное абсолютное значение скорости означает, что имеется довольно сильный поток, так как 15 см/с — это очень “живое” движение жидкости.

Теперь оценим явно, *происходит ли эффективная замена жидкости вне конуса турбулентности*, хотя это и так уже понятно из только что установленного значения на границе конуса турбулентности. Для оценки обратимся к числу Рейнольдса и предположим, что оно соответствует ламинарному течению. Возьмем $Re = 1000$. С учетом того, какую оценку для числа Рейнольдса мы получили ранее, можно утверждать, что это — достаточно слабое предположение, т.е. оно не накладывает ограничений на результат и не улучшает в ходе нашей оценки картину, которая действительно имеет место. Получаем:

$$1000 = Re = \frac{u_0 \cdot l}{\nu}, \quad (7)$$

где l — характерный размер области. Рассчитаем, исходя из этого, порядок движения жидкости вне конуса турбулентности и вдали от границы конуса. Для этого возьмем $l = 3$ м и получим по абсолютной величине $|u_0| = 1000 \nu / l = 0.5$ м/час, установленный ранее знак “минус” сохраняется. Таким образом, за 8-часовую смену элемент жидкости, находящийся на самом большом удалении по вертикали от оси трубы, проходит расстояние порядка высоты столба жидкости в баке, и жидкость в области вне конуса турбулентности заменяется. Фактически это происходит быстрее, так как мы не учитывали турбулентность отраженных потоков и вследствие откачки смеси из бака.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Полученные результаты свидетельствуют о том, что бак и уровень жидкости в нем при исходных заданных параметрах спроектированы таким образом, что жидкость эффективно перемешивается.

Дадим теперь оценку сделанным ранее упрощениям, а именно — тем проигнорированным до сих пор обстоятельствам, что дно отстоит по вертикали от центра отверстия всего на 0.8 м и что

имеется принудительный отвод жидкости из бака. Первое обстоятельство лишь увеличивает турбулентность вблизи дна бака, что улучшает перемешивание как чисто кинематически, так и вследствие действия закона Бернулли. Это способствует усилению в жидкости потоков в вертикальном направлении от поверхности в сторону дна. Принудительный отвод жидкости из бака также лишь увеличивает турбулентность. Оцененная скорость движения жидкости у противоположной стенки бака говорит о том, что входящая струя “добивает” до нее, следовательно, если и возникает умозрительный поток от входящей струи непосредственно на выход, то он очень невелик. Можно гарантированно утверждать, что добавление выводной трубы является в отношении основной рассмотренной задачи лишь некоторым возмущением, которое по абсолютной величине существенно меньше основных явлений, обсужденных выше. Поэтому сделанный выше общий вывод сохраняется.

В заключение вернемся к опасению эксплуатанта в отношении того, что принудительный выходной поток в некоторой области может “перехватывать” в значительной степени входной поток. С учетом детально проведенного в настоящей работе рассмотрения можно сделать следующие утверждения:

- при входном потоке высокой мощности, имеющем место в рассмотренной задаче, струя в жидкости “добивает” до противоположной стенки бака. “Перехват” и отсутствие эффективного перемешивания могли бы иметь место в том случае, если бы принудительный выходной поток был создан на стенке бака, противоположной входному отверстию, в пределах конуса турбулентности;

- “перехват” входного потока при имеющем место относительном расположении входного и выходного отверстий мог бы иметь место в случае меньших мощностей как входного, так и соответствующего ему выходного потоков. При этом протяженность струи в жидкости была бы действительно ограничена некоторой областью вблизи отверстий, и поступившая жидкость эффективно откачивалась бы из нее через выходное отверстие без перемешивания в баке в целом. Соответствующий расчет при таких условиях нетрудно произвести аналогично вышеприведенному.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрен физический (гидродинамический) расчет перемешивания жидкости в баке при турбулентном режиме. Показано, что при заданных входных данных имеет место эффективное перемешивание, а именно —

в зоне вне конуса турбулентности, возникающего вследствие рассеяния струи [6] в радиальном направлении, жидкость полностью заменяется в пределах рабочей смены в цехе.

Из приведенного рассмотрения очевидно, что данный физический расчет имеет значительное преимущество перед гипотетическим инженерным, при котором масштабирование устройства или непропорциональное изменение отдельных параметров по сравнению с остальными сделали бы невозможными простую замену исходных данных на новые и получение таким образом обоснованного результата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коновалов В.И., Орлов А.Ю., Кудра Т. Разработка расчета вихревых труб Ранка–Хилша // Вестник ТГТУ. 2012. Т. 18. № 1. С. 74–107.
2. Eiamsa-ard S., Promvonge P. Review of Ranque–Hilsch effects in vortex tubes // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2008. V. 12. № 7. P. 1822–1842.
<https://doi.org/10.1016/j.rser.2007.03.006>
3. Ouellette R.J., Rawn J.D. Organic chemistry: structure, mechanism, synthesis. London: Academic Press. 2018. P. 763–800.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-812838-1.50024-4>
4. Физическая энциклопедия / Под ред. А.М. Прохорова. М.: Большая Российская энциклопедия, 1994. Т. 4. С. 318–319.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. С. 210–216.
6. Маликов З.М., Стасенко А.Л. Асимптотика затопленной струи и процессы переноса в ней // Труды МФТИ. Аэрогидромеханика. 2013. Т. 5. № 2. С. 59–68.

Vestnik Nacional'nogo Issledovatel'skogo Yadernogo Universiteta "MIFI", 2021, vol. 10, no. 5, pp. 397–402

Physical Calculation of a Turbulent Liquid Mixing in a Cylindrical Tank

M. Vigdorowitsch^{a,c,#}, V. V. Ostrikov^{b,c}, and L. Vigdorowitsch^d

^a Angara GmbH, Düsseldorf, 40470 Germany

^b All-Russian Scientific Research Institute for the Use of Machinery and Oil Products in Agriculture, Tambov, 392022 Russia

^c Michurinsk State Agrarian University, Michurinsk, Tambovskaya oblast, 393760 Russia

^d RWTH Aachen University, Aachen, 52062 Germany

[#] e-mail: dr.vigdorowitsch@angara-gmbh.de

Received December 29, 2021; revised December 30, 2021; accepted December 30, 2021

Abstract—An estimative hydrodynamic calculation of liquid mixing in a cylindrical tank in a turbulent mode, occurring at pumping of an amine water mixture in and its simultaneous pumping out, has been performed. A high inlet jet velocity provides a turbulence cone practically reaching the opposite wall of the tank. Stirring parameters, including the turbulence cone size and components of the liquid flow velocity inside and outside of the turbulence cone have been determined. It is shown that for given parameters it is impossible to form an area near the inlet and outlet openings where the incoming liquid would immediately be removed by the outgoing flow from. Contrary to this, there are circumstances under which the existence of such a region would be possible, namely, inhibiting the mixing “interception” would occur, where the fluid outlet positioned in the area opposite to the inlet opening within the cone of turbulence. Effective interception of the inlet flow at given relative positions of inlet and outlet orifices can take place at certain parameters corresponding to a laminar liquid flow. The advantages of the physical calculation over the purely engineering one are shown to be the ease of scaling and the transparency of factors affecting the final result.

Keywords: turbulent jet, turbulence cone, fluid mixing mode

DOI: 10.1134/S2304487X21050114

REFERENCES

1. Konovalov V.I., Orlov A.Yu., Kudra T., Razrabotka rashyota vihrevykh trub Ranka–Hilsha [Design Calculation of Ranque–Hilsch Vortex Tubes], *Vestnik TGTU*, 2012, vol. 18, no. 1, pp. 74–107.
2. Eiamsa-ard S., Promvonge P., Review of Ranque–Hilsch effects in vortex tubes, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2008, vol. 12, no. 7, pp. 1822–1842. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2007.03.006>
3. Ouellette R.J., Rawn J.D., *Organic chemistry: structure, mechanism, synthesis*, London, Academic Press, 2018, pp. 763–800. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-812838-1.50024-4>
4. *Fizicheskaya enciklopediya, pod red. A.M. Prohorova* [Physical Encyclopedia /edited by A.M. Prokhorov], Moscow, Bol'shaya Rossijskaya enciklopediya Publ., 1994, vol. 4, pp. 318–319.
5. Landau L.D., Lifshic E.M., *Teoreticheskaya fizika, T. 6, Gidrodinamika* [Theoretical physics, vol. 6, Hydrodynamics], Moscow, Nauka Publ., 1988, pp. 210–216.
6. Malikov Z.M., Stasenko A.L., Asimptotika zatoplennoj strui i processy perenosy v nej [Asymptotics of a submerged jet and transfer processes in it], *Trudy MFTI, Aerogidromekhanika*, 2013, vol. 5, no. 2, pp. 59–68 (in Russian).