

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА

УДК 62-533.65

**ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА
ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ ВЫСОКОИНТЕНСИВНОМ
ТЕПЛОМ НАГРЕВЕ С УЧЕТОМ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ**

© 2022 Н.О. Борщев

*Астрокосмический центр Федерального государственного учреждения науки,
Институт им. С.А. Лебедева, Москва, 119991, Россия*

**e-mail: moriarty93@mail.ru*

Поступила в редакцию: 27.01.2023

После доработки: 11.02.2023

Принята к публикации: 14.02.2023

Одной из первостепенных задач теплового проектирования является составление адекватной тепловой физико-математической модели в обеспечении его штатного теплового режима. В данной работе рассматривается последовательный метод определения комплекса теплофизических характеристик как функций от температуры при его наземной тепловой отработке в естественных условиях. Объект испытаний подвергается высокоинтенсивному тепловому однонаправленному нагреву, что характерно при спуске и выходе космических аппаратов из атмосферы различных планет. Данная задача решается как задача по поиску глобального минимума из минимизации среднеквадратичной ошибки между теоретическим и экспериментальным полем температур. В качестве метода минимизации выбран алгоритм сопряженных направлений, как наиболее точный метод первого порядка сходимости. При проектировании теплового режима конструкций необходимо иметь представление о начально-граничных условиях изделия, а также его теплофизических характеристик. Таким образом, определение коэффициента теплопроводности материала – целевая задача в обеспечении штатного теплового режима изделия.

Ключевые слова: метод итерационной регуляризации, коэффициент теплопроводности материала, метод сопряженных направлений, среднеквадратичная ошибка.

DOI: <https://doi.org/10.26583/vestnik.2022.19>

ВВЕДЕНИЕ

При спуске и выходе ракет-носителей или спускаемых космических аппаратов из плотных слоев атмосферы различных планет на них действует высокоскоростной газовой поток, в результате чего происходят процессы абляции, горения, уноса массы и т.д. [1–6]. Для обеспечения штатного эксплуатационного температурного режима изделия необходимо сформировать массив исходных данных в виде начально-граничных условий, а также теплофизических характеристик. Наиболее эффективными методами определения данных характеристик являются методы параметрической идентификации параметризованных величин исследуемых параметров на основе минимизации среднеквадратичной ошибки между теоретическим массивом входной информации и экспериментальным. Значительный вклад в развитии этих методов решения обратных задач теплопроводности внесли такие люди, как О.М. Алифанов, А.В. Ненарокомов, Е.А. Сенкевич.

Таким образом, цель данной работы – определение теплопроводящей характеристики теплоизоляционного материала как функции от температуры на основе замеров температур в местах установки термодатчиков. Актуальность данной работы обусловлена необходимостью обеспечения штатного теплового режима изделий, подверженных высокоскоростному нагреву.

**ПОСТАНОВКА «ПРЯМОЙ» ЗАДАЧИ
НАХОЖДЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО
ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ**

Процесс распространения тепла внутри твердого изотропного материала при сверхкритическом тепловом нагреве описывается гиперболическим волновым уравнением Верно, где идет учет релаксации теплового потока. Также процесс высокоскоростного теплового нагрева может сопровождаться тепловым разложением материала, изменением его габаритов и кинетики. Тепловая физико-математическая модель для такого рода испытаний образца будет иметь вид:

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
ПРИ ВЫСОКОИНТЕНСИВНОМ ТЕПЛОМ НАГРЕВЕ С УЧЕТОМ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

при $T(x, \tau) < T_{кр}$

$$C_{эф}(T) \rho \left[\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{эф}(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right]; T(0) = T_0;$$

при $T(x, \tau) \geq T_{кр}$

$$C_{эф}(T) \left(\rho_{\infty} - \int_0^{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} d\tau \right) \times \\ \times \left[\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{эф}(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] + \Delta H \frac{\partial \rho}{\partial \tau}, \\ T(0) = T_0.$$

Уравнение кинетики термического разложения в предположении справедливости закона Аррениуса и учета темпа нагрева имеет вид:

$$\frac{d \ln \left(\frac{\rho}{\rho_{\infty}} \right)}{d\tau} = \\ = -K_0 e^{-\frac{E_a}{RT}} \left(1 + \frac{E_a}{RT^2} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} (\tau - \tau_0) \right),$$

E_a — энергия активации, Дж; K_0 — константа химической реакции; ΔH — тепловой эффект реакции термического разложения, Дж.

Граничные условия будут иметь следующий вид:

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = 0, \\ \lambda_{эф}(T) \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial x} = q_{сум} + \tau_p \frac{\partial q_{сум}(l_x, \tau)}{\partial \tau}, \\ q_{сум} = q_{пад} - \alpha_k(T) (T(l_x, \tau) - T_{ср}) - \\ - (\varepsilon(T) \sigma T(l_x, \tau)^4 - T_{ср}^4), \\ \frac{\partial q_{сум}(l_x, \tau)}{\partial \tau} = - \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial \tau} \times \\ \times \left[\frac{\partial \alpha_k(T)}{\partial T} (T(l_x, \tau) - T_{ср}) + \alpha_k(T) \right] - \\ - 4\varepsilon(T) \sigma T(l_x, \tau)^3 \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial \tau}.$$

В данной постановке задачи:

$\lambda_{эф}(T)$ — коэффициент теплопроводности материала, $\frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$;

$T(x, \tau)$ — температура в точке К;

$\varepsilon(T)$ — отражательно-излучательная характеристика;

τ_p — коэффициент затухания волны, $\frac{\text{с}}{\text{К}}$;

$\alpha_k(T)$ — коэффициент теплоотдачи материала, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}}$;

$q_{пад}$ — падающий удельный тепловой поток, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$;

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4};$$

$C_{эф}(T)$ — удельная теплоемкость материала, $\frac{\text{Дж}}{\text{кгК}}$;

ρ — плотность материала, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

Выражение для эффективного падающего теплового потока определяется как [4]

$$q_{пад}(\tau) = \sum_j \frac{\varepsilon_j}{F_j} q_j(\tau) \int_{F_j} \int_{F_i} \frac{\cos(\omega_{ij}) \cos(\omega_{ji})}{\pi l_{ij}^2} dF_j + \\ + \sum_j \frac{r_j}{F_j} q_{пад}(\tau) \int_{F_j} \int_{F_i} \frac{\cos(\omega_{ij}) \cos(\omega_{ji})}{\pi l_{ij}^2} dF_j,$$

где F_j — эффективные площади теплообмена, м^2 .

Коэффициент отражения связан с отражательно-излучательной характеристикой выражением:

$$r_j = 1 - \varepsilon_j.$$

Коэффициент теплоотдачи материала к окружающей среде определяется из зависимости для плоской стенки

$$\alpha_k(T) = \text{Nu}_l(T) \frac{\lambda_b(T_c)}{l_{эф}},$$

где λ_b — коэффициент теплопроводности воздуха, $\frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$; $l_{эф}$ — характерный размер (размер,

вдоль которого движется тепловой конвективный поток), м; T_c — температура окружающей среды, К; $\text{Nu}_l(T)$ — критерий Нуссельта.

Исследуемую теплофизическую характеристику представим в виде

$$\lambda_{эф}(T) \approx \sum_{m=1}^M \lambda_p N_m(T),$$

где $N_m(T)$ — базисные функции, описывающие зависимость искомых теплофизических характеристик от температуры.

В данной работе используются линейно-непрерывные базисные функции, имеющие следующий вид:

$$N_m^\lambda(T) = \begin{cases} 0, T < T_{m-1}, \\ \frac{T - T_{m-1}}{T_m - T_{m-1}}, T_{m-1} \leq T \leq T_m, \\ \frac{T_{m+1} - T}{T_{m+1} - T_m}, T_{m-1} \leq T \leq T_m, \\ 0, T > T_m, m = \overline{1, M}. \end{cases}$$

Рассмотрим восстановление искомым характеристикам на основе среднеквадратичного функционала невязки между теоретическим и экспериментальным полем температур

$$S(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{i=1}^M [T(\lambda_p) - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})]^2 d\tau.$$

В работе используется метод безусловной минимизации функционала $S(\lambda_p)$ с помощью метода сопряженных градиентов, как наиболее точного метода первого порядка точности, позволяющего достичь требуемой сходимости за минимальное число итераций.

Последовательный алгоритм метода сопряженных градиентов можно представить в следующем виде [5–8]:

$$\vec{\lambda}^{n+1} = \vec{\lambda}^n + \Delta \vec{\lambda}^{n+1},$$

$$\text{где } \Delta \vec{\lambda}^{n+1} = -\beta_k p^{(n)}.$$

Направление спуска определяется из

$$\vec{p}^n = \text{grad} S(\vec{\lambda}^n) + \beta_n \vec{p}^{n-1},$$

$$\beta_0 = 0, p^{(0)} = \text{grad} S(\lambda^{(0)}), \\ \beta_n = \frac{|\text{grad} S(\lambda^{(n)})|^2}{|\text{grad} S(\lambda^{(n-1)})|^2}.$$

Критерием останова итерационного процесса является выражение:

$$|\text{grad} S(\lambda^{(0)})| = \sqrt{\left\{ \sum_{p=1}^3 \left[\frac{\partial S(\lambda^{(n)})}{\partial \lambda_p} \right]^2 \right\}} \leq \delta_{\text{sum}},$$

где δ_{sum} – погрешность входных данных, вычисленная в той же метрике, что и целевой функционал:

$$\delta_{\text{sum}} = \delta_a + \delta_f + \delta_{\text{окр}},$$

где δ_f – погрешность входных температур, определяемая следующими выражением:

$$\delta_f = \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \delta_L(\tau) d\tau.$$

ПОИСК КОМПОНЕНТЫ ГРАДИЕНТА СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЙ ОШИБКИ

Для определения компонент градиента целевого функционала воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа. Для этого запишем обобщенный функционал Лагранжа с ограничениями в виде зашумленного уравнения теплопроводности и его граничных условий [9–16]:

$$S(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{i=1}^M [T(\lambda_p) - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})]^2 d\tau + \int_0^{l_x} \int_0^{\tau_{\max}} \psi(x, \tau) \left[C_{\text{эф}}(T) \rho \left[\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] + \Delta H \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dx \right] dx d\tau + \\ + \int_0^{\tau_{\max}} \xi(l_x, \tau) \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial x} + q_{\text{пад}} - \alpha_k(T)(T - T_{\text{ср}}) + \varepsilon \sigma T^4 + \right. \\ \left. - \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial \tau} \left[\frac{\partial \alpha_k(T)}{\partial T} (T - T_{\text{ср}}) + \alpha_k(T) \right] - 4\varepsilon(T) \sigma T(l_x, \tau)^3 \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial \tau} \right] d\tau.$$

Для нахождения компоненты теплопроводности сообщим элементарные приращения искомым величин рассматриваемым теплофизическим характеристикам. Получим следующие зависимости:

$$\lambda_{\text{эф}}(T + \Delta T) \approx (1 + \Delta) \sum_{m=1}^M \lambda_p N_m(T + \Delta T) = \\ = (1 + \Delta) \sum_{m=1}^M \lambda_p \left[N_m(T) + \frac{\partial N_m(T)}{\partial T} dT \right].$$

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
ПРИ ВЫСОКОИНТЕНСИВНОМ ТЕПЛОМ НАГРЕВЕ С УЧЕТОМ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

Таким образом, при подстановке данных компонент получим возмущенное уравнение теплопроводности:

при $T(x, \tau) < T_{кр}$

$$\left[C(T) + \frac{\partial C(T)}{\partial T} dT \right] \rho \left[\frac{\partial [T(x, \tau) + \Delta T(x, \tau)]}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 [T(x, \tau) + \Delta T(x, \tau)]}{\partial \tau^2} \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left[\lambda_{эф}(T) + \frac{\partial \lambda(T)}{\partial T} dT \right] \frac{\partial T(x, \tau) + \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \right];$$

при $T(x, \tau) \geq T_{кр}$

$$\left[C(T) + \frac{\partial C(T)}{\partial T} dT \right] \rho \left[\frac{\partial [T(x, \tau) + \Delta T(x, \tau)]}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 [T(x, \tau) + \Delta T(x, \tau)]}{\partial \tau^2} \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left[\lambda_{эф}(T) + \frac{\partial \lambda(T)}{\partial T} dT \right] \frac{\partial T(x, \tau) + \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \right] + \\ + \left(\Delta H + \frac{\partial \Delta H}{\partial T} \Delta T \right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau \partial T} \Delta T \right).$$

Возмущенные граничные условия примут следующий вид:

$$T(0) = T_0 + \Delta T; \left[\lambda_{эф}(T) + \frac{\partial \lambda_{эф}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} dT \right] \frac{\partial T(l_x, \tau) + \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} = \\ = \left[\alpha_{кр}(T) + \frac{\partial \alpha_{кр}(T)}{\partial T} dT \right] (T(l_x, \tau) + \Delta T(l_x, \tau) - T_{кр}) + \frac{q_{пад}}{(1 + \Delta)} - (\sigma T(l_x, \tau)^4 + \\ + 4\sigma T(l_x, \tau)^3 \Delta T(l_x, \tau)) - \frac{\partial T(l_x, \tau) + \Delta T(l_x, \tau)}{\partial \tau} \left[\frac{\partial \alpha_{кр}(T)}{\partial T} (T + \Delta T(l_x, \tau) - T_{кр}) + \alpha_{кр}(T) \right] - \\ - 4 \sum_{i=1}^M \varepsilon_p \left[N_m(T) + \frac{\partial N_m(T)}{\partial T} dT \right] \sigma [T(l_x, \tau)^3 + 3T(l_x, \tau)^2 \Delta T(l_x, \tau)] \frac{\partial T(l_x, \tau) + \Delta T(l_x, \tau)}{\partial \tau}.$$

Для получения выражения относительно вариации температуры вычтем из возмущенного уравнения теплопроводности невозмущенное, отбросив вторые производные вариаций температур в силу их малости. Получим:

при $T(x, \tau) < T_{кр}$

$$\rho \left[C(T) \frac{\Delta T(x, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial C(T)}{\partial T} \left[\frac{T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right] dT \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} dT \right].$$

при $T(x, \tau) \geq T_{кр}$

$$\rho \left[C(T) \frac{\Delta T(x, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial C(T)}{\partial T} \left[\frac{T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right] dT \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} dT \right] + \frac{\partial \Delta H}{\partial T} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \Delta T + \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau \partial T} \Delta H \Delta T,$$

где

$$\frac{d^2 \ln \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)}{d\tau dT} = \frac{E_a}{RT^2} K_0 e^{-\frac{E_a}{RT}} \left(1 + \frac{E_a}{RT^2} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} (\tau - \tau_0) \right) - K_0 e^{-\frac{E_a}{RT}} \left(1 - \frac{E_a}{RT^3} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} (\tau - \tau_0) \right).$$

Граничные условия примут вид

$$\frac{\partial \Delta T(0, \tau)}{\partial x} = 0; \\ \lambda_{эф}(T) \frac{\partial \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_{эф}(T)}{\partial T} \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} dT = \alpha_{кр}(T) \Delta T(l_x, \tau) + \frac{\partial \alpha_{кр}(T)}{\partial T} T_{кр} dT + \frac{q_{пад}}{(1 + \Delta)} - 4\sigma T^3 \Delta T(l_x, \tau).$$

Запишем теперь вариацию целевого функционала:

$$\begin{aligned} \delta S(\lambda_p) = & \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{i=1}^M [T(\lambda_p) - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})] \Delta T(x, \tau) d\tau + \int_0^{l_x} \int_0^{\tau_{\max}} \psi(x, \tau) \times \\ & \times \left[\rho \left[C(T) \frac{\Delta T(x, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial C(T)}{\partial T} \left[\frac{T(x, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right] dT \right] - \right. \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} dT \right] dx d\tau + \frac{\partial \Delta H}{\partial T} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \Delta T + \\ & + \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau \partial T} \Delta H \Delta T \Big] dx d\tau + \int_0^{\tau_{\max}} \xi(l_x, \tau) \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} dT - \right. \\ & \left. - \alpha_{\kappa}(T) \Delta T(l_x, \tau) + \frac{\partial \alpha_{\kappa}(T)}{\partial T} T_{\text{ср}} dT + \frac{q_{\text{пад}}}{(1 + \Delta)} - 4\sigma T^3 \Delta T(l_x, \tau) \right] dx d\tau. \end{aligned}$$

Избавимся от знака повторного дифференцирования для выражения:

$$\begin{aligned} & \int_0^{\tau_{\max}} \psi(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \right] = \psi(x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_0^{l_x} - \\ & - \int_0^{l_x} \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} dx = \psi(x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_0^{l_x} - \\ & - \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) \Delta T(x, \tau) \Big|_0^{l_x} + \\ & + \int_0^{l_x} \left[\frac{\partial^2 \psi(x, \tau)}{\partial x^2} \lambda_{\text{эф}}(T) \Delta T(x, \tau) + \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \Delta T(x, \tau) \right] dx. \end{aligned}$$

Запишем теперь новый вид функционала с учетом сделанного преобразования:

$$\begin{aligned} \delta S(\lambda_p) = & \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{i=1}^M [T(\lambda_p) - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})] \Delta T(x, \tau) d\tau + \\ & + \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{l_x} \left[\frac{\partial^2 \psi(x, \tau)}{\partial x^2} \lambda_{\text{эф}}(T) \Delta T(x, \tau) + \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \Delta T(x, \tau) \right] dx d\tau + \\ & + \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{l_x} \left[\frac{\partial \Delta H}{\partial T} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \Delta T + \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau \partial T} \Delta H \Delta T \right] dx d\tau + \\ & + \int_0^{\tau_{\max}} \psi(x, \tau) \left[\rho \left[C(T) \frac{\Delta T(x, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial C(T)}{\partial T} \left[\frac{T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right] dT \right] - \right. \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} dT \right] d\tau + \\ & \left. \int_0^{\tau_{\max}} \left[\psi(x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_0^{l_x} - \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) \Delta T(x, \tau) \Big|_0^{l_x} \right] d\tau + \end{aligned}$$

$$+ \int_0^{\tau_{\max}} \xi(l_x, \tau) \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} dT - \right. \\ \left. - \alpha_k(T) \Delta T(l_x, \tau) + \frac{\partial \alpha_k(T)}{\partial T} T_{\text{ср}} dT + \frac{q_{\text{пад}}}{(1 + \Delta)} - 4\sigma T(l_x, \tau)^3 \Delta T(l_x, \tau) \right] d\tau.$$

Для нахождения трех неопределенных множителей Лагранжа перегруппируем члены, стоящие перед вариацией температуры и производной от вариации по температуре и приравняем их к нулю. Получим:

$$\Delta T(x, \tau): -\frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) + \psi(x, \tau) \rho \frac{\partial C(T)}{\partial T} \left[\frac{T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right] + \\ + \frac{\partial \Delta H}{\partial T} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \Delta T + \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau \partial T} \Delta H \Delta T = 0, \\ \Delta T(l_x, \tau): \xi(l_x, \tau) \left[\frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial^2 T(l_x, \tau)}{\partial x^2} - \alpha_k(T) + \frac{\partial \alpha_k(T)}{\partial T} T_{\text{ср}} - 4\sigma T(l_x, \tau)^3 \right] - \frac{\partial \psi(l_x, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) = 0, \\ \Delta T(0, \tau): \frac{\partial \psi(0, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) = 0, \\ \frac{\partial \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x}: \psi(x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) + \xi(l_x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) = 0.$$

Теперь для отыскания компоненты градиента целевого функционала запишем вариацию уравнения теплопроводности в другом виде:

При $T(x, \tau) < T_{\text{кр}}$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \Delta \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] = C(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \Delta C(T) \left(\frac{T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right).$$

при $T(x, \tau) \geq T_{\text{кр}}$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \Delta \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] = C(T) \left[\frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \right. \\ \left. + \Delta C(T) \left(\frac{T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right) + \frac{\partial \Delta H}{\partial T} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \Delta T + \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau \partial T} \Delta H \Delta T \right] dx d\tau.$$

Граничные условия примут вид

$$\Delta \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} + \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(0, \tau)}{\partial x} = 0;$$

$$\Delta \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial x} + \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} = \alpha_k(T) \Delta T(l_x, \tau) + \frac{\partial \alpha_k(T)}{\partial T} T_{\text{ср}} dT + \frac{q_{\text{пад}}}{(1 + \Delta)} - 4\sigma T(T)^3 \Delta T(l_x, \tau).$$

Тогда вариация функционала может быть записана в виде

$$\delta S(\lambda_p) = \int_0^{\tau_{\max}} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \lambda_p} \Delta \lambda_p + \int_0^{l_x} \int_0^{\tau_{\max}} \left[\left[\psi(x, \tau) \Delta C(T) \left(\frac{T(x, \tau)}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial \tau^2} \right) + C(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \Delta \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] \right] dx d\tau + \frac{\partial \Delta H}{\partial T} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \Delta T + \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau \partial T} \Delta H \Delta T \right] dx d\tau +$$

$$+ \int_0^{\tau_{\max}} \xi(l_x, \tau) \left[\Delta \lambda_{\text{эф}} \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial x} + \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} - \right. \\ \left. - \alpha_k(T) \Delta T(l_x, \tau) + \frac{\partial \alpha_k(T)}{\partial T} T_{\text{ср}} dT + \frac{q_{\text{пад}}}{(1 + \Delta)} - 4\sigma T(T)^3 \Delta T(l_x, \tau) \right] d\tau.$$

Группируя члены относительно вариации коэффициента теплопроводности, получим ана-

литическое выражение для нахождения компоненты градиента целевого функционала:

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \lambda_p} = - \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{l_x} \left[\psi(x, \tau) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} dx + \xi(l_x, \tau) \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial x} \right] d\tau.$$

Для нахождения шага спуска, используемого в методе сопряженных направлений, исходя из метода итерационной регуляризации [10, 11],

запишем выражение целевого функционала на следующей итерации:

$$S(\lambda_p + \Delta \lambda_p) = S(\lambda_p) - \alpha_{\text{сп}} \left[\frac{\partial S(\lambda_p)}{\partial \lambda_p} \right]^2,$$

$$S(\lambda_p + \Delta \lambda_p) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \int_0^{\tau_{\max}} \left[T(\lambda_p) - \alpha_{\text{сп}} \frac{\partial T(\lambda_p)}{\partial \lambda_p} \right]^2 - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})^2 d\tau.$$

Откуда, согласно принципу глобального минимума, необходимо и достаточно приравнять

полученное выражение к нулю и выразить шаг спуска [16–22]. Получим:

$$\alpha_{\text{сп}} = \sum_{m=1}^M \int_0^{\tau_{\max}} \frac{T(\lambda_p) - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})}{\frac{\partial T(\lambda_p)}{\partial \lambda_p}} d\tau.$$

Таким образом, можно сформулировать принцип работы данного алгоритма идентификации теплофизических параметров. Суть его заключается в следующем.

ные функции, считается что зависимости получены, иначе процесс 1–5 выполняется повторно.

Реализация решения данного алгоритма проиллюстрирована на рис. 1.

1. Решается «прямая» задача прогрева конструкции при реализации граничных условий, характерных для условий теплового нагружения изделия.

2. Далее после результатов теплофизических испытаний составляется среднерегуляризуемая интегральная ошибка между теоретическим и экспериментальным полем температур в зонах установки датчиков температур.

3. Решается задача оптимизации данного функционала при предварительном вычислении компонент градиентов параметризованных целевых функций.

4. Ищется шаг спуска в методе «сопряженных» направлений, обеспечивающий минимум целевого функционала на следующей итерации.

5. Получаются значения целевых функций на следующей итерации. При выполнении условия останова, полученные значения каждого из блоков, домножаются на свои характерные базис-

РЕЗУЛЬТАТЫ НАЗЕМНОЙ ТЕПЛОВОЙ ОТРАБОТКИ

В эксперименте рассматривается образец в виде параллелепипеда, по толщине которого установлено три термопары. Все его поверхности теплоизолированы, кроме верхнего основания, на которое падает лучистый интегральный тепловой поток. Таким образом, реализуется одномерный прогрев по толщине материала, моделирующий заданную постановку задачи. В качестве источника теплового потока используется медный линейчатый нагреватель. Схема упрощенной тепловой модели изображена на рис. 1 и в работе [12].

Падающая тепловая нагрузка, моделирующая спуск в атмосфере представлена рис. 2 [13], а полученные при этом температуры в местах установки датчиков на рис. 3.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
ПРИ ВЫСОКОИНТЕНСИВНОМ ТЕПЛОМ НАГРЕВЕ С УЧЕТОМ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

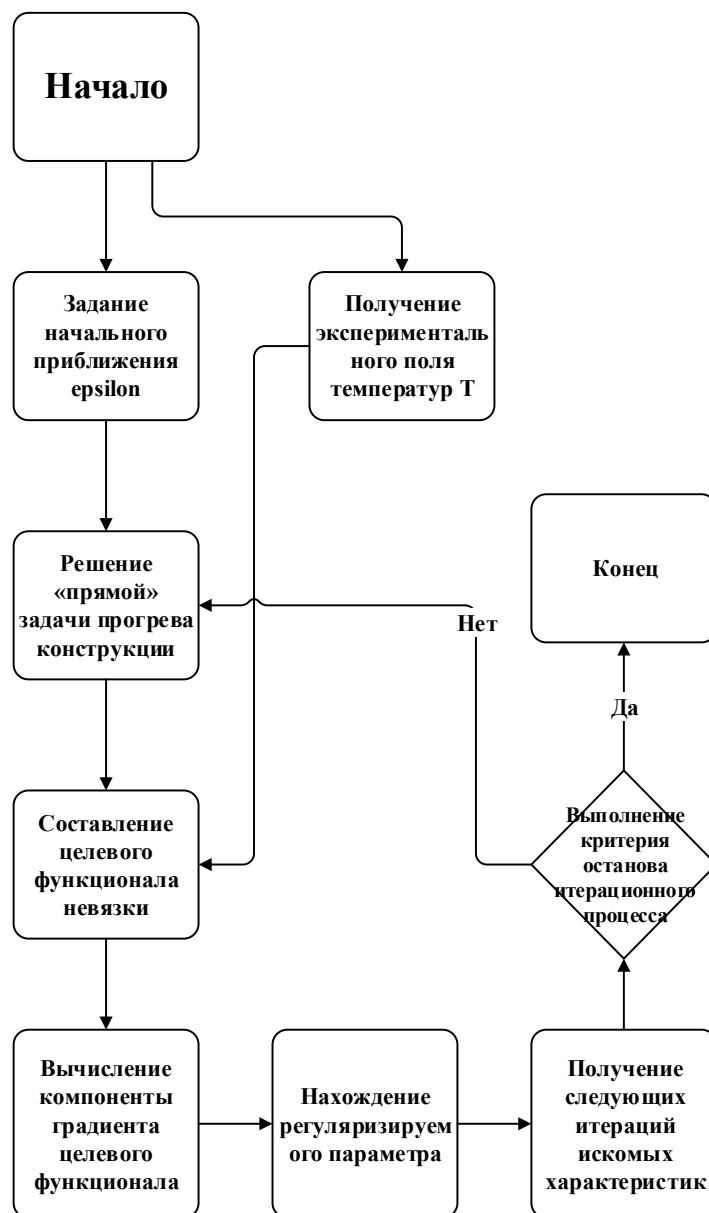


Рис. 1. Блок-схема алгоритма идентификации искомых теплофизических параметров

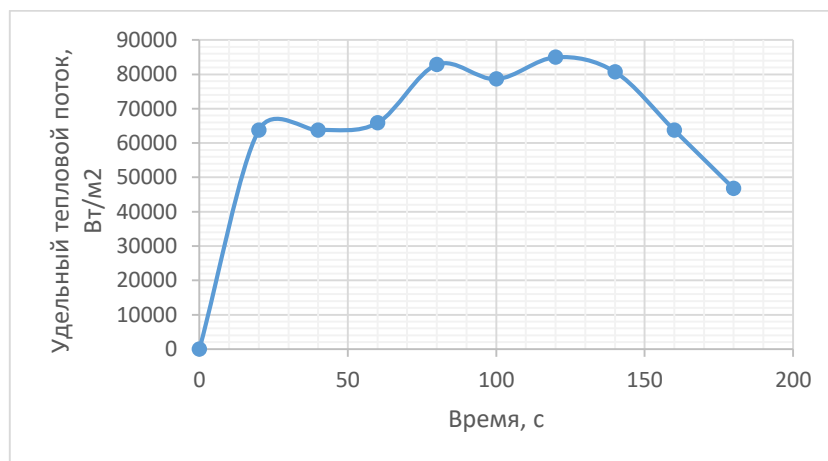


Рис. 2. Удельный тепловой падающий поток

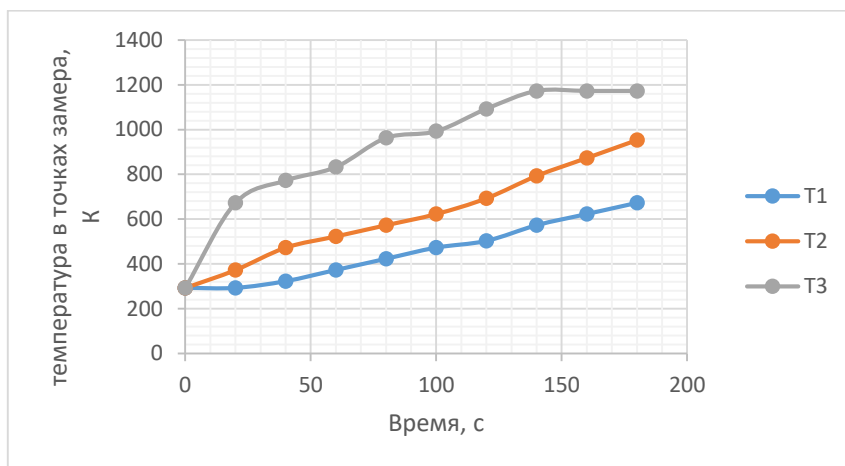


Рис. 3. Экспериментальное температурное поле в местах установки датчиков температур

РЕЗУЛЬТАТ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МАТЕРИАЛА

На рис. 4 представлены значения среднеквадратичной ошибки, по которой наглядно видна сходимость теоретического температурного поля к экспериментальному в местах установки датчиков температур.

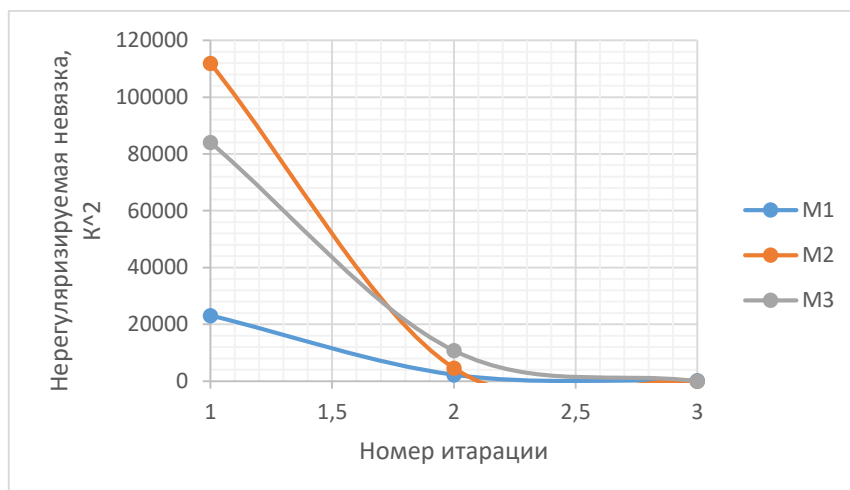


Рис. 4. Значения среднеквадратичной ошибки в каждом временном блоке

На рис. 5 представлены итерационные изменения параметрических величин коэффициента теплопроводности в первом временном блоке, а на рис. 6 – сравнение с истинным значением коэффициента теплопроводности как функции от температуры.

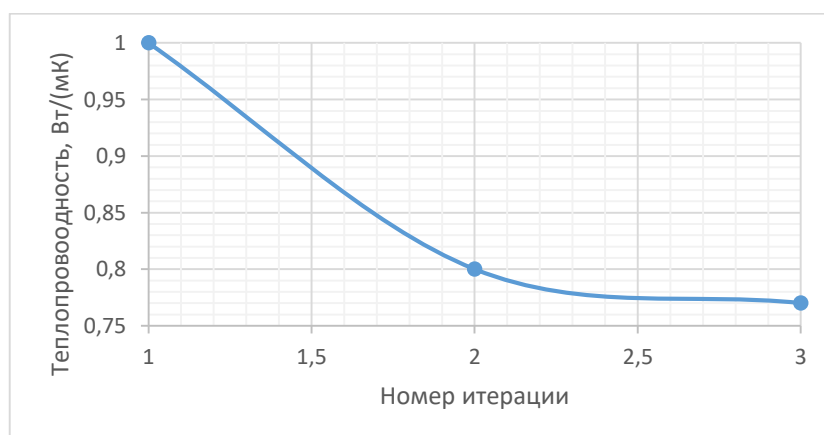


Рис. 5. Итерационные изменения коэффициента теплопроводности в первом временном блоке

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ ВЫСОКОИНТЕНСИВНОМ ТЕПЛОМ НАГРЕВЕ С УЧЕТОМ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

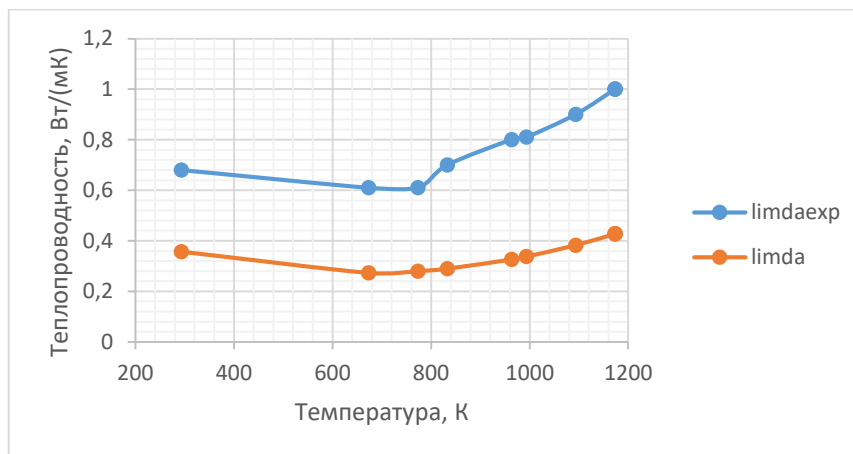


Рис. 6. Температурные зависимости коэффициента теплопроводности материала

Также особый интерес представляет анализ относительной погрешности полученного значения, вычисленный по формуле:

$$\delta = \frac{|\lambda_p(T) - \lambda_{\text{exp}}(T)|}{\lambda_{\text{exp}}(T)}.$$

Результаты представлены на рис. 7.

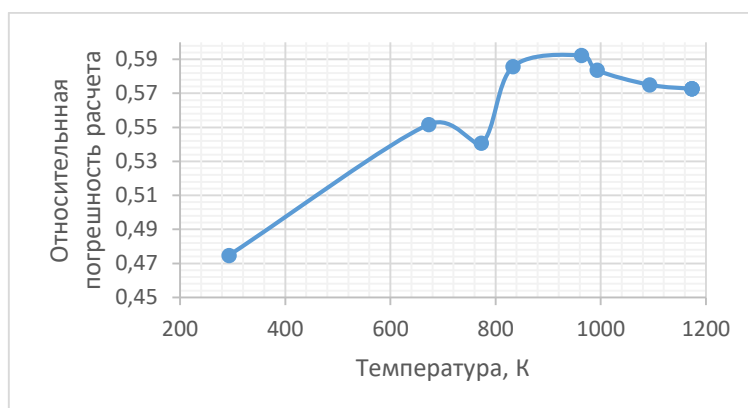


Рис. 7. Относительная погрешность восстановленного коэффициента теплопроводности по отношению к известному

ВЫВОДЫ

1. Разработан алгоритм параметрической идентификации коэффициента теплопроводности как функции от времени для волнового уравнения теплопроводности при воздействии высокоэнтальпийного теплового потока с учетом термического разложения материала методом итерационной регуляризации на примере теплозащитного покрытия, выполненного из углепластичного материала.

2. Результаты показали, что расчетные значения коэффициента теплопроводности лежат в рассматриваемом температурном диапазоне 0,38–0,41.

3. Данный метод определения коэффициента теплопроводности может быть использован при исследовании высокоинтенсивного теплообмена для теплозащитных материалов, применяемых для теплозащиты ракет-носителей и спускаемых космических аппаратов (КА).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борцев Н.О. Параметрическая идентификация среднеинтегрального коэффициента теплоотдачи в аксиальных тепловых трубах // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 3. С. 93–103.
2. Басистов Ю.А., Яновский Ю.Г. Некорретные задачи в механике (реологии) вязкоупругих сред и их регуляризация // Механика композиционных материалов и конструкций. 2010. Т. 16. № 1. С. 117–143.

3. Бакушинский А.Б., Кокурин М.Ю., Кокурин М.М. Прямые и обратные теоремы для итерационных методов решения нерегулярных операторных уравнений и разностных методов решения некорректных задач Коши // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2020. Т. 60. № 6. С. 939–962.
4. Блох А.Г., Журавлев Ю.А., Рыжков Л.Н. Теплообмен излучением. М.: Энергоатомиздат, 1991.
5. Васин В.В. Модифицированный метод наискорейшего спуска для нелинейных регулярных операторных уравнений // Доклады Академии наук. 2015. Т. 462. № 3. С. 264.
6. Голичев И.И. Модифицированный градиентный метод наискорейшего спуска решения нелинейной задачи для нестационарных уравнений Навье-Стокса // Уфимский математический журнал. 2013. Т. 5. № 4. С. 60–76.
7. Залетаев В.М., Капинос Ю.В., Сургучев О.В. Расчет теплообмена космического аппарата. М.: Машиностроение, 1979.
8. Oprzedkiewicz K., Mitkowski W. A memory-efficient noninteger-order discrete-time state –space model of a heat transfer process // International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. 2018. V. 28. № 4. P. 649–659.
9. Investigation of heat transfer surfaces for space power systems / A.Y. Baranov, A.Y. Belov, D.N. Ilmov, N.N. Kazantseva, Y.N. Mamontov, A.S. Skorokhodov // Thermal Engineering. 2018. V. 65. № 7. P. 473–481.
10. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 288 с.
11. Алифанов О.М., Колесников В.А. Определение элементов тензора теплопроводности анизотропных материалов из решения обратной задачи // Вестник Московского авиационного института. 2012. Т. 58. № 2. С. 1–13.
12. Борщев Н.О. Параметрическая идентификация падающего теплового потока на зеркальные элементы космических обсерваторий // Вестник Национального исследовательского ядерного университета МИФИ. 2022, Т.11, № 2, С. 101–108.
13. Тепловое проектирование и пофрагментная наземная отработка системы обеспечения теплового режима космического аппарата негерметичного исполнения на базе сотопанелей с тепловыми трубами / Р.М. Копятевич, В.М. Гуля, Д.В. Тулин, А.Ф. Шабарчин // Космонавтика и ракетостроение. 2010. Вып. 3(60). С. 33–41.
14. Shaenko A.Yu., Milyutin D.S. Heat transfer in the radiation shields of large space telescopes // Doklady Physics. 2010. V. 55. № 4. P. 172–175.
15. Kuznetsov G.V., Kozlobrodov A.N., Sandu S.F. Heat transfer in the instrument modules of space vehicles // Heat Transfer Research. 2003. V. 34. № 1–2. P. 135–141.
16. Semena N.P. The use of scale models in ground tests reproducing heat transfer in space // Thermophysics and Aeromechanics. 2014. V. 21. № 1. P. 45–55.
17. Testi D. Ion injection as an effective technique of heat transfer enhancement in space // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. 2007. V. 21. № 2. P. 431–436.
18. Baek Y., Jung E.G. Heat transfer performances of loop heat pipe for space vehicle thermal control under bypass line operation // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2022. V. 194. P. 123064.
19. Коновалов Д.А., Кожухов Н.Н., Дроздов И.Г. Моделирование процессов теплопереноса в микроканальных теплообменниках систем управления космической техники // Решетневские чтения. 2015. Т. 1. С. 203–205.
20. Fayazova Z.K. Boundary control of the heat transfer process in the space // Russian Mathematics. 2019. V. 63. № 12. P. 71–79.
21. Volodin Yu.G., Dul'nev G.N. An investigation of heat transfer coefficient by the «half-space period» // Journal of Engineering Physics. 1968. V. 9. № 5. P. 383–385.
22. Исследование теплообменных поверхностей для энергетических установок космического назначения / А.Е. Баранов, А.Е. Белов, Д.Н. Ильмов, Н.Н. Казанцева, Ю.Н. Мамонтов, А.С. Скороходов // Теплоэнергетика. 2018. № 7. С. 76–85.

PARAMETRIC IDENTIFICATION OF THE THERMAL CONDUCTIVITY
COEFFICIENT UNDER HIGH-INTENSITY HEAT HEATING,
TAKING INTO ACCOUNT THERMAL DECOMPOSITION

N.O. Borshchev

Astrocsmic Center of the Federal State Institution of Science S.A. Lebedev Institute,
Moscow, 119991, Russia

*e-mail: moriarty93@mail.ru

Received January 27, 2023; revised February 11, 2023; accepted February 14, 2023

One of the primary tasks of thermal design is the compilation of an adequate thermal physical and mathematical model to ensure its regular thermal regime. In this paper, we consider a sequential method for determining the complex of thermophysical characteristics as functions of temperature during its ground-based thermal processing in natural conditions. The test object is subjected to high-intensity unidirectional thermal heating, which is typical during the descent and exit of spacecraft from the atmosphere of various planets. This problem is solved as a problem of finding a global minimum from minimizing the root-mean-square error between the theoretical and experimental temperature field. The algorithm of conjugate directions is chosen as the minimization method, as the most accurate method of the first order of convergence. When designing the thermal regime of structures, it is necessary to have an idea of the initial boundary conditions of the product, as well as its thermophysical characteristics. Thus, the determination of the thermal conductivity coefficient of the material is the target task in ensuring the normal thermal regime of the product.

Keywords: iterative regularization method, thermal conductivity coefficient of the material, conjugate directions method, root-mean-square error.

REFERENCES

1. Borshchev N.O. Parametricheskaya identifikatsiya sredneintegral'nogo koeffitsienta teplootdachi v aksial'nykh teplovyykh trubakh [Parametric identification of the mean integral heat transfer coefficient in axial heat pipes]. Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta. 2022. Vol. 29. No. 3. P. 93–103 (in Russian).
2. Bassistov Yu.A., Yanovsky Yu.G. Nekorrektnyye zadachi v mekhanike (reologii) vyazkouprugikh sred i ih regulyazatsiya [Uncorrected problems in mechanics (rheology) of viscoelastic media and their regularization]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsiy. 2010. Vol. 16. No. 1. P. 117–143 (in Russian).
3. Bakushinsky A.B., Kokurin M.Yu., Kokurin M.M. Pryamye i obratnye teoremy dlya iteratsionnykh metodov resheniya neregulyarnykh operatornykh uravneniy i raznostnykh metodov resheniya nekorrektnykh zadach Koshi [Direct and inverse theorems for iterative methods for solving irregular operator equations and difference methods for solving ill-posed Cauchy problems]. Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki. 2020. Vol. 60. No. 6. P. 939–962 (in Russian).
4. Bloch A.G., Zhuravlev Yu.A., Ryzhkov L.N. Teploobmen izlucheniem [Heat exchange by radiation]. M.: Energoatomizdat Publ, 1991.
5. Vasin V.V. Modifitsirovannyj metod naiskorejshego spuska dlya nelineynykh regulyarnykh operatornykh uravneniy [Modified steepest descent method for nonlinear regular operator equations]. Doklady Akademii nauk. 2015. Vol. 462. No. 3. P. 264 (in Russian).
6. Golichev I.I. Modifitsirovannyj gradientnyj metod naiskorejshego spuska resheniya neleniizirovannoy zadachi dlya nestatsionarnykh uravneniy Nav'ye-Stoksa [Modified gradient method of the steepest descent of the solution of the non-linearized problem for non-stationary Navier-Stokes equations]. Ufimskiy matematicheskij zhurnal. 2013. Vol. 5. No. 4. P. 60–76 (in Russian).
7. Zaletaev V.M., Kapinos Yu.V., Surguchev O.V. Raschet teploobmena kosmicheskogo apparata [Calculation of heat exchange of the spacecraft]. M.: Mashinostroenie Publ, 1979.
8. Oprzedkiewicz K., Mitkowski W. A memory-efficient noninteger-order discrete-time state-space model of a heat transfer process. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. 2018. Vol. 28. No. 4. P. 649–659.
9. Investigation of heat transfer surfaces for space power systems / A.Y. Baranov, A.Y. Belov, D.N. Ilmov, N.N. Kazantseva, Y.N. Mamontov, A.S. Skorokhodov. Thermal Engineering. 2018. Vol. 65. No. 7. P. 473–481.
10. Alifanov O.M., Artyukhin E.A., Rumyantsev S.V. Ekstremal'nye metody resheniya nekorrektnykh zadach [Extreme methods of solving incorrect problems]. M.: Nauka. Gl. ed. phys.-mat. lit Publ, 1988. 288 p.
11. Alifanov O.M., Kolesnikov V.A. Opredelenie elementov tenzora teploprovodnosti anizotropnykh materialov iz resheniya obratnoy zadachi [Determination of the elements of the thermal conductivity tensor of anisotropic materials from the solution of the inverse problem].

tropic materials from the solution of the inverse problem]. *Vestnik Moskovskogo aviacionnogo instituta*. 2012. Vol. 58. No. 2. P. 1–13 (in Russian).

12. *Borshchev N.O.* Parametric identification of the incident heat flux on the mirror elements of space observatories. *Vestnik NIYaU MEFI*, 2022. Vol. 11. No. 2. P. 101–108 (in Russian).

13. Teplovoe proektirovanie i pofragmentnaya nazemnaya otrabotka sistemy obespecheniya teplovogo rezhima kosmicheskogo apparata negermetichnogo ispolneniya na baze sotopanelей s teplovymi trubami [Thermal design and post-fragment ground testing of the system for ensuring the thermal regime of a non-pressurized spacecraft based on honeycomb panels with heat pipes] / *R.M. Kopyatkevich, V.M. Gulya, D.V. Tulin, A.F. Shabarchin*. *Kosmonavtika i raketostroenie*. 2010. iss. 3(60). P. 33–41 (in Russian).

14. *Shaenko A.Yu., Milyutin D.S.* Heat transfer in the radiation shields of large space telescopes. *Doklady Physics*. 2010. Vol. 55. No. 4. P. 172–175.

15. *Kuznetsov G.V., Kozlobrodov A.N., Sandu S.F.* Heat transfer in the instrument modules of space vehicles. *Heat Transfer Research*. 2003. Vol. 34. No. 1–2. P. 135–141.

16. *Semena N.P.* The use of scale models in ground tests reproducing heat transfer in space. *Thermophysics and Aeromechanics*. 2014. Vol. 21. No. 1. P. 45–55.

17. *Testi D.* Ion injection as an effective method of increasing heat transfer in space. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. 2007. Vol. 21. No. 2. P. 431–436.

18. *Baek Yu., Jung E.G.* Characteristics of heat transfer of a contour heat pipe for spacecraft thermal regulation during bypass line operation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2022. Vol. 194. P. 123064.

19. *Konovalov D.A., Kozhukhov N.N., Drozdov I.G.* [Modeling of heat transfer processes in microchannel heat exchangers of space technology control systems]. *Reshetnevskie chteniya*. 2015. Vol. 1. P. 203–205 (in Russian).

20. *Fayazova Z.K.* Boundary control of the heat transfer process in the space. *Russian Mathematics*. 2019. Vol. 63. No. 12. P. 71–79.

21. *Volodin Yu.G., Dul'nev G.N.* An investigation of heat transfer coefficient by the «half-space period». *Journal of Engineering Physics*. 1968. Vol. 9. No. 5. P. 383–385.

22. Issledovanie teploobmennyyh poverhnostey dlya energeticheskikh ustanovok kosmicheskogo naznacheniya [Investigation of heat exchange surfaces for space power plants] / *A.E. Baranov, A.E. Belov, D.N. Ilmov, N.N. Kazantseva, Yu.N. Mamontov, A.S. Skorokhodov*. *Teploenergetika*. 2018. No. 7. P. 76–85 (in Russian).