

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА

УДК 691.278,536.2,536.3

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВЕРМИКУЛИТА И ЕГО СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

© 2021 г. А. В. Скурихин^{1,*}

¹ ФГБОУ ВО “НИУ “МЭИ”, Москва, 111250, Россия

*e-mail: SkurikhinAV@mpei.ru

Поступила в редакцию 11.01.2022 г.

После доработки 12.01.2022 г.

Принята к публикации 25.01.2022 г.

Приведена расчетная оценка коэффициента теплопроводности (КТП) вспученного вермикулита по модели пористого тела, именуемой в настоящей статье моделью многослойной стенки с перемычками. Свойства твердого каркаса (матрицы) данной стенки взяты из результатов предварительных экспериментов о химическом составе (рентгеновскими методами), пористой структуре (методом ртутной порометрии), КТП (стационарным методом и методом горячей проволоки) и коэффициенте поглощения (методом ИК Фурье-спектроскопии). Приводится расчет КТП твердого каркаса по более, чем двадцати существующим алгоритмам из литературных источников. По описанной в статье модели многослойной стенки с перемычками поставлена и решена задача сложного теплообмена (точнее, лучисто-кондуктивного, т.к. показано, что вклад конвекции мал) от 470 до 1270 К в условиях локального термодинамического равновесия и стационарности. Рассматривался одномерный случай с закрытыми порами в форме прямоугольных параллелепипедов и гладкими (ровными) стенками. Заполнитель пор — сухой воздух при атмосферном давлении. Описана методика расчета стационарной плотности теплового потока излучения внутри пористого тела с применением эффективных коэффициентов поглощения, отражения и пропускания. Излучение считалось некогерентным, неполяризованным и изотропным. Приведены методика расчета КТП и результаты, которые сравнивались с экспериментальными значениями КТП. Выдвинуто предположение, что предложенная методика может оказаться применима к другим пористым неорганическим телам.

Ключевые слова: вспученный вермикулит, коэффициент теплопроводности, модель пористого тела, сложный теплообмен, модель многослойной стенки с перемычками

DOI: 10.56304/S2304487X21060110

1. ВВЕДЕНИЕ

Вермикулит — это минерал, обладающий сложной структурой, образующийся из гидрослюд, главным образом, из магнезиально-железистых — флогопита и биотита, под воздействием гидротермальных процессов (гидратации) и других вторичных изменений [1]. Важнейшим свойством вермикулита является способность его частиц “вспучиваться”, — увеличиваясь в размерах, превращаться при нагревании в гофрированные гранулы, напоминающие по внешнему виду миниатюрные меха гармони (рис. 1). Согласно господствующей в настоящее время точке зрения, этот процесс происходит вследствие того, что содержащаяся в нем вода, превращаясь с ростом температуры в пар, создает значительное давление перпендикулярно плоскостям спайности в замкнутых межслоевых пространствах и, удаляясь, раздвигает пластинки-чешуйки частиц вермикулита. Одной из причин, влияющих на его вспучивание, может быть также образование после де-

гидратации на смежных поверхностях пакетов, связанных с обменными ионами, одноименного положительного заряда. Величина вспучивания зависит от многих факторов: от фазового и зернового состава, структуры (в т.ч., степени гидратации) сырья (в т.ч., образовавших его гидрослюд), вида обменных ионов, наличия примесей (различных минеральных включений, негидратированных частиц слюды, пустой породы и др.), содержания адсорбированных газов, влажности и др. Получающийся после обжига зернистый материал называется вспученным вермикулит (далее по тексту, для краткости, — вермикулит), он обладает высокой пористостью, плавится (в зависимости от состава) при температуре около 1600 К, имеет низкий насыпной объемный вес от 50 до 500 кг/м³ и малый КТП: не более 0.12 Вт/(м К) при $T = 300$ К.

Вермикулит состоит из тончайших пластинок (“чешуек”), разделенных между собой воздушными прослойками (ВП). Форма и цвет его зерен

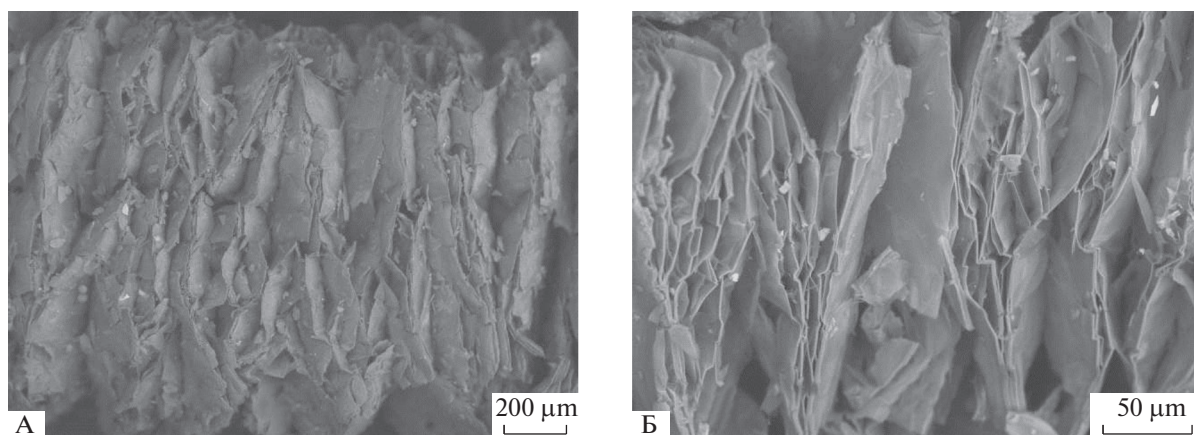


Рис. 1. Микрофотографии фрагментов частиц вермикулита, полученные на электронном микроскопе JEOL-6380LV: исходный при увеличении в 70 раз (А), при увеличении в 400 раз (Б).

после обжига могут быть различными в зависимости от вида исходного сырья (концентрата). Вермикулит обладает звукоизоляционными свойствами, биостойкий, химически инертный, не имеет запаха, не горит, обладает высокими адсорбционными и ионнообменными свойствами, экологически чистый. При воздействии на вермикулит высоких температур и открытого огня не наблюдается выделения вредных (токсичных) веществ, влияющих на организм человека и окружающую среду, в отличие в многих веществ органической химии.

При отгрузке вермикулита как теплоизоляционного материала с фабрики, где происходит обжиг сырья после добычи и обогащения, требуется контроль его коэффициента теплопроводности (КТП). Такие масштабные испытания увеличивают конечную стоимость товара в силу того, что процесс измерений сложный, долгий, требует применения дорогого теплотехнического оборудования и труда квалифицированного персонала. Поэтому представляет практический интерес разработка расчетной методики определения величины КТП вермикулита в целях снижения экономических затрат, высвободив материальные и временные ресурсы изготовителя. Удобной формой представления такой методики, опирающейся на результаты экспериментов, таких как коэффициент поглощения, пористая структура, может быть программа для ЭВМ с прилагаемой к ней

инструкцией. Результаты расчетов по данной программе представлены в настоящей работе.

В настоящей работе изучался вермикулит крупной (8–4 мм) и мелкой (2–0.7 мм) фракций производства Санкт-Петербургской слюдяной фабрики, являющейся российским дистрибьютором бразильской компании “Brasil Minerios”, одного из крупнейших мировых поставщиков вермикулита.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕБУЕМЫХ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕРМИКУЛИТА

2.1. Определение коэффициента поглощения

В ИРЕА – НИЦ “Курчатовский институт” был проведен эксперимент по определению коэффициента ослабления вермикулита по методике инфракрасной (ИК) спектроскопии с Фурье-преобразованием (FTIR) [2]. Подготовка образцов заключалась в растворении в бромиде калия [3] измельченного вермикулита фракций со средними размерами частиц от 30 до 175 мкм массовой долей 0.1, 0.2 и 0.3% [4]. Обработка результатов проводилась методом статистического моделирования рассеяния излучения на частице для разделения коэффициента ослабления на поглощающую и рассеивающую компоненты [4] по трем моделям: шар, прямоугольный параллелепипед и цилиндр. Согласно результатам моделирования отношение коэффициентов поглощения и ослабления равно 0.445 (табл. 2).

В настоящей работе частицы вермикулита заменялись на последовательность тонких пластин из твердого каркаса (ТК), чередуясь с ВП (описание модели приведено ниже в п. 3), что помогло уточнить, зная распределение пор и частиц по размерам, средний коэффициент поглощения (КП) по Планку α (поправка k_α в табл. 1) по сравнению с исходным α_i (табл. 2):

Таблица 1. Рассчитанные коэффициенты k_α

	Мелкая фракция		Крупная фракция	
	И	О	И	О
k_α	1.31	2.40	1.04	2.87

Примечание : И – исходный, О – после обжига

Таблица 2. Рассчитанные коэффициенты рассеяния и поглощения для вермикулита (усреднены по концентрациям)

Модель прямоугольных параллелепипедов				
СРЧФ, мкм	КПП	КРП	КПР	1-Sc
30	34765	24902	11353	0.58
80	24168	19135	10146	0.56
125	12947	12013	6901	0.52
175	11188	10257	6209	0.52
Модель шаров				
80	17301	26508	1982	0.39
125	9793	13790	1235	0.42
175	7185	11316	1146	0.39
Модель цилиндров				
125	12028	11852	3151	0.50
175	7442	9701	1136	0.43

Примечание: условные обозначения: СРЧФ – средний размер частиц фракции, КПП – КП по Планку, КРП – коэффициент рассеяния по Планку, КПР – КП по Росселанду, Sc – число Шустера (альбедо) [5]

$$\alpha = \sum_{k=1}^{10} \alpha_k w_k, \quad \alpha_k = -\frac{\ln(D_k)}{d_k}, \quad (1)$$

$$d_k = \Delta x_b(k-1) + k\Delta x_t, \quad k_\alpha = \frac{\alpha}{\alpha_u},$$

где k – целое число стенок из ТК (от 1 до 10), Δx_t – их толщина, Δx_b – толщина ВП, d_k – толщина

всей многослойной стенки, D_k – коэффициент пропускания излучения через стенку при данном k , w_k – вклад каждого из КП в соответствии с распределением пор и числом стенок k .

2.2. Изучение пористой структуры

Метод и результаты измерения пористой структуры вермикулита представлены в [6] (табл. 3, табл. 4).

2.3. Измерение коэффициента теплопроводности вермикулита

Ранее КТП вермикулита крупной и мелкой фракций был измерен для исходного, после циклов нагревов (повторов) и длительного обжига (3 ч) при температуре 1273 К [7, 8] в муфельной печи, причем для крупной фракции учитывалась укладка зерен (табл. 5). Изучен химический состав (табл. 6) исходного вермикулита [8]. В настоящей работе предполагается, что средняя излучательная способность вермикулита в приближении трехкомпонентной смеси MgO , SiO_2 и Al_2O_3 определяется суперпозицией соединений, входящих в ее состав, с учетом их концентраций.

2.4. Определение коэффициента теплопроводности твердого каркаса

Под КТП ТК (или, по-другому, скелета, матрицы) подразумевается КТП вермикулита при отсутствии пор, который зависит от структуры и состава материала. Поиск КТП ТК образца осуществлялся по найденным ранее экспериментально свойствам материала, а именно λ_s – эф-

Таблица 3. Результаты измерений методом ртутной порометрии для вермикулита крупной фракции

Распределение пор по размерам				Общий объем пор, мм³/г	Пористость, %	Кажущаяся плотность, г/см³	С
Диаметр пор, мкм							
от 130 до 100	от 100 до 20	от 20 до 5	менее 5				
2.14	14.34	40.09	43.43	2756.07	55.75	0.2	И
0.33	15.65	47.46	36.56	3495.9	86.61	0.25	О

Примечание: С – состояние: см. табл. 1.

Таблица 4. Результаты измерений методом ртутной порометрии для вермикулита мелкой фракции

Распределение пор по размерам				Общий объем пор, мм ³ /Г	Пористость, %	Кажущаяся плотность, г/см ³	С
Диаметр пор, мкм							
от 130 до 100	от 100 до 20	от 20 до 5	менее 5				
0.02	17.1	28.56	54.32	2603.0	66.35	0.25	И
0.46	11.24	19.2	69.1	4161.6	84.36	0.2	О

Примечание – Идентично табл. 1.

Таблица 5. КТП вермикулита различных фракций, измеренный различными методами, и влияние на него ориентации зерен относительно теплового потока, температуры и состояния

Фракция 8–4 мм [8]					
$T_{\text{ср}}^A, \text{K}$	ЗВ (И) ^Б	$T_{\text{ср}}^A, \text{K}$	ЗВ (О)	$T_{\text{ср}}^A, \text{K}$	ЗВ (П)
633	0.214	626	0.223	628	0.242
923	0.441	921	0.370	924	0.433
$T_{\text{ср}}^A, \text{K}$	ЗПП (И)	$T_{\text{ср}}^A, \text{K}$	ЗПП (О)	$T_{\text{ср}}^A, \text{K}$	ЗПП (П)
626	0.148	625	0.143	624	0.145
907	0.247	920	0.231	900	0.223
Фракция 2–0.7 мм					
По стационарному методу [8]					
$T_{\text{ср}}^A, \text{K}$	И	$T_{\text{ср}}^A, \text{K}$	О	$T_{\text{ср}}^A, \text{K}$	П
620	0.180	621	0.105	627	0.128
891	0.245	905	0.215	882	0.174
По методу горячей проволоки ISO 8894-2:2007 (И ^Б)					
T, K	301	367	466	615	765
λ	0.070	0.080	0.103	0.150	0.207
T, K	914	1064	1264		
λ	0.283	0.373	0.477		

Примечания:

А. Средняя температура определяется по серии измерений.
Б. Условные обозначения: ЗВ – засыпка вертикальная (плоскости спайности частиц и вектор плотности теплового потока параллельны), ЗПП – засыпка плоскопараллельная (направление теплового потока перпендикулярно плоскостям спайности частиц), П – при проведении повторных измерений, И, О – см. табл. 1. КТП приведен в Вт/(м К).

эффективному КТП [7, 8], λ_T – КТП ТК, П – пористости, путем решения неявного уравнения по известным из литературных источников моделям

пористых тел (табл. 7), которое можно записать для большинства случаев следующим образом:

$$F(\Pi, \lambda_n, \lambda_t, \lambda_s) = 0, \quad (2)$$

где λ_n – КТП непрерывной фазы (т.е. воздуха, заполняющего поры, при атмосферном давлении) [9]. Полученные значения КТП ТК проверялись по методике из [10] и усреднялись (табл. 8).

2.5. Замечания по учету теплообмена конвекцией

Для учета вклада конвекции требуется, чтобы число Рэлея $Ra = GrPr < 680$ [15], в рассматриваемом случае для среднего размера пор $\delta < 2 \times 10^{-5}$ м: $Gr < 2 \times 10^{-7}$, для воздуха $Pr \approx 0.7$. Другое условие учета конвекции в пористой среде: $\frac{g\beta\Delta T\delta k}{\nu a} > 4\pi^2$,

где k – проницаемость среды [16]. Расчеты по данной критериальной формуле показывают, что левая часть не превышает 0.1. Таким образом, вклад конвекции в общий теплоперенос при данных условиях задачи незначителен.

3. МОДЕЛЬ МНОГОСЛОЙНОЙ СТЕНКИ С ПЕРЕМЫЧКАМИ

3.1. Описание модели

Модель многослойной стенки с перемычками (ММССП) представляет пористый материал (в данном случае, вермикулит) в виде множества тонких стенок (листов), которые следуют последовательно друг за другом, каждую из которых можно представить в виде плоскопараллельных пластинок, причем их разделяют слои воздуха (рис. 2). Сверху и снизу находятся перемычки из ТК, где излучение распространяется только теплопроводностью. Излучение, попадающее на каждую из пластинок, отражается, пропускается или поглощается, причем по закону сохранения энергии сумма соответствующих коэффициентов равна единице: $R + D + A = 1$. Каждая из стенок после поглощения излучает тепловую энергию.

Таблица 6. Химический состав вермикулита [8]

Фракция, мм	Химический состав, % (на прокаленное вещество)									
	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	SiO ₂	Na ₂ O	CaO	K ₂ O	MgO	TiO ₂	$\Delta m^A, \%$	$\Delta m^B, \%$
Крупная	12.9	7.8	46.7	0.3	0.6	0.2	28.2	1.8	10.3	22.6
Мелкая	14.0	7.3	45.8	0.3	0.5	0.2	29.0	1.5	9.3	19.3

Примечания:

1. Химический состав вермикулита определен с помощью метода энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии.
2. Δm^A – уменьшение массы высушенного вещества при прокаливании от 393 К до 1473 К. При температуре выше 1473 К изменения массы не наблюдается, причем выше температуры 1373 К потери массы менее 0.5%.
3. Δm^B – уменьшение массы вермикулита при росте температуры от 295 К до 1473 К.

Таблица 7. Расчетные модели определения эффективного КТП

№ п/п	Модель	Источник	№ п/п	Модель	Источник
1	Максвелл	[11]	11	Оделевский	[12]
2	Бругманн	[11]	10	Хашин–Штрикман	[13]
3	Шуман–Восс	[11]	12	Адиабатическое и изотермическое разбиения	[12]
4	Горринг–Черчилль (сферы, цилиндры, плотный слой)	[11]	13	Дульнев (для зернистых систем)	[12]
5	Свифт	[11]	14	Дульнев–Сигалова	[14]
6	Максвелл–Эйкен	[11]	15	Шахматный порядок	[15]
7	Бургер и Фрике	[11]	16	Старостин	[15]
8	Лихтенэкер	[11]	17	Руссель (непрерывные фазы)	[15]
9	Взаимопроникающие компоненты: простая структура	[12]	18	Ориентация плоских слоев	[11]
10	Структура с переменным сечением компонент	[12]	19	Васильев–Фрайман	[11]

Таблица 8. Рассчитанные значения КТП ТК, Вт/(м·К)

Т, К	Фракция 2–0.7 мм			Фракция 8–4 мм					
	И	П	О	И, ЗПП	П, ЗПП	О, ЗПП	И, ЗВ	П, ЗВ	О, ЗВ
473	0.49	0.46	0.34	0.21	0.26	0.37	0.43	0.37	0.76
573	0.62	0.55	0.55	0.31	0.35	0.51	0.70	0.58	0.90
673	0.75	0.64	0.78	0.42	0.46	0.65	0.98	0.80	1.09
773	0.89	0.73	1.01	0.54	0.58	0.80	1.29	1.03	1.31
873	1.03	0.83	1.25	0.67	0.72	0.95	1.60	1.28	1.55
973	1.17	0.92	1.51	0.80	0.86	1.11	1.93	1.53	1.81

Поверхности самих стенок считаются плоскими (ровными, прямыми) и гладкими.

В задаче расчета КТП пористого материала вводятся следующие упрощения:

- не учитываются поляризационные эффекты теплового излучения, оно некогерентно и изотропно;

- не учитывался эффект полного внутреннего отражения при переходе луча от стенки к ВП (поре), т.е. считалось, что угол падения излучения небольшой;

- среда однородна и изотропна, а ее свойства сохраняются (нет фазовых переходов);

- поры заполняет воздух при нормальном атмосферном давлении, влажность не учитывалась из-за температур выше 373 К;

- коэффициенты отражения рассчитывались по формулам Френеля, далее рассчитывался

средний коэффициент отражения по всему диапазону углов падения;

- выполняются условия локального термодинамического равновесия и стационарности (распределение или поле температур и плотностей тепловых потоков неизменно во времени);

- расчет проводился для средних значений размеров пор, форма пор – выпуклая;

- рассматривался одномерный случай;

- поры являются закрытыми, однако в реальности, большая часть пор являются открытыми, т.е. между ними есть соединение в виде каналов, трещин, щелей и др.

В силу приведенных допущений предлагаемая модель не претендует на достаточную полноту.

Направление распространения лучистой энергии (рис. 3) слева направо (q_{lr}) условно принято за положительное, а справа налево за отрицательное

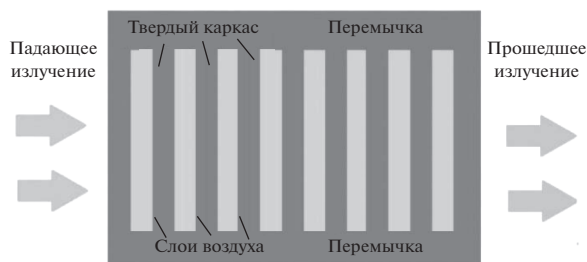


Рис. 2. Модель пористого материала (ММСП): слой ТК (N штук) и ВП между ними ($N-1$ штука).

(q_n). Температуры левых границ стенки из ТК обозначены со штрихом, правых — с двумя штрихами, k — ее номер (все стенки нумеруются от единицы до N слева направо). Предполагается, что температура монотонно падает при движении слева направо от первой к последней стенке: $T'_1 < T'_1'' < \dots < T'_k < T'_k'' < \dots < T'_N < T'_N''$.

Каждую k -ю стенку можно рассматривать как полупрозрачную пластинку с эффективным коэффициентом пропускания излучения (т.е. после многократных отражений, которые в дальнейшем не учитываются):

$$\tilde{D}_k = \frac{(1 - R_k)^2 D_k}{1 - (R_k D_k)^2}, \quad (3)$$

где «номинальные» коэффициенты: $D_k = e^{-\alpha_k \Delta x}$ — пропускания через k -ю стенку, R_k — отражения от k -й стенки, α_k — средний КП по Планку вермикулита при данной температуре k -й стенки. Учитывалось также падение относительной интегральной степени черноты (или равной ему поглощательной способности A_k) с ростом температуры при упомянутом предположении трехкомпонентной смеси:

$$\varepsilon_o = \frac{1}{w_{\text{MgO}} + w_{\text{Al}_2\text{O}_3} + w_{\text{SiO}_2}} \times (w_{\text{MgO}} \varepsilon_{\text{MgO}} + w_{\text{Al}_2\text{O}_3} \varepsilon_{\text{Al}_2\text{O}_3} + w_{\text{SiO}_2} \varepsilon_{\text{SiO}_2}), \quad (4)$$

где $\varepsilon_{\text{SiO}_2}, \varepsilon_{\text{MgO}}, \varepsilon_{\text{Al}_2\text{O}_3}$ — искомые степени черноты чистых материалов SiO_2 , MgO , Al_2O_3 соответственно, $w_{\text{MgO}}, w_{\text{Al}_2\text{O}_3}, w_{\text{SiO}_2}$ — их массовые доли, ε_o — степень черноты огнеупоров. Также корректировалось значение данной степени черноты в соответствии с экспериментальными величинами из литературных источников [17, 18].

Аналогично эффективный коэффициент отражения:

$$\tilde{R}_k = \frac{(1 - R_k)^2 R_k D_k^2}{1 - (R_k D_k)^2} + R_k \quad (5)$$

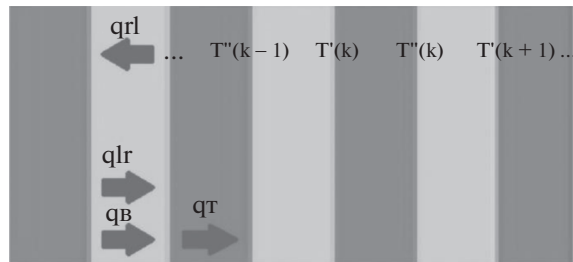


Рис. 3. Фрагмент многослойной стенки в сечении: светлые области (ВП) чередуются с более темными (ТК), стрелки указывают направления тепловых потоков.

Эффективная поглощательная способность:

$$\tilde{A}_k = 1 - \tilde{D}_k - \tilde{R}_k = \frac{(1 - R_k)(1 - D_k)}{1 - R_k D_k}. \quad (6)$$

Доля излучения, покидающая j -ю (излучающую) стенку справа налево (индекс 2) и падающего на k -ю стенку (рассматриваемую) слева (индекс 0) и справа (индекс 1):

$$\Phi_{20,1jk} = w_{0,1k} \frac{w_{2j}}{w_{2j} + w_{3j}}, \quad (7)$$

Доля излучения, покидающего j -ю стенку слева направо (индекс 3) и падающего на k -ю стенку слева (индекс 0) и справа (индекс 1):

$$\Phi_{30,1jk} = w_{0,1k} \frac{w_{3j}}{w_{2j} + w_{3j}}. \quad (8)$$

Понятно, что для любого j доля дошедшего излучения от j -й до k -й стенки:

$$w_{0k} + w_{1k} = w_{2j} + w_{3j}, \quad (9)$$

где w_{pkj} — трехмерная матрица размером $4 \times N \times N$, элементы которой показывают, какая доля излучения от j -й стенки доходит до k -й после многократных переотражений в многослойной стенке, причем первый индекс p указывает направление: 0 — приходит слева к k -й стенке, 1 — справа, 2 — излучение уходит влево от j -й стенки, 3 — вправо.

3.2. Схема учета набора отражений от полупрозрачных стенок

В настоящей модели схематично можно представить совокупность процессов отражения и пропускания в виде двойного перевернутого дерева. Принцип расчета для трех стенок приводится ниже. В корне дерева (рис. 4) — стенка 2 (для примера), излучающая на соседние стенки 1 и 3, которые только отражают это излучение (то излучение, которое выходит за пределы этих стенок не возвращается обратно), которое попадает на

стенку 2, и либо отражается, либо пропускается и т.д. Ячейка, из которой выходит стрелка, является “родительской”, а на которую указывает стрелка – “детской”. По аналогии можно считать “бабушкиной” ячейкой ту, которая является “родительской” для “родительской”. Например, если “бабушкина” ячейка – первая стенка, то “детская” либо первая стенка (если в “родительской” произошло отражение), либо третья стенка (если в “родительской” произошло пропускание). Таким образом, строятся несколько поколений (“генеалогическое дерево”) до заданного “колена” N , значение которого влияет на точность расчета.

Возможные способы реализации для системы из трех стенок достижения третьей стенки от излучающей второй (излучение, выходящее за первую или последнюю стенки не рассматривается далее):

2-3: излучение второй стенки напрямую попадает на третью стенку,

2-1-2-3: излучение второй стенки падает на первую стенку, отражается от нее, падает на вторую стенку, проходит через нее и падает на третью стенку,

2-3-2-3: излучение второй стенки падает на третью стенку, отражается от нее, падает на вторую стенку, отражается от нее и падает на третью стенку.

Суммируя доли излучения по всем реализациям от излучающей j -й стенки до рассматриваемой k -й стенки, которые зависят только от эффективных коэффициентов отражения, пропускания и поглощения, можно найти полную долю от j -й до k -й стенки. Аналогично можно рассчитать долю лучистой энергии, излучаемой остальными стенками, до любой стенки, а также сделать эту процедуру для произвольного числа стенок N . Забегая вперед, стоит отметить, что оптимальное значение $N = 13$, при этом достигается достаточная точность при приемлемых временных затратах.

3.3. Методика расчета баланса энергии задачи сложного теплообмена

В ММССП закон сохранения энергии для ВП (пор) вблизи границ любой из k стенок:

$$q_t + q_b + E_{lr} - E_{rl} + H_{lr} - H_{rl} = 0. \quad (10)$$

Рассмотрим каждый член отдельно (рис. 2):

1. Плотность теплового потока (ПТП) за счет фоновой теплопроводности (“кондукции”) твердого каркаса:

$$q_t = \lambda_t \frac{T'_k - T''_k}{\Delta x_t}, \quad (11)$$

где λ_t – коэффициент теплопроводности (КТП) твердой части (скелета), T'_k и T''_k – температуры на

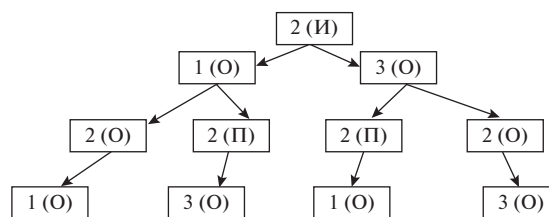


Рис. 4. Дерево (перевернутое) возможных реализаций отражений и пропусканий излучения для трех стенок, номер стенки указан цифрой, процесс – буквой в скобках: “И” – излучение (корень дерева), “О” – отражение, “П” – пропускание.

концах k -й стенки, Δx_t – толщина стенки твердого скелета (матрицы).

2. ПТП за счет теплопроводности воздуха:

$$q_b = \lambda_b \frac{T''_{k-1} - T'_k}{\Delta x_b}, \quad (12)$$

где λ_b – КТП воздуха, Δx_b – толщина ВП, T''_{k-1} и T'_k – температуры на концах ВП, $p = \frac{\Delta x_b}{\Delta x_b + \Delta x_t}$ – пористость.

Для собственного излучения всех стенок, распространяющегося слева направо и падающего слева от стенки (на что указывает знак “минус” вверх), находится путем суммирования:

$$E_{lr,k}^- = \sigma \sum_{j=1}^N \tilde{A}_k (\varphi_{20j} T_j'^4 + \varphi_{30j} T_j''^4). \quad (13)$$

Аналогично для излучения, падающего справа (знак “плюс” вверх) от стенки и идущего справа налево:

$$E_{rl,k}^+ = \sigma \sum_{j=1}^N \tilde{A}_k (\varphi_{21j} T_j'^4 + \varphi_{31j} T_j''^4). \quad (14)$$

Падающее внешнее излучение будем рассматривать так же, как и собственное, умозрительно считая, что эти же стенки его как бы “излучают”, т.к. оно исходит от них. Для внешнего излучения слева от k -й стенки:

$$q_{\text{внеш},k}^+ - q_{\text{внеш},k}^- = \sum_{j=1}^N w_{0j} (1 - \tilde{D}_k) h_j, \quad (15)$$

где h_j – внешнее излучение, дошедшее до j -й стенки после многократных переотражений $h_j = H_{lr} + H_{rl}$:

$$H_{lr} = H_{0,lr} C_{a0} E_{aj}, H_{rl} = H_{0,rl} C_{b0} E_{bj}, \quad (16)$$

где $H_{0,lr}$ – внешнее излучение, падающее на первую стенку (слева), $H_{0,rl}$ – внешнее излучение, падающее на последнюю стенку (справа). Доля

внешнего излучения, падающего слева на k -ю стенку $C_{a0} = C_{a1} + C_{a2}$, где:

$$\begin{aligned} C_{a1} &= \sum_{j=1}^N (\varphi_{20j} \tilde{R}_j + \varphi_{30j} \tilde{D}_j), \\ C_{a2} &= \sum_{j=N}^1 (\varphi_{30j} \tilde{R}_j + \varphi_{20j} \tilde{D}_j), \end{aligned} \quad (17)$$

где C_{a1}, C_{a2} — доли внешнего излучения, падающие на j -ю стенку слева, C_{a1} — слева направо, т.е. от первой стенки к последней, а C_{a2} — наоборот, справа налево, т.е. от последней к первой.

Аналогично доля внешнего излучения, падающего справа на k -ю стенку $C_{b0} = C_{b1} + C_{b2}$, где:

$$\begin{aligned} C_{b1} &= \sum_{j=1}^N (\varphi_{21j} \tilde{R}_j + \varphi_{31j} \tilde{D}_j), \\ C_{b2} &= \sum_{j=N}^1 (\varphi_{31j} \tilde{R}_j + \varphi_{21j} \tilde{D}_j), \end{aligned} \quad (18)$$

где C_{b1}, C_{b2} — доли внешнего излучения, падающие на j -ю стенку справа, C_{b1} — слева направо, т.е. от первой стенки к последней, а C_{b2} — наоборот, справа налево, т.е. от последней к первой, E_{aj}, E_{bj} — доли внешнего излучения, дошедшие до j -й стенки так, как если бы не было переотражений, т.е. была бы оптически сплошная среда:

$$E_{aj} = \prod_{q=1}^{j-1} \tilde{D}_q, E_{bj} = \prod_{q=N}^{j+1} \tilde{D}_q. \quad (19)$$

Окончательно баланс энергии для k -й стенки слева можно записать:

$$\begin{aligned} &\lambda_{\tau} \frac{T'_k - T''_k}{\Delta x_{\tau}} + \lambda_{\text{в}} \frac{T''_k - T'_{k+1}}{\Delta x_{\text{в}}} + \\ &+ \sum_{j=1}^N \left(\frac{\sigma}{w_{2j} + w_{3j}} \tilde{A}_k (w_{2j} T_j'^4 + w_{3j} T_j''^4) + h_j \right) \times \\ &\times (w_{0j} - \tilde{D}_k w_{1j}) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Аналогично баланс энергии для k -й стенки справа:

$$\begin{aligned} &\lambda_{\tau} \frac{T'_k - T''_k}{\Delta x_{\tau}} + \lambda_{\text{в}} \frac{T''_k - T'_{k+1}}{\Delta x_{\text{в}}} + \\ &+ \sum_{j=1}^N \left(\frac{\sigma}{w_{2j} + w_{3j}} \tilde{A}_k (w_{2j} T_j'^4 + w_{3j} T_j''^4) + h_j \right) \times \\ &\times (\tilde{D}_k w_{0j} - w_{1j}) = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Понятно, что для первой и последней стенки второго члена (отвечающего за теплопроводность воздуха) не будет.

Таким образом, решая данную систему из $2N$ нелинейных уравнений (относительно темпера-

тур левой и правой границ всех N стенок), например, методом Ньютона [19], можно найти распределение температур в одной многослойной стенке. После того, как итерационный процесс поиска температурного поля завершился (для этого, как правило, нужно не более пяти итераций), находится градиент температур $\Delta T / \Delta x$ на заданном участке образца и сами температуры.

3.4. Алгоритм расчета коэффициента теплопроводности

Предварительно для каждого материала рассчитываются:

- скорректированный из-за перемычки (для сохранения величины пористости) средний размер пор;
- КТП ТК;
- доля относительной площади сечения перемычки;
- эффективные способности стенок (поглощательная, отражательная и пропускательная) с учетом химического состава.

КТП воздуха при различных температурах, взятые из [9].

Площадь сечения перемычки оценивалась, исходя из равенства эффективного КТП ММСП и суммы КТП ее частей, т.е. отдельно через перемычку и через многослойную стенку.

Расчет проводился для разных температур при оптимальных параметрах b и c , которые в силу неоднородности образца уточнялись на каждом шаге. Параметр b — аспектное отношение ширины стенки к ее высоте, учитывающее отклонение поры от кубической формы. Параметр c — поправочный коэффициент, включающий в себя поправки на ненулевой угол падения излучения, на долю излучения, падающую на соседнюю (противоположную) стенку, т.е. на уточнение разрешающих угловых коэффициентов из-за небесконечности стенок, а также на несерость (селективность по частотам) стенок. Коэффициенты b и c рассчитывались подбором из заданного большого интервала значений. Форма пор — прямоугольные параллелепипеды.

Алгоритм выглядит следующим образом:

1. Рассчитывается плотность теплового потока излучения (ПТПИ) вблизи стенок в сером приближении [20]:

$$E'_{\text{res}} = \frac{b(E_{lr0} + E_g(d-1))(1-s)}{d}, \quad (22)$$

где E_g — рассчитанная в сером приближении ПТПИ между соседними стенками, E_{lr0} — ПТПИ на границах, d — число стенок, s — относительное сечение перемычки.

Таблица 9. Результаты расчета для мелкой фракции (хаотичная засыпка, исходное состояние)

Засыпка 1									
Т	474	576	677	778	878	979	1080	1180	1281
РКТП	0.102	0.139	0.182	0.232	0.268	0.315	0.360	0.420	0.490
ЭКТП	0.108	0.140	0.176	0.218	0.264	0.314	0.370	0.430	0.495
ОО	6	1	3	7	2	0	3	2	1
Засыпка 2									
Т	481	576	676	777	877	977	1077		
РКТП	0.133	0.163	0.189	0.214	0.228	0.234	0.244		
ЭКТП	0.131	0.161	0.189	0.213	0.232	0.248	0.259		
ОО	2	1	0	1	2	6	6		
Засыпка 3									
Т	491	577	677	778	879	980	1081		
РКТП	0.137	0.170	0.193	0.219	0.245	0.266	0.293		
ЭКТП	0.149	0.170	0.194	0.218	0.242	0.266	0.290		
ОО	9	0	0	1	1	0	1		
Повторные измерения									
Т	475	576	676	777	878	978	1079		
РКТП	0.098	0.117	0.137	0.154	0.177	0.194	0.212		
ЭКТП	0.101	0.119	0.137	0.155	0.173	0.191	0.210		
ОО	3	2	0	1	2	2	1		
После обжига									
Т	676	777	878	979	1080				
РКТП	0.134	0.160	0.195	0.235	0.272				
ЭКТП	0.126	0.165	0.204	0.243	0.282				
ОО	6	3	5	3	4				

Примечание: РКТП – рассчитанный КТП, Вт/(м К), ЭКТП – эффективный КТП (по эксперименту), Вт/(м К), ОО – относительное отклонение, %, Т – температура, К.

2. Вычисляется средняя ПТПИ внутри выбранной многослойной стенки $\langle E_{lr} \rangle$:

$$E_s = \frac{E_{lr0} + \langle E_{lr} \rangle (d - 1)}{d}, \quad E_{\text{res}} = bE_s(1 - s)c. \quad (23)$$

Алгоритм нацелен на уравнивание E_{res} и E'_{res} , что позволяло определить параметр c .

Из экспериментальных значений КТП найдено значение параметра b :

$$\lambda_{\text{эфф}} = \frac{(1 - s)bq_{\text{общ}}}{\Delta T / \Delta x} + \lambda_t(1 - b(1 - s)), \quad (24)$$

где λ_t – КТП ТК, $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ – средний градиент температур в многослойной стенке.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Для мелкой и крупной фракций рассчитаны значения КТП по предложенной методике от температуры и состояния (табл. 9, 10), полученные значения сравнивались со средними, полученными экспериментально (табл. 5), отклонения от которых оказались менее 10%.

5. ВЫВОД

Методика, представленная в настоящей работе на основе ММССП, продемонстрировала возможность вычислить КТП вермикулита в ограниченном температурном интервале. Для этого необходимо провести однократно предварительные измерения (и их обработку) по определению ко-

Таблица 10. Результаты расчета для фракции 8-4 мм

Плоскопараллельная засыпка									
Исходная засыпка									
Т	475	576	677	778	879	980	1081		
РКТП	0.096	0.131	0.167	0.204	0.237	0.275	0.310		
ЭКТП	0.094	0.130	0.166	0.202	0.237	0.273	0.308		
ОО	2	1	1	1	0	1	1		
После повторов									
Т	475	576	677	778	879	980	1080		
РКТП	0.105	0.134	0.161	0.192	0.221	0.244	0.280		
ЭКТП	0.103	0.132	0.160	0.189	0.217	0.245	0.274		
ОО	2	2	1	2	2	0	2		
После обжига									
Т	474	574	675	775	876	976	1077	1177	1277
РКТП	0.107	0.147	0.179	0.209	0.240	0.270	0.301	0.332	0.362
ЭКТП	0.098	0.128	0.158	0.188	0.218	0.248	0.277	0.307	0.337
ОО	9	15	13	11	10	9	8	8	8
Вертикальная засыпка									
Исходная засыпка									
Т	678	779	880	981	1082	1183			
РКТП	0.252	0.330	0.407	0.488	0.558	0.629			
ЭКТП	0.249	0.329	0.408	0.487	0.566	0.645			
ОО	1	0	0	0	1	3			
После повторов									
Т	480	577	678	779	881	982	1082	1183	
РКТП	0.144	0.211	0.270	0.338	0.403	0.468	0.528	0.590	
ЭКТП	0.146	0.209	0.274	0.340	0.405	0.470	0.535	0.600	
ОО	2	1	1	1	0	0	1	2	
После обжига									
Т	488	576	675	776	876	976	1077	1177	
РКТП	0.166	0.209	0.259	0.310	0.361	0.411	0.463	0.514	
ЭКТП	0.153	0.197	0.247	0.297	0.348	0.398	0.448	0.499	
ОО	9	6	5	4	4	3	3	3	

Примечание: Идентично табл. 10.

эффицента поглощения и пористой структуры (пористости и среднего размера пор), а также КТП хотя бы для двух температур для заданного состава вермикулита, чтобы найти его КТП ТК (в предположении линейной зависимости данного параметра от температуры). Такая методика позволяет определить КТП теплоизолятора, такого как вермикулит, с точностью менее 10% (в среднем) и не более 15% (максимальное отклонение),

что ниже погрешности, обеспеченной стационарным методом измерения КТП [21].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная методика расчета КТП обладает потенциалом применения для других пористых неорганических материалов (например, огнеупорных), для чего потребуются провести ранее упомянутые предварительные измерения [2, 4, 5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубенецкий К.Н., Пожнин А.П. Вермикулит (свойства, технология и применение в строительстве), Ленинград: Стройиздат [Ленингр. отд-ние], 1971. 175 с., ил.
2. Скурихин А.В., Костановский А.В. Определение коэффициента поглощения термовермикулита // Приборы, 2019. № 5 (227). С. 38–41.
3. Огнеупорное производство. Справочник, Т. 2 / Под общ. ред. инж. Д.И. Гавриша, М.: Metallurgia, 1965. 584 с.
4. Скурихин А.В., Костановский А.В., Белусь С.К. Определение коэффициентов рассеяния и поглощения излучения вспученного вермикулита совместно методами эксперимента и моделирования // Вестник НИЯУ МИФИ, 2021. Т. 10. № 3. С. 196–207.
5. Оцисик М.Н. Сложный теплообмен / пер. с англ. под ред. д-ра техн. наук Н.А. Анфимова. М.: Мир, 1976. 616 с.
6. Юрков А.Л., Скурихин В.В., Скурихин А.В. Порова структура вспученного вермикулита // Техника и технология силикатов. Т. 27. 2020. № 4. С. 103–107.
7. Скурихин А.В., Костановский А.В., Маркелов С.А. Установка для измерения коэффициента теплопроводности сыпучих огнеупоров стационарным методом (на примере вспученного вермикулита) // Приборы, 2019. № 10 (232). 2019. С. 48–51.
8. Сакулин А.В., Маргшвили А.П., Коваленко А.А., Скурихин А.В. Исследование вспученного вермикулита // Огнеупоры и техническая керамика, 2019. № 11–12. С. 3–13.
9. Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассообмен: учебник для вузов. М.: Издательский дом МЭИ, 2011. 562 с., ил.
10. Кашеев И.Д., Стрелов К.К., Мамыкин П.С. Химическая технология огнеупоров: учебное пособие. М.: Интермет Инжиниринг, 2007. 752 с.
11. Васильев Л.Л., Фрайман Ю.Е. Теплофизические свойства плохих проводников тепла. Минск: Наука и техника, 1967. 175 с.
12. Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Справочная книга. Л.: Энергия, 1974. 264 с.
13. Снарский А.А., Безсуднов И.В., Севрюков В.А. Процессы переноса в макроскопически неупорядоченных средах: от теории среднего поля до перколяции. М.: Издательство ЛКИ, 2007. 304 с.
14. Дульнев Г.Н., Сигалова З.В. Теплопроводность зернистых систем. Т. 7, № 10, 1964, октябрь, ИФЖ.
15. Чудновский А.Ф. Теплофизические характеристики дисперсных материалов. М.: гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1962. 456 с.
16. Дульнев Г.Н., Новиков В.В. Процессы переноса в неоднородных средах. Л.: Энергоатомиздат, 1991.
17. Огнеупорные материалы. Структура, свойства, испытания: справ. / [Г. Роучка, Х. Вутнау; пер. с нем. под ред. Й. Алленштейна и др.]. М.: Интермет Инжиниринг, 2010. 392 с.
18. Излучательные свойства твердых материалов. Справ. под общ. ред. Шейншлина А.Е. М.: Энергия, 1974. 472 с. с ил.
19. Введение в вычислительную физику: Учебное пособие для вузов / Р.П. Федоренко / под ред. А.И. Лобанова, 2-е изд. испр. и доп. Долгопрудный: Издательский дом “Интеллект”, 2008. 504 с.
20. Michael F. Modest Radiative heat transfer. 3rd edition, 2013. 882 p.
21. ГОСТ 12170-85. Огнеупоры. Стационарный метод измерения теплопроводности.

Vestnik Nacional'nogo Issledovatel'skogo Yadernogo Universiteta “MIFI”, 2021, vol. 10, no. 6, pp. 493–504

Calculation of the Thermal Conductivity of Exfoliated Vermiculite and Its Comparison with Experimental Data

A. V. Skurikhin^{a, #}

^a National Research University MPEI, Moscow, 111250 Russia

[#]e-mail: SkurikhinAV@mpei.ru

Received January 11, 2022; revised January 12, 2022; accepted January 25, 2022

Abstract—The thermal conductivity of exfoliated vermiculite has been estimated within the porous body model called in this work the model of multilayer wall with jumpers. The properties of a solid frame (matrix) of this wall are taken from the preliminary experiments on the chemical composition (X-ray methods), porous structure (mercury porosimetry), thermal conductivity (stationary method and hot wire method), and absorption coefficient (infrared Fourier spectroscopy). The thermal conductivity of the solid matrix has been calculated using more than 20 existing algorithms. The problem of complex heat exchange under the stationary conditions of local thermodynamic equilibrium from 470 to 1270 K has been formulated and solved within the model of multilayer wall with jumpers. The one-dimensional case with closed rectangular parallelepiped pores and smooth walls. Pores are filled with dry air at atmospheric pressure. The method of the calculation of the stationary thermal radiation flux density inside the porous body with effective absorption, reflection,

and transmission coefficients has been described. Radiation is considered as noncoherent, unpolarized, and isotropic. The method of the calculation of the thermal conductivity is presented and results are compared to experimental values of the thermal conductivity. It is assumed that the proposed method can be applicable to other porous inorganic bodies.

Keywords: exfoliated vermiculite, thermal conductivity, porous body model, complex heat exchange, model of multilayer wall with jumpers

DOI: 10.1134/S2304487X21060110

REFERENCES

1. Dubenetsky K.N., Pozhnin A.P. *Vermikulit (svoystva, tekhnologiya i primeneniye v stroitel'stve)* [Vermiculite (properties, technology and application in construction)], Leningrad, Strojizdat [Leningr. otd-nie] Publ., 1971, 175 p., ill.
2. Skurikhin A.V., Kostanovsky A.V. Opredeleniye koef-fitsiyenta pogloshcheniya termovermikulita [Determination of absorption coefficient of thermal vermiculite]. *Pribory*, 2019, no. 5 (227), pp. 38–41 (in Russian).
3. Gavrish D.I. *Ogneupornoye proizvodstvo. Spravochnik* [Refractory production. Reference book], vol. 2, Moscow, Metallurgiya Publ., 1965, 584 p.
4. Skurikhin A.V., Kostanovskiy A.V., Belus' S.K. Opredeleniye koefitsiyentov rasseyaniya i pogloshcheniya izlucheniya vspuchennogo vermikulita sovmestno metodami eksperimenta i modelirovaniya [Determination of exfoliated vermiculite scattering and absorption coefficients jointly by modeling and experimental methods], *Vestnik NIYaU MIFI*, 2021, vol. 10, no. 3, pp. 196–207 (in Russian).
5. Otsisik M.N. *Slozhnyy teploobmen* [Complex heat transfer] / translated from English and edited by doctor of technical sciences Anfimov N. A. Moscow, Mir Publ., 1976, 616 p.
6. Yurkov A.L., Skurikhin V.V., Skurikhin A.V. Porovaya struktura vspuchennogo vermikulita [Pore structure of exfoliated vermiculite], *Tekhnika i tekhnologiya silikatov*, 2020, vol. 27, no. 4, pp. 103–107 (in Russian).
7. Skurikhin A.V., Kostanovsky A.V., Markelov S.A. Ustanovka dlya izmereniya koefitsiyenta teploprovodnosti sypuchikh ogneuporov statsionarnym metodom (na primere vspuchennogo vermikulita) [Thermal conductivity measurement device of loose refractories by steady-state technique (on exfoliated vermiculite sample)]. *Pribory*, 2019, no. 10 (232), pp. 48–51 (in Russian).
8. Sakulin A.V., Margishvili A.P., Kovalenko A.A., Skurikhin A.V. Issledovaniye vspuchennogo vermikulita [Research of exfoliated vermiculite]. *Ogneupory i tekhnicheskaya keramika*, 2019, no. 11–12, 2019, pp. 3–13 (in Russian).
9. Tsvetkov F.F., Grigoriev B.A. *Teplomassoobmen: uchebnik dlya vuzov* [Heat and mass transfer: textbook for universities]. Moscow, MPEI Publ., 2011, 562 p., ill.
10. Kashcheev I.D., Strelov K.K., Mamykin P.S. *Khimicheskaya tekhnologiya ogneuporov: uchebnoye posobiye* [Chemical technology of refractories: a tutorial]. Moscow, Internet Engineering Publ., 2007, 752 p.
11. Vasiliev L.L., Fraiman Yu.E. *Teplofizicheskiye svoystva plokhikh provodnikov tepla* [Thermophysical properties of bad heat conductors]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1967, 175 p.
12. Dulnev G.N., Zarichnyak Yu.P. *Teploprovodnost' smesey i kompozitsionnykh materialov. Spravochnaya kniga* [Thermal conductivity of mixtures and composite materials. Reference book]. Leningrad, Energiya Publ., 1974, 264 p.
13. Snarskiy A.A., Bezsudnov I.V., Sevryukov V.A. *Transport processes in macroscopically disordered media: from mean field theory to percolation* [Protsessy perenosa v makroskopicheski neuporyadochennykh sredakh: ot teorii srednego polya do perkolyatsii]. Moscow, LKI Publ., 2007, 304 p.
14. Dulnev G.N., Sigalova Z.V. *Teploprovodnost' zernistykh system* [Thermal conductivity of granular systems]. *IFZh*, 1964, vol. 7, no. 10.
15. Chudnovsky A.F. *Teplofizicheskiye kharakteristiki dispersnykh materialov* [Thermophysical characteristics of dispersed materials]. Moscow, Gos. Izd-vo fiz.-mat. lit-ry Publ., 1962, 456 p.
16. Dulnev G.N., Novikov V.V. *Protsessy perenosa v neodnorodnykh sredakh* [Transfer Processes in Inhomogeneous Media]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1991.
17. Routschka G., Wutnau H. *Ogneupornyye materialy. Struktura, svoystva, ispytaniya: spravochnik* [Refractory materials. Structure, properties, tests: reference book], translated from German by Y. Allenstein. Moscow, Internet Engineering Publ., 2010. 392 p.
18. Sheindlin A.E. *Izluchatel'nyye svoystva tverdykh materialov (Spravochnik)* [Radiative properties of solid materials (Reference book)]. Moscow, Energy Publ., 1974, 472 p.
19. Fedorenko R.P. *Vvedeniye v vychislitel'nyu fiziku: Uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Introduction to computational physics: textbook for universities]. 2nd ed. Rev. And add. Dolgoprudny, Intellect Publ., 2008, 504 p.
20. Michael F. Modest Radiative heat transfer, 3rd edition, 2013, 882 p.
21. *GOST 12170-85. Ogneupory. Statsionarnyy metod izmereniya teploprovodnosti* [State Standard 12170-85. Refractories. Stationary method of measuring a thermal conductivity]. Moscow, IPK Standart Publ., 2003, 7 p.