

О СВЯЗИ КВАНТОВОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И КЛАССИЧЕСКИХ СИЛ

© 2021 г. А. С. Ольчак^{1,*}

¹ Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409 Россия

*e-mail: asolchak@mephi.ru

Поступила в редакцию 21.02.2022 г.

После доработки 22.02.2022 г.

Принята к публикации 25.02.2022 г.

Известно, что классические законы электростатики (закон Кулона) и гравитации (закон всемирного тяготения Ньютона) хорошо описывают взаимодействие заряженных и/или обладающих массой тел, когда они разделены достаточно большим расстоянием и движутся друг относительно друга достаточно медленно. Напротив, квантовая физика (квантовая электродинамика) весьма точно описывает взаимодействие элементарных зарядов (электронов), пролетающих друг мимо друга на микроскопически малом расстоянии и со скоростью, близкой к скорости света. Фактически, две теории описывают два противоположных крайних случая. При этом часто утверждается, что квантовая теория должна содержать в себе классическую в предельном случае при устремлении постоянной Планка к нулю, который, однако, проследить явным образом весьма затруднительно. В настоящей статье приводятся некоторые простые оценки и соотношения, демонстрирующие наличие связей между квантовыми соотношениями неопределенности, законом Кулона и законом всемирного тяготения, вовсе не требующих устремления к нулю постоянной Планка. Автор надеется, что эти оценки покажутся интересными для физиков-теоретиков и полезными для преподавателей физики, которым приходится отвечать на вопросы студентов о связи квантовой и классической теорий.

Ключевые слова: электростатика, гравитация, теория поля, соотношения неопределенности, квантовая механика

DOI: 10.56304/S2304487X21060079

1. ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ОЦЕНКИ

В классической теории поля (см., например, [1]) считается, что взаимодействие не контактирующих материальных тел осуществляется через посредство т.н. силовых полей, порождаемых зарядами соответствующей природы и заполняющих все окружающее их пространство. Классические поля обладают энергией, но не имеют массы. В трехмерном пространстве напряженность таких безмассовых полей и обусловленные ими силы, действующие на другие заряды той же природы, обязаны убывать при увеличении расстояния между взаимодействующими зарядами обратно пропорционально квадрату этого расстояния, и никак иначе (следствие теоремы Гаусса, см. например, [1, 2]).

$$F \sim 1/r^2. \quad (1)$$

Именно так зависит от расстояния электростатическая сила взаимодействия электрических зарядов (закон Кулона). Так же ведет себя и поле гравитационное (закон всемирного тяготения Ньютона), по крайней мере, на достаточно боль-

ших расстояниях от не слишком больших масс, порождающих это поле (см. [1]).

Классические законы электростатики и гравитации хорошо описывают взаимодействие заряженных и/или обладающих массой тел, когда они разделены достаточно большим расстоянием и движутся друг относительно друга достаточно медленно. Напротив, квантовая электродинамика (КЭД,) в формализме теории возмущений весьма точно описывает взаимодействие элементарных зарядов (электронов), пролетающих друг мимо друга на микроскопически малом расстоянии и со скоростью, близкой к предельной скорости распространения взаимодействий (скорости света в вакууме) $c = 3 \times 10^8$ м/с (см., например, [3, 4]). Фактически, две теории описывают два противоположных крайних случая. При этом часто утверждается, что квантовая теория должна переходить в классическую в предельном случае при устремлении постоянной Планка к нулю, который, однако, проследить явным образом весьма затруднительно. Понятие “сила взаимодействия” в КЭД, как правило, вообще не используется. Фактически, КЭД рассматривает только отдельные акты парного взаимодействия, при которых взаимодействующие частицы с помощью т.н.

“виртуальных фотонов” (обменных квантов взаимодействия) передают друг другу энергию и импульс. Обмен виртуальным фотоном в формализме теории возмущений КЭД наглядно описываются с помощью т.н. диаграмм Фейнмана [3, 4].

Принято считать, что переход от формализма КЭД [3, 4] к формулам классической теории [1, 2] связан с величиной квантовой постоянной Планка $\hbar$, а именно — что *классический случай должен соответствовать пределу $\hbar \rightarrow 0$* , который проследить явным образом весьма затруднительно по многим причинам.

Некоторые любопытные связи между квантовыми и классическими законами можно обнаружить и не устремляя к нулю постоянную Планка. В одной из ранних публикаций автора [5] приведены простые оценки, в которых зависимость силы взаимодействия от расстояния, характерная для закона Кулона, возникает из представления о взаимодействии через обмен квантами, подчиненный квантовым соотношениям неопределенности: В этих оценках рассматриваются два элементарных заряда e , находящиеся на расстоянии r друг от друга и взаимодействующие, как и предполагает КЭД, через обмен “виртуальными фотонами”. Естественно считать, что каждый акт обмена займет время

$$\delta t_1 \sim r/c. \quad (2)$$

Расстояние между зарядами r — единственный в задаче размерный параметр, отталкиваясь от которого можно попытаться оценить характерную величину передачи импульса δP_1 при единичном акте взаимодействия, используя квантовое соотношение неопределенности:

$$\delta P_1 \sim \hbar/r. \quad (3)$$

Отношение передаваемого импульса (3) ко времени взаимодействия (2) дает оценку величины “силы взаимодействия”, как ее определяет классическая механика Ньютона:

$$F \sim \delta P_1/\delta t_1 = \hbar c/r^2. \quad (4)$$

Сила (4) убывает с расстоянием ровно так, как того требует теорема Гаусса в трехмерном пространстве и как убывает с расстоянием реальная сила Кулона. Беда в том, что оценка (4) никак не учитывает величину взаимодействующих зарядов и многократно превосходит реальную силу Кулона $F_{\text{Кул}} = ke^2/r^2$, действующую между двумя элементарными зарядами $e = 1.6 \times 10^{-19}$ Кл

$$F/F_{\text{Кул}} \sim \hbar c/ke^2 \sim 137 \gg 1. \quad (5)$$

Здесь $k = 9 \times 10^9$ Н м²/Кл² — постоянная закона Кулона в системе СИ, а безразмерное отношение $ke^2/\hbar c = 1/137.036.. \ll 1$ — постоянная тонкой структуры [2, 3].

На научных ресурсах в www-сети доступны недавние публикации (например, [6, 7]), цитирую-

щие, повторяющие или независимо воспроизводящие оценки (2)–(4), [5] и дополненные соображениями, с помощью которых авторы пытаются объяснить разницу (5) и прийти к правильной величине силы Кулона. Соображения эти, как правило, не выглядят убедительными. Некоторые более убедительные (как надеется автор) соображения приведены ниже.

2. ОБМЕН ВИРТУАЛЬНЫМИ ФОТОНАМИ И ЗАКОН КУЛОНА

Претендующий на корректность переход от квантовых обменов фотонами к статическому закону Кулона требует рассматривать ситуацию, когда взаимодействие длительно, взаимодействующие тела обмениваются квантами многократно, но при каждом отдельном акте обмена величина передаваемой энергии микроскопически мала и взаиморасположения зарядов практически не меняет (система остается статичной). Исходя из квантовых соотношений неопределенности и оценки времени взаимодействия (2), величину передаваемой в одном обмене энергии можно оценить так:

$$\Delta E_\Delta \sim \hbar/\delta t_1 \sim \hbar c/r \gg ke^2/r. \quad (6)$$

Передаваемая в одном акте взаимодействия энергия, по оценке (6), оказывается во много раз больше (!) потенциальной энергии взаимодействия пары зарядов, разделенных расстоянием r . Как следствие, взаиморасположение зарядов после такого взаимодействия должно сильно поменяться и их конфигурация никак не может считаться статической.

С другой стороны, корректное определение средней силы, действующей между телами, требует, даже в рамках упрощенных оценок (2)–(4), делить характерный импульс (3), передаваемый при каждом обмене, не на время перемещения фотона δt_1 (2), а на среднее время, разделяющее два последовательных акта взаимодействия Δt .

$$F \sim \delta P_1/\Delta t = (\delta P_1/\delta t_1)(\delta t_1/\Delta t) = (\hbar c/r^2)(\delta t_1/\Delta t). \quad (7)$$

Сравнение с реальным законом Кулона позволяет оценить отношение времен

$$\Delta t/\delta t_1 \sim \hbar c/ke^2 \sim 137 \gg 1. \quad (8)$$

Тот факт, что среднее время, разделяющее два акта обмена фотонами, должно быть много больше характерного времени каждого акта взаимодействия, позволяет попробовать применить в статическом случае теорию возмущений КЭД в первом порядке, пренебрегая многофотонными процессами и сохраняя лишь двухвершинные “простейшие” фейнмановские диаграммы, описывающие меллеровское рассеяние электронов [2, 3]. С другой стороны, оценка величины передаваемой энергии (6) не позволяет рассматривать та-

кие процессы как правильный путь, ведущий к статическому пределу. В любом случае, практическое продвижение в этом направлении наталкивается на трудности с определением волновых функций электронов в статическом случае. Очевидно, они не могут даже приблизительно быть представлены как плоские волны (как это всегда делается в случае рассеяния электронов, движущихся с релятивистскими взаимными скоростями [2, 3]). Статическая волновая функция свободного электрона скорее представляет из себя диффузно расплывающийся волновой пакет, первоначально локализованный в точке последнего акта взаимодействия. Попытки построить квантовую механику волновых пакетов предпринимались в прошлом (см., [8, 9]), но к осязаемым практическим результатам не привели из-за математических сложностей и недостаточной определенности постановки задачи. Таким образом, условие (5) скорее следует просто рассматривать как эмпирическое условие соответствия теории и эксперимента.

Важно, однако, отметить, что оценки (2)–(5) вовсе *не требуют* устремления постоянной Планка к нулю. Как раз напротив: необходимо, чтобы величина постоянной Планка была достаточно велика, чтобы выполнялось условие (6). Реальное значение постоянной Планка $\hbar = 1.054 \times 10^{-34}$ Дж·с подходит как нельзя лучше.

3. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СООБРАЖЕНИЯ, ВЫХОДЯЩИЕ ЗА РАМКИ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Заметим, что квантово-механическая оценка переданного в однократном акте взаимодействия импульса (3) и оценка зависимости от расстояния силы взаимодействия (4) никак не связаны с конкретной природой рассматриваемого взаимодействия. Другими словами, они в равной мере могут быть отнесены к любому по природе взаимодействию, осуществляемому с помощью обмена квантом, переносящим энергию и импульс. Важно только, чтобы обменный квант был безмассовым, поскольку взаимодействия с помощью массивных квантов (сильное, слабое) осуществляются только на микроскопических расстояниях $r < \sim \hbar/mc$, где m — масса обменного кванта. Кроме электромагнитного взаимодействия, осуществляемого с помощью безмассовых фотонов, предполагается (см., например, [10]), что безмассовые обменные кванты — *гравитоны* — передают взаимодействие гравитационное. Уже упоминалось, что закон убывания гравитационной силы взаимодействия массивных тел с расстоянием (закон всемирного тяготения Ньютона) точно такой же, как и для электростатической силы Кулона (1), и тоже не противоречит оценкам (4), (7). Разница в величине сил. Чтобы оценки (4), (7) соответство-

вали силе гравитации количественно, нужно, чтобы отношение длительности единичного элементарного взаимодействия к среднему интервалу времени между взаимодействиями составляло

$$\delta t_1/\Delta t = Gm_1m_2/\hbar c, \quad (9)$$

где $G = 6.67 \times 10^{-11}$ м³/с²·кг — гравитационная постоянная, а m_1, m_2 — массы взаимодействующих тел.

В квантовой теории естественно рассматривать в качестве взаимодействующих объектов элементарные частицы. Для протонов с массой $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ кг, например, оценка (9) дает ничтожно малое значение $\delta t_1/\Delta t = Gm_p^2/\hbar c \sim 6 \times 10^{-39}$. Даже для взаимодействий на внутриядерных расстояниях $r \sim 10^{-15}$ м интервалы времени Δt между “последовательными обходами гравитонами” для двух взаимодействующих протонов составят $\sim 10^{15}$ с, что сопоставимо со временем жизни Вселенной (!). При таких “интервалах” между взаимодействиями трудно говорить о какой-то “усредненной по времени силе”. Возможно, этот факт в какой-то степени отражает причины, что делают квантовый подход трудно применимым к описанию гравитационного взаимодействия.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках Программы “ПРИОРИТЕТ 2030”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. (Теоретическая физика. Т. II). М.: Физматлит, 2012. 536 с. ISBN 5-9221-0056-4.
2. Савельев И.В. Курс общей физики, том 2. М.: Наука, 1972.
3. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.И., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. Т. IV М.: Наука, 1989. 720 с. ISBN 5-02-014422-3.
4. Фейнман Р. Квантовая электродинамика. М.: Мир, 1964.
5. Ольчак А.С. Естественные и технические науки, 2009. № 1. С. 1–4. ISSN: 1684-2626 <https://naukarus.com/k-voprosu-o-svyazi-quantovoy-elektrodinamiki-i-zakona-kulona>
6. URL: <https://physics.stackexchange.com/questions/142159/deriving-the-coulomb-force-equation-from-the-idea-of-photon-exchange>. (дата обращения 20.01.2022)
7. URL: http://wiki-org.ru/wiki/Закон_Кулона (дата обращения 25.01.2022)
8. Борн М. Статистическая интерпретация волновой механики // Атомная физика. М.: Мир, 1965.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.И. Квантовая механика. (Теоретическая физика. Том III). М.: Физматлит, 2004. 800 с. ISBN 5-9221-0530-2.
10. Approaches to Quantum Gravity. Toward a New Understanding of Space, Time and Matter / Ed. by D. Orti. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 583 p. ISBN 978-0-521-86045-1.

On Correlations between Quantum Uncertainty and Classical Forces

A. S. Olchak^{a,#}

^a National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

[#]e-mail: asolchak@mephi.ru

Received February 21, 2022; revised February 22, 2022; accepted February 25, 2022

Abstract—The Coulomb law and the Newton's gravity law define the forces acting between two electric or gravity charges, separated by a macroscopic distance and resting or moving slowly relative to each other. Quantum electrodynamics, in contrary, describes precisely what happens when two elementary charges (electrons) moving at high velocities close to the speed of light interact at a microscopic distance. Actually, the two theories describe two oppositely different extreme cases. However, it is commonly accepted that classical forces can be derived from quantum theory in the limit when the Plank constant tends to zero, though to trace this transition explicitly is technically rather difficult. The current note contains some estimations and speculations, pointing out the fact that quantum uncertainty somehow correlates with classical Coulomb and Newton laws, and this correlation does not require zero Planck constant. These estimations will probably be interesting to theoreticians and useful for teachers, who have to answer questions concerning correlations between classical and quantum approaches.

Keywords: electrostatics, gravity, field theory, quantum uncertainty, quantum mechanics

DOI: 10.1134/S2304487X21060079

REFERENCES

1. Landau L.D., Lifshic E.M. *Teoriya polya. (Teoreticheskaya fizika, T. II)*. [Field theory. (Theoretical physics, vol. II)]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012, 536 p. ISBN 5-9221-0056-4.
2. Savel'ev I.V. *Kurs obshchej fiziki. tom 2*. [Course of general physics; vol.2]. Moscow, Nauka Publ., 1972.
3. Beresteckij V.B., Lifshic E.I., Pitaevskij L.P. *Kvantovaya elektrodinamika*. [Quantum electrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1989, 720 p. ISBN 5-02-014422-3.
4. Fejnman R. *Kvantovaya elektrodinamika*. [Quantum electrodynamics]. Moscow, Mir Publ., 1964.
5. Olchak A.S. *Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, 2009, no. 1, pp 1–4. ISSN: 1684-2626 <https://naukarus.com/k-voprosu-o-svyazi-kvantovoy-elektrodinamiki-i-zakona-kulona>
6. Available at: <https://physics.stackexchange.com/questions/142159/deriving-the-coulomb-force-equation-from-the-idea-of-photon-exchange> (accessed 20.01.2022)
7. Available at: http://wiki-org.ru/wiki/Закон_Кулона (accessed 25.01.2022)
8. Born M. *Statisticheskaya interpretaciya volnovoj mekhaniki // Atomnaya fizika*. [Statistical interpretation of wave mechanics // Atomic Physics]. Moscow, Mir Publ., 1965.
9. Landau L.D., Lifshic E.M. *Kvantovaya mekhanika*. [Quantum mechanics. (Theoretical Physics, vol. III).]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 800 p. ISBN 5-9221-0530-2.
10. *Approaches to Quantum Gravity. Toward a New Understanding of Space, Time and Matter* / Ed. by D. Oriti. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 583 p. ISBN 978-0-521-86045-1