ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЯДЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА «МИФИ», 2023, т. 12, № 1, с. 9–19

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 531.112

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАСШТАБНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ И СМЕЩЕНИЙ НУЛЕЙ МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ДАТЧИКА УГЛОВОЙ СКОРОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНЕЙНОГО ДВОЙНОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

© 2023 *А.П. Евдокимова, А.Л. Масленников**
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия
**e-mail: amas@bmstu.ru*

Поступила в редакцию: 01.02.2023
После доработки: 01.02.2023
Принята к публикации: 14.02.2023

Калибровка инерциальных датчиков и целых блоков инерциальных измерений (БИИ), как правило, проводится с использованием специальных поворотных или вращающихся стендов. Однако для микромеханических модулей использование подобного высокоточного оборудования не является целесообразным ввиду достаточно сильных уровней шумов и изменяющихся параметров моделей погрешностей. Существующие исключительно алгоритмические решения по калибровке микромеханических БИИ либо определяют слишком упрощенную модель ошибок БИИ, либо требует достаточно большого времени на решение задачи. Поэтому в работе рассматривается применение двойного фильтра Калмана к оценке параметров модели измерений трехкомпонентного микромеханического датчика угловой скорости. Рассматриваемая модель измерений включает в себя масштабные коэффициенты и смещения нулей датчика. Для решения задачи в классический двойной фильтр Калмана вносится ряд модификаций. Для подтверждения работоспособности предложенного алгоритма проводятся вычислительные эксперименты, в которых измерения БИИ моделируются по истинной модели измерений. Результаты вычислительных экспериментов показали принципиальную применимость рассматриваемого подхода и достаточно высокую точность оценки масштабных коэффициентов.

Ключевые слова: калибровка, МЭМС, датчик угловой скорости, фильтр Калмана, двойной фильтр Калмана.
DOI: 10.26583/vestnik.2023.20

ВВЕДЕНИЕ

Для высокоточных датчиков в составе блоков инерциальных измерений (БИИ) целесообразно использовать специализированные поворотные столы и вращательные стенды с известными и хорошо зарекомендовавшими себя методами калибровки [1]. Для широко распространенных в настоящее время микромеханических БИИ, включающих в свой состав трехосные гироскоп (датчик угловой скорости – ДУС), акселерометр и магнитометр, не целесообразно использовать дорогостоящие поворотные и вращательные стенды для оценки составляющих моделей измерений (моделей погрешностей). В качестве альтернативы для калибровки подобных БИИ можно использовать различные алгоритмические решения.

Среди алгоритмических решений можно выделить, например, те, в которых решение задачи калибровки осуществляется через алгоритм навигации [2–4]. Еще одним примером может служить алгоритм на основе факторизации, который не требует наличия поворотного или вращательного стендов, но для его реализации необходима специальная высокоточная оснастка для позиционирования блока в ручном режиме [5]. Алгоритмическое решение на основе рекурсивного метода наименьших квадратов в совокупности с преобразованием Фурье позволило достаточно точно определить параметры модели измерений трехосных ДУС и акселерометров [6]. Для калибровки акселерометров в работе [7] применялся фильтр Калмана (ФК) с упрощенной моделью, который больше схож с классическим бета-фильтром. Задачу калибров-

ки ДУС и акселерометров можно решить с использованием оптимизационных процедур, например при использовании метода наименьших квадратов в различной математической постановке задачи [8–13]. Для калибровки магнитометров достаточно хорошо зарекомендовали себя методы с использованием оптимизационных процедур на основе метода наименьших квадратов, в которых, по сути, задача калибровки сводится к задаче подбора параметров эллипсоида, описываемого концом вектора измеряемого магнитометром магнитного поля Земли [14–17].

Существующие алгоритмические методы калибровки трехосных акселерометров и гироскопов в составе МЭМС БИИ либо используют достаточно упрощенную модель ошибок этих датчиков (например, предполагая, что одна из осей чувствительности совпадает с одной из осей БИИ), либо требуют достаточно большого времени на решение задача (в подходах с использованием методов оптимизации), либо требуют наличия некоторого установочного оборудования. С целью устранения этих недостатков в данной работе рассматривается возможность применения двойного фильтра Калмана (ДФК) для оценки параметров модели измерений трехосного МЭМС ДУС. В качестве модели измерений берется следующая упрощенная модель [6]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x \\ \tilde{\omega}_y \\ \tilde{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\omega_x^0 \\ \delta\omega_y^0 \\ \delta\omega_z^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{xx} & h_{xy} & h_{xz} \\ h_{yx} & h_{yy} & h_{yz} \\ h_{zx} & h_{zy} & h_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\tilde{\omega}_x$, $\tilde{\omega}_y$, $\tilde{\omega}_z$ – измеренные (кажущиеся) проекции угловой скорости на оси чувствительности ДУС; ω_x, ω_y, ω_z – проекции истинной угловой скорости на те же оси; $\delta\omega_x^0$, $\delta\omega_y^0$, $\delta\omega_z^0$ – смещения нулей ДУС; h_{xx}, h_{yy}, h_{zz} – масштабные коэффициенты; h_{xy}, h_{xz}, h_{yx}, h_{yz}, h_{zx}, h_{zy} – неортогональности осей чувствительности ДУС.

Отметим, что в используемой в работе модели не учитываются квадратичные и температурные составляющие. Величины неортогональностей осей чувствительности также исключаются из рассмотрения.

Статья структурирована следующим образом. Вначале описывается классической ДФК. Затем описываются модификации классического ДФК, которые необходимы для его применения к задаче калибровке ДУС. Потом описывается алгоритм оценки истинных угловых скоростей, формируемых по данным трехосных акселерометра и магнитометра. Далее приводятся описание вычислительного эксперимента по калибровке трехосного ДУС предложенным методом на основе ДФК и полученные результаты. В заключении представлены выводы и выявленные особенности применения ДФК к решению поставленной задачи.

1. МЕТОДЫ

Для решения задачи калибровки ДУС с использованием ДФК сначала приводится постановка задачи классического ДФК. Затем описывается модификация алгоритма, которая позволяет применить его к задаче калибровки ДУС, а затем приводится описание алгоритма определения истинных измерений ДУС, необходимых для формирования невязки в ДФК для решения задачи калибровки.

1.1. Применение классического линейного двойного фильтра Калмана (ФК) для оценки параметров модели системы

Идея ДФК основывается на методе рекурсивной идентификации дискретных динамических систем. Применение линейного ФК, как рекурсивного алгоритма, к оценке параметров линейной регрессии было описано в 1983 г. [18]. В 1990-х гг. подход было обобщен и сформулирован для произвольной линейной дискретной системы [19]. В начале 2000-х гг. была сформулирована задача идентификации параметров модели системы с одновременной оценкой ее вектора состояния как для линейных, так и нелинейных динамических дискретных систем [20]. Последнее было, по сути, реализовано в качестве рекурсивного метода обучения нейронной сети.

Классический ДФК состоит из двух ФК, где первый оценивает вектор состояния системы, фактически фильтруя измерительные шумы, а второй – по оцененному вектору состояния оценивает параметры модели системы. В общем случае модель системы может быть нелинейной, однако в данной работе рассматривается исключительно линейный вариант ДФК, т.е. оба ФК в ДФК являются линейными, что обусловлено используемой моделью измерений ДУС, представленной уравнением (1) с учетом ряда допущений, описанных далее.

Рассмотрим математическое описание ДФК. Пусть линейная динамическая дискретная система задана в виде

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k^{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{w}})\mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{u}_k + \boldsymbol{\mu}_k; \\ \mathbf{y}_k^{\mathbf{x}} = \mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{x}_k + \boldsymbol{\upsilon}_k, \end{cases} \quad (2)$$

где $\mathbf{x}_k$ – вектор состояния системы; $\mathbf{A}_k^{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{w}})$ – матрица состояния системы, которая на каждом шаге зависит от оцениваемых вторым ФК параметров $\hat{\mathbf{w}}$ модели системы; $\mathbf{B}_k^{\mathbf{x}}$ – матрица управления, которую для рассматриваемой задачи можно принять нулевой; $\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}$ – матрица измерений; $\mathbf{y}_k^{\mathbf{x}}$ – вектор измерений; $\boldsymbol{\mu}_k$ – нормальный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\mathbf{Q}_k^{\mathbf{x}}$; $\boldsymbol{\upsilon}_k$ – нормальный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\mathbf{R}_k^{\mathbf{x}}$.

Первый ФК оценивает состояние системы, и его алгоритм соответствует линейному ФК, в котором априорная оценка вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} &\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{A}_k^{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{w}})\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{u}_k; \\ &\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_k^{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{w}})\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{\mathbf{x}}\left(\mathbf{A}_k^{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{w}})\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}_k^{\mathbf{x}}, \end{aligned} \quad (3)$$

а апостериорная оценка вектора состояния следующим:

$$\begin{aligned} &\mathbf{z}_k^{\mathbf{x}} = \mathbf{y}_k^{\mathbf{x}} - \mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}; \\ &\mathbf{S}_k^{\mathbf{x}} = \mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathbf{x}}\left(\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_k^{\mathbf{x}}; \\ &\mathbf{K}_k^{\mathbf{x}} = \mathbf{P}_{k|k-1}\left(\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{S}_k^{\mathbf{x}}\right)^{-1}; \\ &\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{z}_k^{\mathbf{x}}; \\ &\mathbf{P}_{k|k}^{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{I}^{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\right)\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathbf{x}} \times \\ &\times\left(\mathbf{I}^{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{K}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{R}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{K}_k^{\mathrm{T}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ – априорная оценка вектора состояния; $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ – апостериорная оценка; $\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathbf{x}}$ – априорная оценка ковариационной матрицы ошибок оценки вектора состояния; $\mathbf{P}_{k|k}^{\mathbf{x}}$ – соответствующая апостериорная оценка; $\mathbf{I}^{\mathbf{x}}$ – единичная матрица, совпадающая с размерностью матрицы $\mathbf{A}_k^{\mathbf{x}}$; $\mathbf{z}_k^{\mathbf{x}}$ – вектор невязок; $\mathbf{K}_k^{\mathbf{x}}$ – матрица усиления Калмана.

Отметим, что верхний индекс «$\mathbf{x}$» у векторов и матриц означает их принадлежность к первому ФК (ФК по состоянию системы).

Второй ФК оценивает параметры модели системы, т.е. элементы матрицы $\mathbf{A}_k^{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{w}})$. Для этого необходимо переформатировать описание исходной системы, фактически требуется поменять местами вектор состояния и матрицу состояния таким образом, чтобы вектор состояния стал матрицей состояния, а матрица состояния вектором состояния. Аналогичные преобразования осуществляются и для уравнения выхода. В результате чего получим систему следующего вида:

$$\begin{cases} \mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{A}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{w}_k + \boldsymbol{\eta}_k; \\ \mathbf{y}_k^{\mathrm{w}} = \mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{w}_k + \mathbf{v}_k, \end{cases} \quad (5)$$

где $\mathbf{w}_k$ – вектор параметров системы, который теперь представляет собой вектор состояния системы; $\mathbf{A}_k^{\mathrm{w}}$ – матрица состояния; $\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}$ – матрица измерений; $\mathbf{y}_k^{\mathrm{w}}$ – вектор измерений, который соответствует $\mathbf{y}_k^{\mathbf{x}}$; $\boldsymbol{\eta}_k$ – нормальный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\mathbf{Q}_k^{\mathrm{w}}$; $\mathbf{v}_k$ – нормальный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\mathbf{R}_k^{\mathrm{w}}$.

Для системы, заданной в виде (5), априорная оценка вектора состояния линейным ФК имеет вид:

$$\begin{aligned} &\hat{\mathbf{w}}_{k|k-1} = \mathbf{A}_k^{\mathrm{w}}\hat{\mathbf{w}}_{k-1|k-1}; \\ &\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathrm{w}} = \mathbf{A}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{\mathrm{w}}\left(\mathbf{A}_k^{\mathrm{w}}\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}_k^{\mathrm{w}}, \end{aligned} \quad (6)$$

а апостериорная оценка следующий вид:

$$\begin{aligned} &\mathbf{z}_k^{\mathrm{w}} = \mathbf{y}_k^{x} - \mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}\hat{\mathbf{w}}_{k|k-1}; \\ &\mathbf{S}_k^{\mathrm{w}} = \mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathrm{w}}\left(\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_k^{\mathrm{w}}; \\ &\mathbf{K}_k^{\mathrm{w}} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathrm{w}}\left(\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{S}_k^{\mathrm{w}}\right)^{-1}; \\ &\hat{\mathbf{w}}_{k|k} = \hat{\mathbf{w}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{z}_k^{\mathrm{w}}; \\ &\mathbf{M} = \mathbf{I}^{\mathrm{w}} - \mathbf{K}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}; \\ &\mathbf{P}_{k|k}^{\mathrm{w}} = \mathbf{M}\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathrm{w}}\mathbf{M}^{\mathrm{T}} + \mathbf{K}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{R}_k^{\mathrm{w}}\left(\mathbf{K}_k^{\mathrm{w}}\right)^{\mathrm{T}}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\hat{\mathbf{w}}_{k|k-1}$ – априорная оценка вектора параметров модели; $\hat{\mathbf{w}}_{k|k}$ – апостериорная оценка вектора параметров модели; $\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathrm{w}}$ – априорная оцен-

ка ковариационной матрицы ошибок оценки параметров модели; $\mathbf{P}^{\mathrm{w}}_{k|k}$ – соответствующая апостериорная оценка; $\mathbf{I}^{\mathrm{w}}$ – единичная матрица, совпадающая с размерностью матрицы $\mathbf{A}^{\mathrm{w}}_k$; $\mathbf{z}^{\mathrm{w}}_k$ – вектор невязок; $\mathbf{K}^{\mathrm{w}}_k$ – матрица усиления Калмана. Отметим, что верхний индекс «w» у векторов и матриц означает их принадлежность ко второму ФК.

Рассмотренный ДФК позволяет разрешить классическую проблему применения линейных фильтров Калмана, связанную с неточностью знания модели системы. Фактически ДФК дает возможность более точно оценить вектор состояния системы за счет подстройки модели системы на каждом шаге.

1.2. Модификация двойного фильтра Калмана для оценки параметров модели измерений трехкомпонентного ДУС

Описанный ранее классический ДФК не подходит для оценки параметров модели трехкомпонентного ДУС ввиду того, что в обоих ФК невязка считается относительно фактически получаемых измерений, т.е. непосредственно выходных сигналов ДУС, которые являются неоткалиброванными. Для решения этой проблемы классический ДФК модифицируется. В него вносятся следующие два изменения.

1. Оценка состояния системы сознательно ведется по фиксированной, неуточняемой (вторым фильтром) модели (8), в отличие от классического ДФК, где используется уточненная на прошлом шаге модель системы (3). Другими словами, матрица $\mathbf{A}^{\mathrm{x}}_k(\hat{\mathbf{w}})$ задается фиксированной, например единичной, и не изменяется в процессе работы алгоритма.

2. Оценка параметров модели подстраивается под истинные (откалиброванные) значения измерений гироскопа, которые вычисляются с выстраиванием ориентации БИИ по данным трехосных акселерометра и магнитометра в предположении, что эти датчики уже откалиброваны. Другими словами, $\mathbf{y}^{\mathrm{w}}_k \neq \mathbf{y}^{\mathrm{x}}_k$.

Структурная схема модифицированного алгоритма двойного фильтра Калмана представлена на рис. 1.

Таким образом, уравнения модифицированного ДФК для первого ФК на этапе априорной оценки примут вид

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} &= \mathbf{A}^{\mathrm{x}}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{B}^{\mathrm{x}}_k \mathbf{u}^{\mathrm{x}}_k; \\ \mathbf{P}^{\mathrm{x}}_{k|k-1} &= \mathbf{A}^{\mathrm{x}}_k \mathbf{P}^{\mathrm{x}}_{k-1|k-1} \left(\mathbf{A}^{\mathrm{x}}_k\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}^{\mathrm{x}}_k, \end{aligned} \tag{8}$$

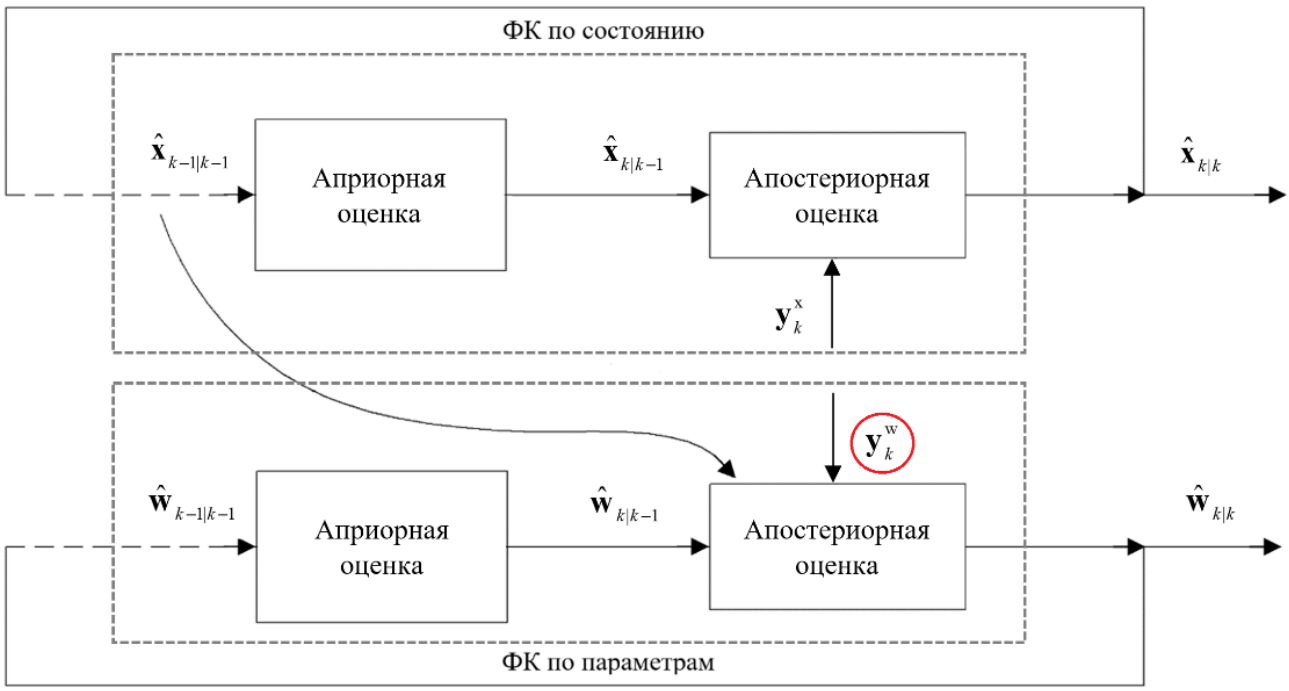


Рис. 1. Структурная схема модифицированного ДФК

а на этапе апостериорной оценки следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{z}_k^{\mathbf{x}} = \mathbf{y}_k^{\mathbf{x}} - \mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1};\\
&\mathbf{S}_k^{\mathbf{x}} = \mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathbf{x}}\left(\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_k^{\mathbf{x}};\\
&\mathbf{K}_k^{\mathbf{x}} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathbf{x}}\left(\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{S}_k^{\mathbf{x}}\right)^{-1};\\
&\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{z}_k^{\mathbf{x}};\\
&\mathbf{P}_{k|k}^{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{I}^{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\right)\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathbf{x}} \times\\
&\times\left(\mathbf{I}^{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{K}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{R}_k^{\mathbf{x}}\mathbf{K}_k^{\mathrm{T}}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Для второго ФК этап априорной оценки будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
&\hat{\mathbf{w}}_{k|k-1} = \mathbf{A}_k^{\mathrm{w}}\hat{\mathbf{w}}_{k-1|k-1};\\
&\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathrm{w}} = \mathbf{A}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{\mathrm{w}}\left(\mathbf{A}_k^{\mathrm{w}}\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}_k^{\mathrm{w}},
\end{aligned} \tag{10}$$

а для апостериорной:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{z}_k^{\mathrm{w}} = \mathbf{y}_k^{\mathrm{w}} - \mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}\hat{\mathbf{w}}_{k|k-1};\\
&\mathbf{S}_k^{\mathrm{w}} = \mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathrm{w}}\left(\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}\right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_k^{\mathrm{w}};\\
&\mathbf{K}_k^{\mathrm{w}} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathrm{w}}\left(\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{S}_k^{\mathrm{w}}\right)^{-1};\\
&\hat{\mathbf{w}}_{k|k} = \hat{\mathbf{w}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{z}_k^{\mathrm{w}};\\
&\mathbf{M} = \mathbf{I}^{\mathrm{w}} - \mathbf{K}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}};\\
&\mathbf{P}_{k|k}^{\mathrm{w}} = \mathbf{M}\mathbf{P}_{k|k-1}^{\mathrm{w}}\mathbf{M}^{\mathrm{T}} + \mathbf{K}_k^{\mathrm{w}}\mathbf{R}_k^{\mathrm{w}}\left(\mathbf{K}_k^{\mathrm{w}}\right)^{\mathrm{T}}.
\end{aligned} \tag{11}$$

При этом вектор состояния $\mathbf{x}_k$ состоит из угловых скоростей по трем осям:

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix}\omega_k^x & \omega_k^y & \omega_k^z\end{bmatrix}^{\mathbf{T}}. \tag{12}$$

Вектор параметров модели $\mathbf{w}_k$ состоит из значений обратных масштабных коэффициентов и смещений нулей:

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}_k &= \begin{bmatrix}\mathrm{w}_1 & \mathrm{w}_2 & \mathrm{w}_3 & \mathrm{w}_4 & \mathrm{w}_5 & \mathrm{w}_6\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} =\\
&= \begin{bmatrix}h_{xx}^{-1} & h_{yy}^{-1} & h_{zz}^{-1} & d\omega_x^0 & d\omega_y^0 & d\omega_z^0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.
\end{aligned} \tag{13}$$

В вычислительных экспериментах последовательно будем рассматривать два варианта ДФК: отдельно для оценки только масштабных коэффициентов и отдельно для оценки и масштабных коэффициентов, и смещений нулей одновременно.

Матрицы состояния системы $\mathbf{A}_k^{\mathbf{x}}$ и $\mathbf{A}_k^{\mathrm{w}}$ принимаются единичными. Матрица $\mathbf{C}_k^{\mathbf{x}}$ также принимается единичной, а для определения матрицы $\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}$ рассмотрим более подробно модель измерений ДУС, где кажущаяся (измеренная) угловая скорость определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{H}\boldsymbol{\omega}_0 + \delta\boldsymbol{\omega}_0 \to \boldsymbol{\omega}_0 =\\
&= \mathbf{H}^{-1}(\tilde{\boldsymbol{\omega}} - \delta\boldsymbol{\omega}_0) \to \mathbf{y}^{\mathrm{w}} = \mathbf{H}^{-1}(\tilde{\boldsymbol{\omega}} - \delta\boldsymbol{\omega}_0),
\end{aligned} \tag{14}$$

где $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ – вектор измеренной (кажущейся) угловой скорости; $\boldsymbol{\omega}_0$ – вектор истинной угловой скорости; $\delta\boldsymbol{\omega}_0$ – вектор смещений нулей ДУС; $\mathbf{H}$ – матрица масштабных коэффициентов.

Рассмотрим уравнение выхода более подробно в поэлементном виде:

$$\mathbf{y}^{w} = \mathbf{H}^{-1}(\tilde{\boldsymbol{\omega}} - \delta\boldsymbol{\omega}_0) = \begin{bmatrix} h_{xx}^{-1}\left(\hat{\mathrm{x}}_{k|k}(1) - \delta\omega_x^0\right)\\ h_{yy}^{-1}\left(\hat{\mathrm{x}}_{k|k}(2) - \delta\omega_y^0\right)\\ h_{zz}^{-1}\left(\hat{\mathrm{x}}_{k|k}(3) - \delta\omega_z^0\right)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathrm{w}_1(\hat{\mathrm{x}}_{k|k}(1) - \mathrm{w}_4)\\ \mathrm{w}_2(\hat{\mathrm{x}}_{k|k}(2) - \mathrm{w}_5)\\ \mathrm{w}_3(\hat{\mathrm{x}}_{k|k}(3) - \mathrm{w}_6)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\hat{\mathrm{x}}_{k|k}(1) & 0 & 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & \hat{\mathrm{x}}_{k|k}(2) & 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & \hat{\mathrm{x}}_{k|k}(3) & 0 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{w}_1\\ \mathrm{w}_2\\ \mathrm{w}_3\\ \mathrm{w}_4\\ \mathrm{w}_5\\ \mathrm{w}_6\end{bmatrix}. \tag{15}$$

Последнее равенство справедливо при допущении, что величины масштабных коэффициентов не сильно отличаются от единицы и тогда в произведениях $\mathrm{w}_1\mathrm{w}_4$, $\mathrm{w}_2\mathrm{w}_5$ и $\mathrm{w}_3\mathrm{w}_6$ первой компонентной можно пренебречь. Подобное упрощение сознательно вводится для линеаризации модели измерений и применения линейного варианта ДФК. Таким образом, матрица $\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}}$ представляет собой матрицу следующего вида для варианта, когда оцениваются только масштабные коэффициенты:

$$\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}} = \begin{bmatrix}\hat{\mathrm{x}}_{k|k}(1) & 0 & 0\\ 0 & \hat{\mathrm{x}}_{k|k}(2) & 0\\ 0 & 0 & \hat{\mathrm{x}}_{k|k}(3)\end{bmatrix}, \tag{16}$$

а в случае одновременной оценки масштабных коэффициентов и смещений нулей ДУС:

$$\mathbf{C}_k^{\mathrm{w}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathrm{x}}_{k|k}(1) & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\mathrm{x}}_{k|k}(2) & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\mathrm{x}}_{k|k}(3) & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Отметим, что при подобной оценке параметров модели измерений ДУС фактически (с учетом (15)) будут оцениваться обратные значения масштабных коэффициентов, которые уже затем можно вычислить тривиальным способом.

1.3. Определение вектора истинных угловых скоростей

Для оценки параметров модели измерений ДУС необходимо подстраивать невязку в уравнение (11) под неизвестные откалиброванные значения измеряемых угловых скоростей. Для этого сформируем вектор $\mathbf{y}_k^{\mathrm{w}}$, который соответствует истинным значениям угловых скоростей при следующих допущениях: пренебрегаем ошибками калибровки трехосных акселерометра и магнитометра; центростремительной составляющей измеренных линейных ускорений; рассогласованием измерительных осей трехосных ДУС, акселерометра и магнитометра.

Рассмотрим системы координат, связанные с предварительно откалиброванными трехосным акселерометром и магнитометром (рис. 2).

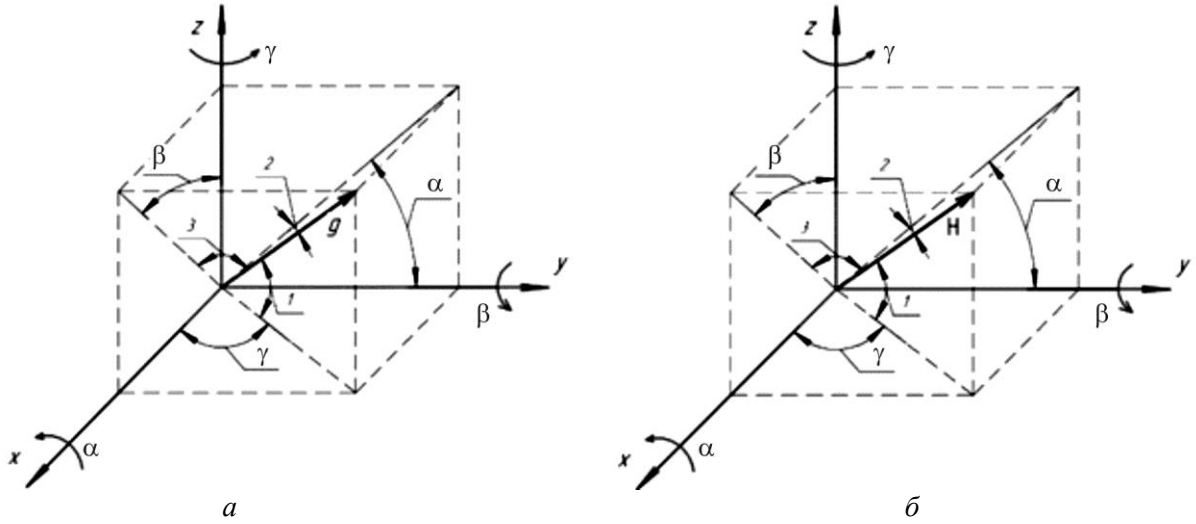


Рис. 2. Система координат: *а* – связанная с акселерометром; *б* – связанная с магнитометром

Найдем проекции вектора ускорения свободного падения $\mathbf{g}$ (направлен к центру Земли) на оси системы координат, связанной с акселерометром:

$$a_x = \mathbf{g}\cos(1)\cos(\boldsymbol{\gamma}),\ a_y = \mathbf{g}\cos(1)\sin(\boldsymbol{\gamma}),$$
$$a_y = \mathbf{g}\cos(2)\cos(\boldsymbol{\alpha}),\ a_z = \mathbf{g}\cos(2)\sin(\boldsymbol{\alpha}), \quad (18)$$
$$a_z = \mathbf{g}\cos(3)\cos(\boldsymbol{\beta}).$$

Из полученных соотношений определим углы α, β, γ следующим образом:

$$\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{a_z}{a_y}\right), \beta = \mathrm{arctg}\left(\frac{a_x}{a_z}\right), \gamma = \mathrm{arctg}\left(\frac{a_y}{a_x}\right). (19)$$

Однако угол γ по измерениям линейных ускорений определить невозможно, поскольку он коллинеарен вектору ускорения свободного падения $\mathbf{g}$. Для определения угла γ используем показания магнитометра. Найдем проекции вектора магнитного поля Земли $\mathbf{H}^m$ (вектор магнитного поля Земли направлен на север Земли) на оси системы координат, связанной с магнитометром:

$$h_x^m = \mathbf{H}^m\cos(1)\cos(\gamma),\ h_y^m = \mathbf{H}^m\cos(1)\sin(\gamma),$$
$$h_y^m = \mathbf{H}^m\cos(2)\cos(\alpha),\ h_z^m = \mathbf{H}^m\cos(2)\sin(\alpha), (20)$$
$$h_z^m = \mathbf{H}^m\cos(3)\cos(\beta).$$

Из полученных соотношений определим углы α, β, γ следующим образом:

$$\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{h_z^m}{h_y^m}\right),\ \beta = \mathrm{arctg}\left(\frac{h_x^m}{h_z^m}\right),\ \gamma = \mathrm{arctg}\left(\frac{h_y^m}{h_x^m}\right). \quad (21)$$

Отметим, что углы γ в (21) и (19) – тождественны и в зависимости от текущего углового положения БИИ можно выбирать один из двух

вариантов их вычисления, что, однако, в рамках данной работы не рассматривается.

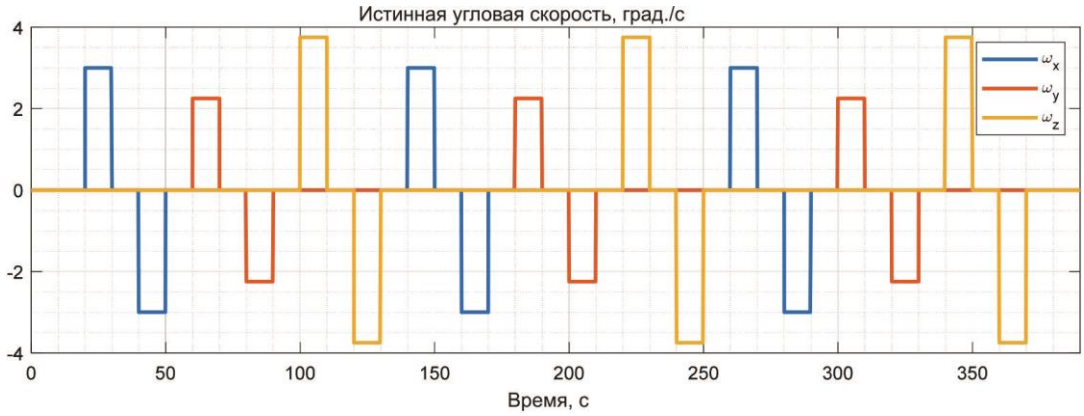
На основе рассчитанных значений углов α, β, γ определим оценку вектора истинных значений угловых скоростей, которые формирует вектор измерений $\mathbf{y}_k^{\mathrm{w}}$ с использованием аппроксимации производной в первом приближении следующим образом:

$$y_k^{\mathrm{w}}(1) = \omega_k^x = \frac{\alpha_k - \alpha_{k-1}}{\Delta t};\ y_k^{\mathrm{w}}(2) = \omega_k^y = \frac{\beta_k - \beta_{k-1}}{\Delta t};$$
$$y_k^{\mathrm{w}}(3) = \omega_k^z = \frac{\gamma_k - \gamma_{k-1}}{\Delta t}, \qquad (22)$$

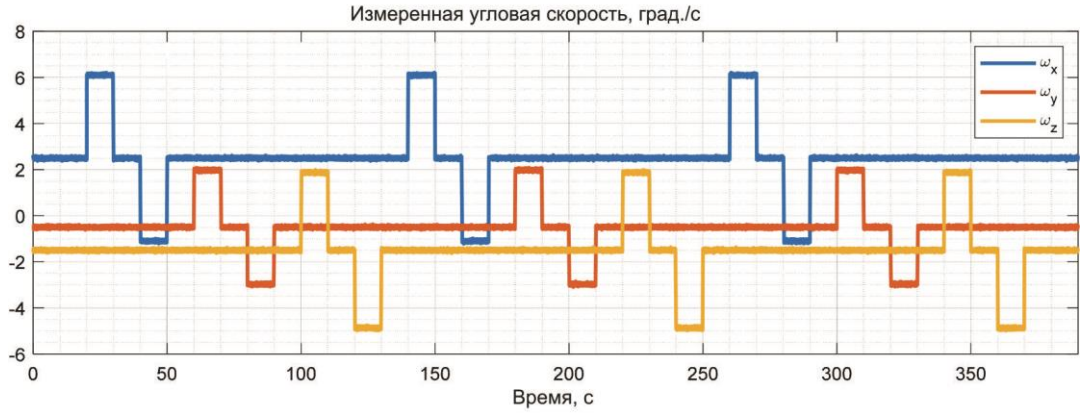
где Δt – интервал времени между расчетными значениями.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ПРИМЕНЕНИЮ РАССМОТРЕННОГО АЛГОРИТМА ДФК К ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ИЗМЕРЕНИЙ ДУС

Для проверки предложенного алгоритма ДФК была проведена серия вычислительных экспериментов. Истинные измерения угловых скоростей ДУС моделировались алгоритмически. Затем из полученных истинных измерений угловых скоростей с использованием заданной модели измерений (1), без учета неортогональностей, формировались кажущиеся значения угловых скоростей. Характер изменения истинных угловых скоростей по каждой оси представлял собой периодический сигнал прямоугольной формы, фактически эквивалентный поворотам ДУС на вращающемся стенде с заданной угловой скоростью. Последовательность периодов прямоугольный формы была сформирована таким образом, чтобы по каждой оси движение ДУС содержало по три пары вращений ДУС с положительной и отрицательной угловой скоростью. Частота дискретизации составляла $f_s = 200$ Гц, длительность каждого периода с наличием угловой скорости составляла $t = 10$ с, длительность всего вычислительного эксперимента составила 400 с. Полученные в результате вычислительного эксперимента графики истинной и измеренной угловых скоростей, где явно видны смещения нулей и не равные единицы масштабные коэффициенты, представлены на рис. 3.



а



б

Рис. 3. Истинная (*а*) и измеренная (*б*) угловые скорости

Аналогичным образом моделировались измерения трехосных акселерометра и магнитометра с учетом истинного углового движения ДУС. Затем для полученных данных применялся описанный в работе алгоритм модифицированного ДФК, результаты применения которого проиллюстрированы на рис. 4–5. На рис. 4 представлены графики изменения оценок масштабных коэффициентов по времени и их результирующие ошибки относительно заданных для первого случая – случая калибровки только масштабных коэффициентов ДУС.

По полученным результатам, проиллюстрированным на рис. 4, отчетливо видно, что алгоритм модифицированного ДФК довольно успешно оценил значения масштабных коэффициентов модели измерений трехкомпонентного ДУС. Значения ошибок не превышают 0,01, т.е. фактически находятся на уровне измерительных шумов.

На рис. 5 представлены аналогичные зависимости оценки параметров модели измерений трехкомпонентного ДУС, но для случая одновременной оценки масштабных коэффициентов и смещений нулей.

По полученным результатам можно сделать вывод, что величины масштабных коэффициентов оцениваются также достаточно точно, но ошибки оценки смещений нулей достигают величин 0,4. Подобные большие ошибки можно объяснить использованием ряда допущений, введенных в работе, в частности в формировании матрицы измерений в уравнении (17).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был предложен подход по оценке параметров модели измерений трехкомпонентного ДУС с использованием модифицированного ДФК. В качестве модели измерений рассматривалась упрощенная модель измерений, в которой присутствовали только значения масштабных коэффициентов и смещений нулей. При модификации ДФК для рассматриваемой задачи был сформулирован ряд допущений.

Результаты вычислительных экспериментов показали принципиальную применимость рассмотренного подхода по калибровке трехкомпонентного ДУС с использованием подхода на основе модифицированного ДФК, однако для повышения точности оценивания параметров модели измерений требуются дополнительные алгоритмические решения.

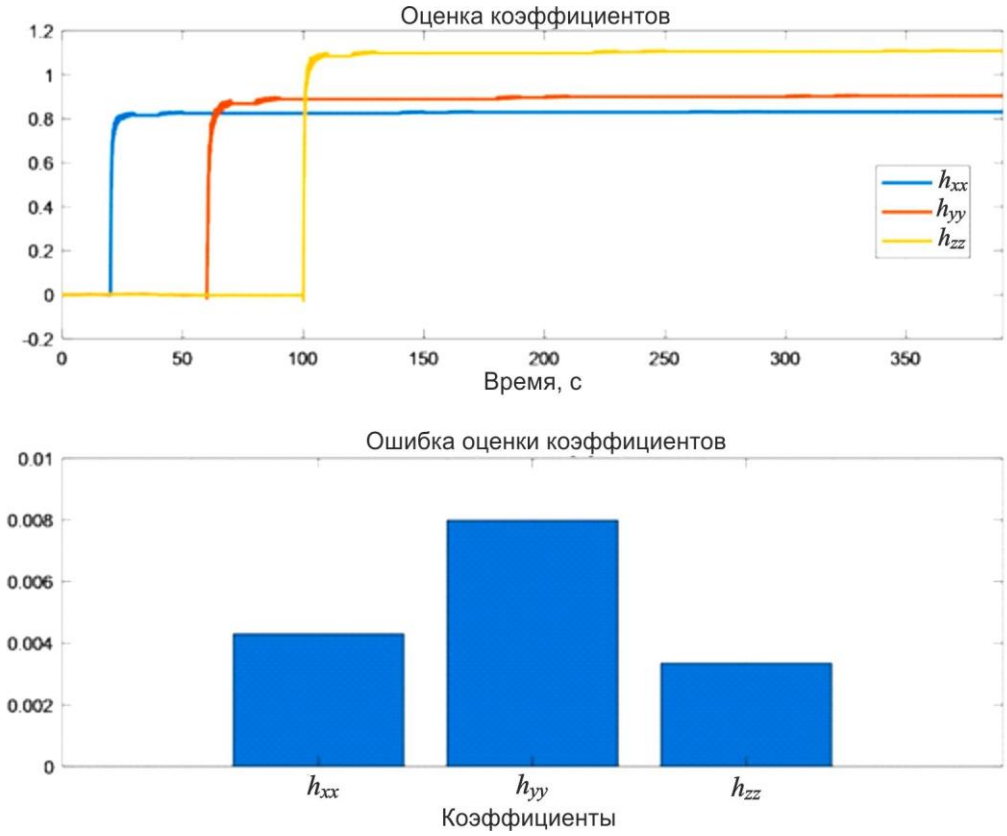


Рис. 4. Результаты оценки масштабных коэффициентов с использованием ДФК

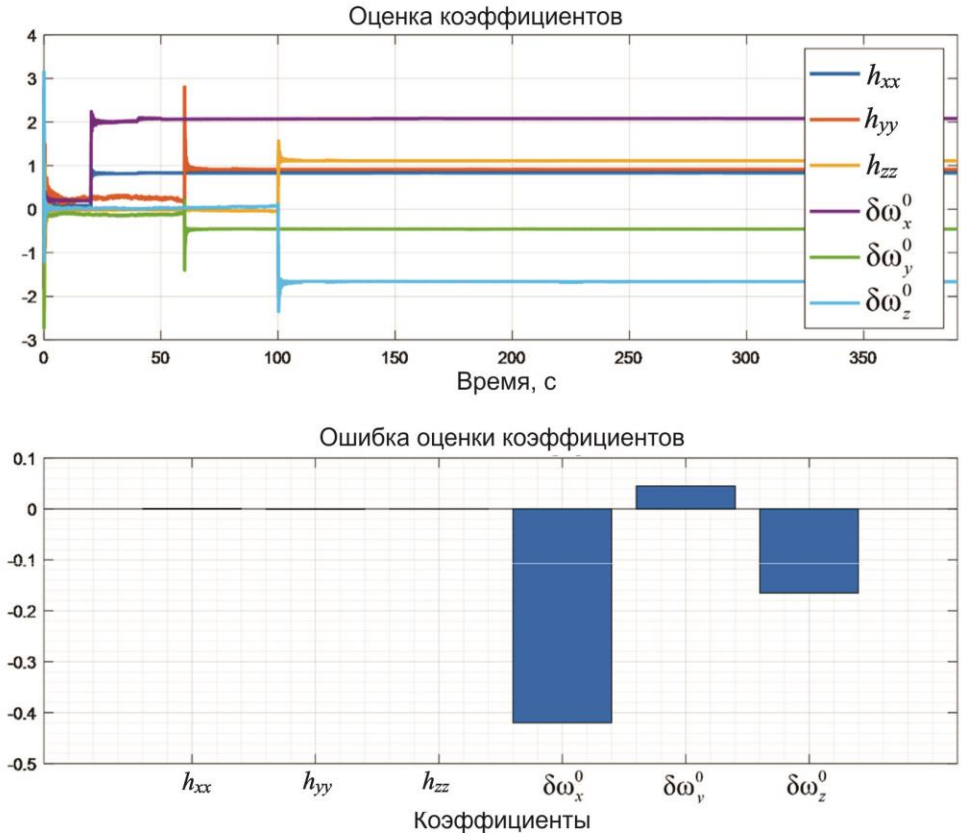


Рис. 5. Результаты оценки масштабных коэффициентов и смещений нулей с использованием ДФК

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Salychev O.S.* Inertial Systems in Navigation and Geophysics. M.: Bauman MSTU Press, 1998. 352 p.

2. *Быковский А.В.* Калибровка бесплатформенной инерциальной навигационной системы в режиме «навигация» // Авиакосмическое приборостроение. 2014. № 1. С. 18–25.

3. *Быковский А.В., Черников С.А.* Калибровка гироскопов платформенной инерциальной системы одинарным гирокомпасированием // Авиакосмическое приборостроение. 2015. № 1. С. 3–7.

4. *Быковский А.В.* Метод калибровки бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». 1999. № 1. С. 14.

5. *Hwangbo M., Kanade T.* Factorization-Based Calibration Method for MEMS Inertial Measurement Unit // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), May 19–23, 2008. DOI:10.1109/ROBOT.2008.4543384.

6. Test and Error Parameter Estimation for MEMS - Based Low Cost IMU Calibration / *D. Lee, S. Lee, S. Park, S. Ko* // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. 2011. V.12. № 4. P. 597–603. DOI:10.1007/s12541-011-0077-9.

7. *Artese G., Trecroci A.* Calibration of a Low-Cost MEMS Ins Sensor for an Integrated Navigation System. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Beijing, 2008. V. XXXVII. part B5.

8. Comparison of calibration methods for accelerometers used in human motion analysis / *A. Nez, L. Fradet, P. Languillaumie, T. Monnet, P. Lacouture* // Medical engineering & physics. 2016. V. 38. № 11. P. 1289–1299.

9. *Tedaldi D., Pretto A., Menegatti E.* A Robust and Easy to Implement Method for IMU Calibration without External Equipment // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2014. P. 3042–3049.

10. Improved multi-position calibration for inertial measurement units / *H. Zhang, Y. Wu, W. Wu, M. Wu, X. Hu* // Measurement Science and Technology. 2009. V. 21. № 1. P. 015107. DOI:10.1088/0957-0233/21/1/015107.

11. *Fong W., Ong S., Nee A.* Methods For In-Field User Calibration Of An Inertial Measurement Unit Without External Equipment // Measurement Science and Technology. 2008. V. 19. № 8. P. 085202.

12. New Multi-Position Calibration Method for Mems Inertial Navigation Systems / *Z. Syed, P. Aggarwal, C. Goodall, X. Niu, El-N. Sheimy* // Measurement Science and Technology. 2007. V. 18. № 7. P. 1897. DOI:10.1088/0957-0233/18/7/016.

13. *Skog I., Handel P.* Calibration of a MEMS inertial measurement unit // XVII Imeko World Congress. 2006. P. 1–6.

14. *Rebaudin V., Afzal M.H., Lachapelle G.* Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic

Domain // Journal of Sensors, 2010. Article ID 967245, 10 p. DOI:10.1155/2010/967245.

15. Calibration of Strapdown Magnetometers in Magnetic Field Domain / *D. Gebr-Egziabher, G.H. Elkaim, J.D. Powell, B.W. Parkinson* // Journal of Aerospace Engineering/ 2006. V. 19. № 2. P. 87–102. DOI:10.1061/(ASCE)0893-1321(2006)19:2(87).

16. *Markovsky I., Kukush A., Van Huffel S.* Consistent Least Squares Fitting of ellipsoids // Numerische Mathematik. 2004. V. 98. № 1. P. 177–194. DOI:10.1007/s00211-004-0526-9.

17. *Higham N., Hyun-Min Kim.* Numerical Analysis of a Quadratic Matrix Equation // IMA Journal of Numerical Analysis. 2000. V. 20. № 4. P. 499–519. DOI:10.1093/imanum/20.4.499.

18. *Ljung L., Söderström T.* Theory and practice of recursive identification. MIT press. 1983. 529 p.

19. *Ljung L.* System Identification Theory for User. Upper Saddle River: Prentice-Hall. 1999. 631 p.

20. *Haykin S.* Kalman Filtering and Neural Networks. New York: John Wiley & Sons. 2001. 304 p.

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2023, vol. 12, no. 1, pp. 9–19

SCALING FACTORS AND ZERO OFFSETS OF THE MEMS ANGULAR VELOCITY SENSOR ESTIMATION USING A LINEAR DOUBLE KALMAN FILTER

***A.P. Evdokimova*[1], *A.L. Maslennikov*[1*]**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

**e-mail: amas@bmstu.ru*

Received February 1, 2022; revised February 1, 2022; accepted February 14, 2022

Annotation. Calibration of the inertial sensors and the entire inertial measurement units (IMUs), as a rule, is carried out using special equipment such as turn-tables. However, for micromechanical (MEMS) modules, the use of such high-precision equipment is not reasonable due to high noise and varying parameters of measurement model for a particular device. Existing algorithmic solutions for calibrating MEMS IMUs either use an oversimplified IMU measurement model or require quite a lot of time to solve the problem. Therefore, this paper considers the application of a dual Kalman filter to the measurement model parameters estimation of a three-axis MEMS angular velocity sensor. The measurement model under consideration includes scale factors and sensor zero offsets. To solve the problem, several modifications are made to the classical dual Kalman filter. To confirm the applicability of the proposed algorithm, computational experiment was carried out, in which the IMU measurements are modeled according to the true known measurement model. The results of computational experiment have shown the applicability of the proposed approach and a sufficiently high accuracy of obtained estimates.

Keywords: calibration, MEMS, angular velocity sensor, Kalman filter, dual Kalman filter.

REFERENCES

1. *Salychev O.S.* Inertial Systems in Navigation and Geophysics. M.: Bauman MSTU Press. 1998. 352 p.

2. *Bykovskij A.V.* Kalibrovka besplatformennoj inercial'noj navigacionnoj sistemy v rezhime «navigaciya» [Calibration of strapdown inertial navigation system in «navigation» mode]. Aviakosmicheskoe priborostroenie, 2014. No. 1. P. 18–25 (in Russian).

3. *Bykovskij A.V., CHernikov S.A.* Kalibrovka giroskopov platformennoj inercial'noj sistemy odinarnym girokompasirovaniem [Calibration of gyroscopes of the platform inertial system by single gyrocompassing]. Aviakosmicheskoe priborostroenie. 2015. No. 1. P. 3–7 (in Russian).

4. *Bykovskij A.V.* Metod kalibrovki besplatformennoj inercial'noj navigacionnoj sistemy [Strapdown Inertial Navigation System Calibration Method]. Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Seriya priborostroenie. 1999. No. 1. P. 14 (in Russian).

5. *Hwangbo M., Kanade T.* Factorization-Based Calibration Method for MEMS Inertial Measurement Unit. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). May 19–23. 2008. DOI:10.1109/ROBOT.2008.4543384.

6. Test and Error Parameter Estimation for MEMS – Based Low Cost IMU Calibration / *D. Lee, S. Lee, S. Park, S. Ko.* International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. 2011. Vol. 12. No. 4. P. 597–603. DOI:10.1007/s12541-011-0077-9.

7. *Artese G., Trecroci A.* Calibration of a Low-Cost MEMS Ins Sensor for an Integrated Navigation System. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Beijing. 2008. V. XXXVII. Part B5.

8. Comparison of calibration methods for accelerometers used in human motion analysis / *A. Nez, L. Fradet, P. Languillaumie, T. Monnet, P. Lacouture.* Medical engineering & physics. 2016. Vol. 38. No. 11. P. 1289–1299.

9. *Tedaldi D., Pretto A., Menegatti E.* A Robust and Easy to Implement Method for IMU Calibration without External Equipment. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2014. P. 3042–3049.

10. Improved multi-position calibration for inertial measurement units / *H. Zhang, Y. Wu, W. Wu, M. Wu, X. Hu.* Measurement Science and Technology. 2009. Vol. 21. No. 1. P. 015107. DOI:10.1088/0957-0233/21/1/015107.

11. *Fong W., Ong S., Nee A.* Methods For In-Field User Calibration Of An Inertial Measurement Unit Without External Equipment. Measurement Science and Technology. 2008. Vol. 19. No. 8. P. 085202.

12. New Multi-Position Calibration Method for Mems Inertial Navigation Systems / *Z. Syed, P. Aggarwal, C. Goodall, X. Niu, El-N. Sheimy.* Measurement Science and Technology. 2007. Vol. 18. No. 7. P. 1897. DOI:10.1088/0957-0233/18/7/016.

13. *Skog I., Handel P.* Calibration of a MEMS inertial measurement unit. XVII Imeko World Congress. 2006. P. 1–6.

14. *Rebaudin V., Afzal M. H., Lachapelle G.* Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain. Journal of Sensors. 2010. Article ID 967245, 10 p. DOI:10.1155/2010/967245.

15. Calibration of Strapdown Magnetometers in Magnetic Field Domain / *D. Gebre-Egziabher, G.H. Elkaim, J.D. Powell, B.W. Parkinson.* Journal of Aerospace Engineering. 2006. Vol. 19. No. 2. P. 87–102. DOI:10.1061/(ASCE)0893-1321(2006)19:2(87).

16. *Markovsky I., Kukush A., Van Huffel S.* Consistent Least Squares Fitting of ellipsoids. Numerische Mathematik. 2004. Vol. 98. No. 1. P. 177–194. DOI:10.1007/s00211-004-0526-9.

17. *Higham N., Hyun-Min Kim.* Numerical Analysis of a Quadratic Matrix Equation. IMA Journal of Numerical Analysis. 2000. Vol. 20. No. 4. P. 499–519. DOI:10.1093/imanum/20.4.499.

18. *Ljung L., Söderström T.* Theory and practice of recursive identification. MIT press. 1983. 529 p.

19. *Ljung L.* System Identification Theory for User. Upper Saddle River: Prentice-Hall. 1999. 631 p.

20. *Haykin S.* Kalman Filtering and Neural Networks. New York: John Wiley & Sons. 2001. 304 p.