

УДК 629.7.05

ОПТИМАЛЬНЫЙ НАБОР УГЛОВЫХ ОРИЕНТАЦИЙ ГСП ПРИ КАЛИБРОВКЕ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ НА НЕПОДВИЖНОМ СТЕНДЕ

© 2019 г. М. Д. Гребенкин^{1,2*}

¹ ФГУП “НПЦАП им. акад. Н.А. Пилюгина”, Москва, 117342, Россия

² Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409, Россия

*e-mail: grebenkinmd@gmail.com

Поступила в редакцию 29.01.2019 г.

После доработки 12.04.2019 г.

Принята к публикации 26.04.2019 г.

Проведен анализ математической модели формирования измерительных ошибок блока из трех акселерометров при определении вектора кажущегося ускорения. Рассмотрен метод векторной калибровки блока акселерометров на неподвижном основании с вектором силы тяжести в качестве опорной величины. Для каждого из акселерометров список параметров модели формирования измерительных ошибок, которые уточняются при калибровке, включает в себя два угловых параметра выставки оси чувствительности в приборной системе координат, отклонения масштабного коэффициента и смещение нуля. Предложен способ выбора оптимального набора угловых ориентаций блока акселерометров при проведении стендовой калибровки для наилучшей точности оценки параметров рассмотренной модели ошибок. Улучшение достигается благодаря уменьшению числа обусловленности промежуточной матрицы, возникающей при решении калибровочной системы линейных уравнений методом наименьших квадратов. Уменьшение числа обусловленности матрицы позволяет уменьшить влияние на итоговую оценку вектора параметров неучтенных в модели факторов, таких как измерительный шум датчиков и ошибки угловой выставки блока в пространстве. Приведенный способ выбора набора оптимальных калибровочных угловых ориентаций проверен с помощью компьютерного моделирования векторной калибровки путем добавления в массив измерений шума с гауссовским распределением. Набор калибровочных угловых ориентаций блока, полученный приведенным способом, позволил значительно увеличить точность получаемой оценки на фоне зашумленных измерений.

Ключевые слова: гиросtabilизированная платформа, калибровка акселерометров, метод наименьших квадратов

DOI: 10.1134/S2304487X19030064

ВВЕДЕНИЕ

Одним из ключевых факторов точности работы инерциальных систем навигации является определение погрешностей чувствительных элементов (калибровка), входящих в эту систему. Калибровка акселерометров, установленных на ГСП, может быть выполнена на неподвижном стенде путем последовательных вращений ГСП и сравнением ожидаемого в данной географической точке Земли вектора ускорения свободного падения с измеренными акселерометрами. Математически данная задача представлена в виде несовместной системы линейных уравнений, которую, однако, можно решить, используя метод наименьших квадратов или Калмановскую фильтрацию. Приближенным решением этой системы будет являться вектор оценок параметров, чьи погрешно-

сти определяют конечные погрешности акселерометров.

Точность оценки этого вектора параметров, а следовательно, и конечных погрешностей, несомненно зависит от полноты используемой математической модели. Однако, также логично допустить влияние на точность оценки набора угловых положений, при которых производились измерения вектора ускорения.

В статье показано наличие зависимости точности оценивания методом наименьших квадратов вектора параметров погрешностей акселерометров от набора угловых ориентаций ГСП во время проведения измерений в рамках рассматриваемой модели погрешностей, а также определен оптимальный набор угловых ориентаций для калибровки тройки акселерометров, близкой к ортогональной.

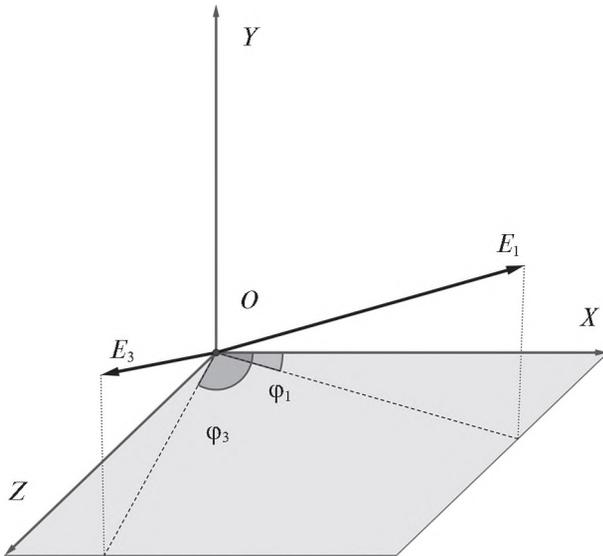


Рис. 1. Угловые параметры φ_1 и φ_3 ориентации акселерометров 1 и 3 (X и Z).

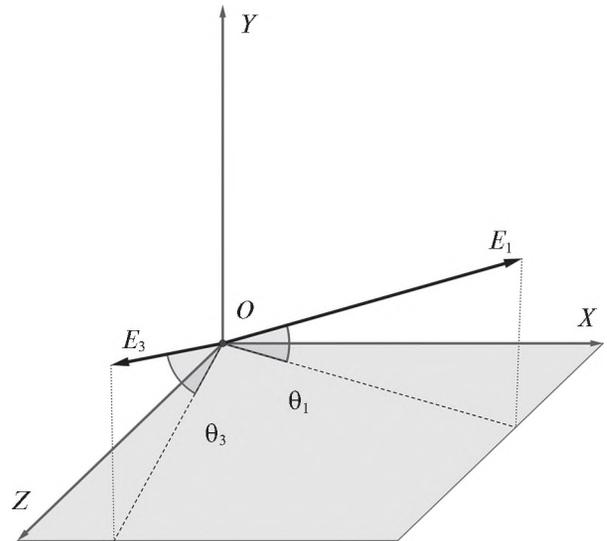


Рис. 2. Угловые параметры θ_1 и θ_3 ориентации акселерометров 1 и 3 (X и Z).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД КАЛИБРОВКИ

В рассматриваемой модели 3 акселерометра закреплены на ГСП так, что их оси чувствительности E_1 , E_2 и E_3 составляют тройку векторов, близкую к ортогональной. Номинальное положение оси чувствительности E_2 второго акселерометра сонаправлена с вертикальной осью OY приборной системы координат. Номинальные положения осей чувствительности E_1 и E_3 первого и третьего акселерометров составляют угол величины $0,5^\circ$ с плоскостью OXZ приборной системы координат.

В модели погрешность акселерометров обусловлена следующими параметрами:

1. Ошибки угловых положений акселерометров относительно ГСП (выставка). Для акселерометров 1 и 3, соответствующих осям OX и OZ это углы θ_1 , φ_1 и θ_3 , φ_3 (см. рис. 1, рис. 2). θ_1 и θ_3 – углы между осями чувствительности E_1 и E_3 и плоскостью OXZ . φ_1 и φ_3 – углы между проекциями осей чувствительности E_1 и E_3 на плоскость OXZ и осью OX .

Для акселерометра 2, соответствующего оси OY , это углы ν_1 и ν_2 (см. рис. 3). Это углы между осью вертикали OY и проекциями оси чувствительности E_2 на плоскости OXY и OYZ соответственно;

2. Отклонения масштабных коэффициентов акселерометров K_1, K_2, K_3 ;

3. Постоянное смещение показаний акселерометров b_1, b_2, b_3 (смещение нуля).

Из набора параметров $\theta_1, \varphi_1, \theta_3, \varphi_3, \nu_1, \nu_2, K_1, K_2, K_3, b_1, b_2, b_3$ можно сформировать 3 отдельных

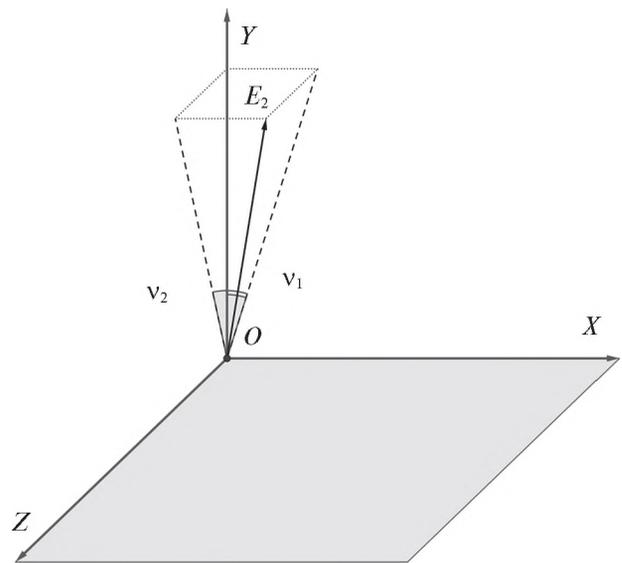


Рис. 3. Угловые параметры ν_1 и ν_2 ориентации акселерометра 2 (Y).

вектора, каждый из которых соответствует одному акселерометру:

$$p_1 = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \varphi_1 \\ K_1 \\ b_1 \end{pmatrix}, \quad p_2 = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ K_2 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad p_3 = \begin{pmatrix} \theta_3 \\ \varphi_3 \\ K_3 \\ b_3 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Приведенные вектора p_1, p_2, p_3 , связаны с величиной на выходе акселерометра в каждый момент времени выражением:

$$\begin{aligned} A_i(\mathbf{p}_i, t) &= K_i E_i(\theta_i, \psi_i) \mathbf{g}(t) + b_i, \quad i = 1, 3, \\ A_i(\mathbf{p}_i, t) &= K_i E_i(v_1, v_2) \mathbf{g}(t) + b_i, \quad i = 2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь:

- $A_i(\mathbf{p}_i, t)$ – величина на выходе акселерометра i ;
- $K_i E_i$ – вектор оси чувствительности акселерометра i , зависящий от угловых параметров выставки и масштабного коэффициента K_i ;
- $\mathbf{g}(t)$ – вектор ускорения свободного падения в текущей точке Земли; представленный в приборной системе координат и потому зависящий от времени ввиду вращения Земли и вращения самой платформы. Номинальные значения векторов параметров:

$$\mathbf{p}_1^{ном} = \begin{pmatrix} 0.5^\circ \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p}_2^{ном} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p}_3^{ном} = \begin{pmatrix} 0.5^\circ \\ -90^\circ \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Модель предполагает возникновение ошибок из-за отклонения приведенных параметров от их номинальных значений. Допуская малость этих отклонений, величину конечной ошибки измерения в момент времени t можно линеаризовать относительно малых отклонений составляющих векторов $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$:

$$\begin{aligned} \delta A_i(\mathbf{p}_i, t) &= \frac{\partial A_i(\mathbf{p}_i^{ном}, t)}{\partial p_{i1}} \delta p_{i1} + \frac{\partial A_i(\mathbf{p}_i^{ном}, t)}{\partial p_{i2}} \delta p_{i2} + \\ &+ \frac{\partial A_i(\mathbf{p}_i^{ном}, t)}{\partial p_{i3}} \delta p_{i3} + \frac{\partial A_i(\mathbf{p}_i^{ном}, t)}{\partial p_{i4}} \delta p_{i4}, \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (4)$$

где в виде p_{ik} обозначена k -я компонента вектора параметров \mathbf{p}_i акселерометра i .

Далее можно рассматривать задачу определения отклонения величин параметров от их номинальных значений для каждого из акселерометров в отдельности. Пусть акселерометр проводит измерение \mathbf{p}_j в моменты времени $t_j, j = 1..n$. При этом g_i – ожидаемое измерение вектора \mathbf{g} данным акселерометром в момент времени t_j . Для удобства частные производные выходной величины рассматриваемого акселерометра по параметру p_k в момент времени t_j далее будем обозначать d_{jk} . Последовательность из n измерений сформирует систему уравнений:

$$\begin{aligned} a_1 - g_1 &= \delta a_1 = g_1 + d_{11} \delta p_1 + d_{12} \delta p_2 + d_{13} \delta p_3 + d_{14} \delta p_4 \\ a_2 - g_2 &= \delta a_2 = g_2 + d_{21} \delta p_1 + d_{22} \delta p_2 + d_{23} \delta p_3 + d_{24} \delta p_4 \\ &\dots \\ a_n - g_n &= \delta a_n = g_n + d_{n1} \delta p_1 + d_{n2} \delta p_2 + d_{n3} \delta p_3 + d_{n4} \delta p_4. \end{aligned} \quad (5)$$

Удобнее записать эту систему в векторно-матричном виде:

$$\begin{bmatrix} a_1 - g_1 \\ a_2 - g_2 \\ \vdots \\ a_n - g_n \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Эта система уравнений будет являться несовместной, но ее приближенное решение может быть найдено методом наименьших квадратов или фильтром Калмана.

ОПТИМИЗАЦИЯ МАТРИЦЫ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Точность решения и даже возможность его нахождения будет зависеть от вида матрицы D . В случае, когда матрица D является плохо обусловленной и ее строки близки к линейной зависимости друг от друга, результирующая оценка сильно искажается за счет неточности модели и воздействия шумов в измерениях. Максимальная точность оценки может быть получена, если матрица D хорошо обусловлена и ее строки ортогональны друг другу. В случае, когда измерений больше, чем размерность оцениваемого вектора, строки могут образовывать блоки, внутри которых они линейно зависимы или близки к этому, но количество таких блоков должно быть равно размерности вектора оценки, то есть на каждую компоненту оцениваемого вектора приходится строка или блок строк, ортогональных другим блокам. Тривиальным случаем такой матрицы является диагональная (если количество измерений полностью совпадает с размерностью вектора оценки) или блочно-диагональная с блоками-столбцами размерности $n \times 1$ (количество измерений больше размерности вектора оценки). Каждый элемент на диагонали (число или блок) соответствует компоненту в искомом векторе (см. рис. 4).

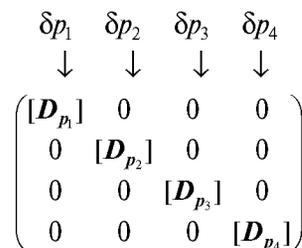


Рис. 4. Соответствие блоков матрицы D компонентам вектора \mathbf{p} .

Из (3), (4) следует, что коэффициенты из первых трех столбцов матрицы D зависят от вектора $\mathbf{g}(t)$, и эта зависимость является линейной:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_i(\mathbf{p}^{ном}, t_i)}{\partial \mathbf{p}} &= \frac{\partial [KE]}{\partial \mathbf{p}} \mathbf{g}(t_i) + \frac{\partial b}{\partial \mathbf{p}} = \\ &= H \mathbf{g}(t_i) + \frac{\partial b}{\partial \mathbf{p}} = [d_{i1} \ d_{i2} \ d_{i3} \ d_{i4}]. \end{aligned} \quad (7)$$

Ниже приведены матрицы H для каждого из акселерометров в соответствии с описанной

выше моделью ошибок. Для первого акселерометра:

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{K_1\sqrt{1-\sin(\psi_1)^2}\cos(\theta_1)\sin(\theta_1)}{\sqrt{1-\sin(\theta_1)^2}} & K_1\cos(\theta_1) & -\frac{K_1\sin(\psi_1)\cos(\theta_1)\sin(\theta_1)}{\sqrt{1-\sin(\theta_1)^2}} \\ -\frac{K_1\sqrt{1-\sin(\theta_1)^2}\cos(\psi_1)\sin(\psi_1)}{\sqrt{1-\sin(\psi_1)^2}} & 0 & K_1\cos(\psi_1)\sqrt{1-\sin(\theta_1)^2} \\ \sqrt{1-\sin(\psi_1)^2}\sqrt{1-\sin(\theta_1)^2} & \sin(\theta_1) & -\sin(\psi_1)\sqrt{1-\sin(\theta_1)^2} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Для второго акселерометра:

$$H = \begin{pmatrix} K_2\cos(v_1) & -K_2\frac{\cos(v_1)\sin(v_1)}{\sqrt{1-\sin(v_1)-\sin(v_2)}} & 0 \\ 0 & -K_2\frac{\cos(v_2)\sin(v_2)}{\sqrt{1-\sin(v_1)-\sin(v_2)}} & -K_2\cos(v_2) \\ \sin(v_1) & \sqrt{1-\sin(v_1)-\sin(v_2)} & -\sin(v_2) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Для третьего акселерометра:

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{K_3\cos(\psi_3)\cos(\theta_3)\sin(\theta_3)}{\sqrt{1-\sin(\theta_3)^2}} & K_3\cos(\theta_3) & -\frac{K_3\sqrt{1-\sin(\psi_3)^2}\cos(\theta_3)\sin(\theta_3)}{\sqrt{1-\sin(\theta_3)^2}} \\ -K_3\sin(\psi_3)\sqrt{1-\sin(\theta_3)^2} & 0 & \frac{K_3\sqrt{1-\sin(\theta_3)^2}\cos(\psi_3)\sin(\psi_3)}{\sqrt{1-\sin(\psi_3)^2}} \\ \cos(\psi_3)\sqrt{1-\sin(\theta_3)^2} & \sin(\theta_3) & \sqrt{1-\cos(\psi_3)^2}\sqrt{1-\sin(\theta_3)^2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Матрицу H можно интерпретировать как тройку строк-векторов в трехмерном пространстве, описанных в приборной системе координат. Проекция вектора $\mathbf{g}(t_i)$ на эти векторы задает элементы d_{i1}, d_{i2}, d_{i3} i -й строки матрицы D , соответствующие измерению, проведенному в момент t_i . Рассмотрим некоторую пару векторов из матрицы H . Этой паре соответствует плоскость, ортогонально которой можно направить вектор $\mathbf{g}(t_i)$ путем соответствующего поворота платформы. При этом проекция вектора $\mathbf{g}(t_i)$ на третью строку-вектор будет ненулевой, так как для каждого акселерометра матрица H имеет ранг равный трем, то есть ее строки линейно-независимы, а значит три вектора не лежат в одной плоскости. Таким образом возможен выбор такой ориентации платформы и соответствующего вектора $\mathbf{g}(t_i)$, при котором два из трех элементов d_{i1}, d_{i2} и d_{i3} будут равны нулю.

Однако из (7) видно, что элементы d_{i4} соответствующие величине смещения нуля акселеромет-

ра, всегда будут равны единице. Поэтому наилучший вид матрицы, который можно получить:

$$\begin{pmatrix} [D_{p_1}] & 0 & 0 & 1 \\ 0 & [D_{p_2}] & 0 & 1 \\ 0 & 0 & [D_{p_3}] & 1 \\ 0 & 0 & -[D_{p_3}] & 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

И хотя эта матрица не является даже треугольной, нахождение четвертого компонента искомого вектора и исключение его из задачи выполняется сравнительно просто. Для этого достаточно выполнить измерения в двух противоположных ориентациях и сформировать блоки с противоположными знаками у всех элементов, кроме d_{i4} , после чего просуммировать полученные уравнения. После исключения из задачи четвертой компоненты вектора, матрица D примет желаемую диагональную (блочную-диагональную) форму.

ПРОВЕРКА С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для проверки того, приводит ли приведенная схема подбора ориентаций платформы к повышению точности оценки при зашумленных измерениях, проведено моделирование на компьютере процесса калибровки с применением неоптимального набора ориентаций, и набора, подобранного по схеме, описанной выше. В модель вводились ошибки – отклонения параметров акселерометров $i = 1, 2, 3$ составляющих вектор p_i , от их номинальных значений. Величины номинальных значений и введенных отклонений приведены в табл. 1.

По измерениям, сгенерированным моделью с указанными отклонениям параметров, производилась оценка отклонений с помощью метода наименьших квадратов. При этом к измерениям добавлен аддитивный белый шум со среднеквадратичным отклонением 10^{-4} м/с² для проверки устойчивости двух подходов к такого рода искажениям. Оценка с применением первого и второго подхода произведена 200 раз с одними и теми же условиями для усреднения результатов. В первом подходе использовался неоптимальный набор ориентаций:

1. Начальная ориентация: ось OY направлена вертикально, противоположно вектору g , 100 измерений на каждый акселерометр;

2. Поворот платформы вокруг оси OY на 40° , 100 измерений на каждый акселерометр;

3. Поворот платформы вокруг оси OY на 33° и вокруг оси OZ на 70° , 100 измерений на каждый акселерометр;

4. Поворот платформы вокруг оси OY на 70° , 100 измерений на каждый акселерометр.

Общая размерность решаемой системы уравнений для каждого из акселерометров составила 400. Усредненные результаты оценки приведены в табл. 2.

Во втором подходе для оценки использовался оптимальный набор из четырех ориентаций. Три из них определяются таким образом, чтобы вектор g в приборной системе координат был сонаправлен результату векторного перемножения трех пар строк-векторов матрицы H для каждого акселерометра. Четвертая ориентация определяется, как направленная противоположно одной из трех предыдущих. Она нужна для оценки смещения нуля акселерометра. На каждую из четырех ориентаций приходится 100 измерений каждого из акселерометров, общая размерность задачи для каждого из акселерометров составляет 400 уравнений. Соответствующие усредненные результаты оценивания приведены в таблице 2. В случае неоптимального набора угловых ориентаций получена низкая точность оценки неугло-

Таблица 1. Номинальные значения параметров и их отклонения

№	Параметр	Значение	Величина отклонения
1	θ_1	0.5°	30"
2	φ_1	0°	30"
3	v_1	30"	30"
4	v_1	30"	30"
5	θ_3	0.5°	30"
6	φ_3	-90°	30"
7	K_1	1	$5 \cdot 10^{-5}$
8	K_2	1	$5 \cdot 10^{-5}$
9	K_3	1	$5 \cdot 10^{-5}$
10	b_1	0	$5 \cdot 10^{-5}$ м/с ²
11	b_2	0	$5 \cdot 10^{-5}$ м/с ²
12	b_3	0	$5 \cdot 10^{-5}$ м/с ²

Таблица 2. Усредненная относительная погрешность оценки отклонений параметров при неоптимальном и оптимальном наборе ориентаций

№	Параметр	Относительная погрешность, неоптимальный набор ориентаций, %	Относительная погрешность, оптимальный набор ориентаций, %
1	θ_1	17.5745	0.7152
2	φ_1	19.5877	0.6555
3	v_1	7.8072	0.6982
4	v_2	11.3287	0.6816
5	θ_3	11.1752	0.7201
6	φ_3	8.5489	0.6652
7	K_1	30.1383	1.1370
8	K_2	56.1574	1.2563
9	K_3	25.4136	1.0919
10	b_1	495.4044	12.0713
11	b_2	540.8591	10.7666
12	b_3	551.2224	11.4856

вых параметров модели ошибок. Причина низкой точности заключается в том, что решаемая система уравнений плохо обусловлена (близка к вырожденной). Выбор оптимальных угловых ориентаций повышает информативность измерений, и, как следствие, улучшает обусловленность этой системы уравнений.

При данных условиях относительная точность оценивания с применением оптимального набора ориентаций на порядок превосходит точность

оценивания при неоптимальном наборе. Сравнение результатов дает понять, что:

1. Углы ориентации влияют на точность оценивания при одинаковой размерности задачи;
2. Выбор оптимального набора ориентаций способен значительно улучшить точность калибровки при наличии зашумленных измерений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена зависимость точности метода наименьших квадратов при оценивании вектора параметров погрешностей акселерометров от программы угловых ориентаций ГСП во время проведения измерений в рамках приведенной модели погрешностей. При рассмотрении математической модели и метода оценки показано, что существуют и могут быть найдены оптимальные ориентации ГСП, при которых может быть улучшена устойчивость метода к измерительным шумам и, как следствие, повышена точность оценивания. Проведено компьютерное моделирование процесса оценивания, произведено

сравнение точностей оценок, полученных при применении оптимальных и неоптимальных ориентаций в условиях присутствия измерительного шума. Результаты показали, что выбор оптимального набора ориентаций способен улучшить точность оценивания в условиях зашумленных измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. М.: Машиностроение, 1982. 216 с.
2. Бромберг П.В. Теория инерциальных систем навигации. М.: Наука, 1979. 296 с.
3. Гребенкин М.Д. Сравнение методов оценки параметров погрешностей блока акселерометров трехосной гиросtabilизированной платформы. Труды ФГУП "НПЦАП". Системы и приборы управления. 2017. № 4. С. 22–31.
4. Парусников Н.А., Тихомиров В.В., Требников С.А. Определение инструментальных погрешностей инерциальной навигационной системы на неподвижном основании. Фундаментальная и прикладная математика. 2005. Т. 11. № 7. С. 159–166.

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta "MIFI", 2019, vol. 8, no. 3, pp. 206–212

Optimal Set of Angular Positions of Inertial Measurement Units for Accelerometer Calibration on a Stationary Bench

M. D. Grebenkin^{a,b,#}

^a Pilyugin Scientific Production Association of Automation and Instrumentation, Moscow, 117342 Russia

^b National Research Nuclear University MEPHI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

[#]e-mail: grebenkinmd@gmail.com

Received January 29, 2019; revised April 12, 2019; accepted April 26, 2019

Abstract—The mathematical model of instrumental errors of a three-accelerometer module has been analyzed in application to the determination of the apparent acceleration vector. To this end, the vector calibration method is used on a stationary testing bench with the gravitational acceleration as a reference. The instrumental errors of each accelerometer in the module are determined by a set of parameters, which are refined at calibration. This set consists of two angular errors of the sensitivity axis orientation, the deviation of the scaling coefficient, and bias. An approach has been proposed to determine the optimal set of angular calibration positions for the accelerometer module to achieve the best accuracy for estimating the listed parameters of the instrumental error model. The improvement is achieved due to a smaller condition number of an intermediate matrix arising when solving the calibration system of linear equations by the least squares method. The decrease in the condition number reduces the influence of unaccounted factors, such as instrumental noise and alignment error, on final parameter estimate. The approach has been tested through a computer simulation by adding noise to the array of measurements and comparison with a nonoptimal set of angular calibration positions.

Keywords: gyrostabilized platform, accelerometer calibration, least squares method

DOI: 10.1134/S2304487X19030064

REFERENCES

1. Kuzovkov N.T., Salychev O.S. *Inertsialnaya navigatsiya i optimalnaya filtratsiya* [Inertial navigation and optimal filtering]. Moscow, Mashinostroenie, 1982. 216 p.
2. Bromberg P.V. *Teoriya inertsialnikh sistem navigatsii* [Theory of inertial navigation systems]. Moscow, Nauka, 1979. 296 p.
3. Grebenkin M.D. The comparison of evaluation parameter methods of accelerometer module of the three-axel gyrostabilized platform. *Trudy FGUP NPTsAP. Systemy i pribory upravleniia*, 2017, no. 4, pp. 22–31 (in Russian).
4. Parusnikov N.A., Tikhomirov V.V., Trubnikov S.A. Determination of Instrument Errors for an Inertial Navigation System on a Stationary Base. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Matematika*, 2005, vol. 11, no. 7, pp. 159–166 (in Russian).