

УДК 621.3.061+629.7.064.56 +004.353.254.5

ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КУБА С ЭЛЕМЕНТАМИ МОТТА–ГЁРНИ В РЕБРАХ

А.Е. Дубинов^{1,2*}

¹ Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт
экспериментальной физики, г. Саров, Нижегородская обл., 607188, Россия

² Саровский физико-технический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета
«Московский инженерно-физический институт», г. Саров, Нижегородская обл., 607186, Россия

*e-mail: dubinov-ae@yandex.ru

Поступила в редакцию: 26.08.2023

После доработки: 19.09.2023

Принята к публикации: 22.09.2023

В работе выведена точная явная формула вольт-амперной характеристики (ВАХ) для цепи постоянного тока в форме куба, в ребрах которого установлены одинаковые нелинейные элементы Мотта–Гёрни. Вывод формулы основан на методе декомпозиции сложных электрических цепей и на использовании вспомогательных формул для ВАХ последовательного и параллельного соединения таких элементов, также полученных в данной работе. Формула может быть полезна для вычисления ВАХ больших сетей, содержащих кубические ячейки со светоизлучающими диодами и солнечными элементами.

Ключевые слова: вольт-амперная характеристика, цепь постоянного тока, элемент Мотта–Гёрни, метод декомпозиции.

DOI: 10.26583/vestnik.2023.263

ВВЕДЕНИЕ

Теория Мотта–Гёрни дает предельную плотность тока частиц, ограниченного их собственным пространственным зарядом, в плоском промежутке, в котором движение частиц имеет дрейфовую природу: $v = \mu E \operatorname{sign} q$, где v – скорость частиц, q – их заряд, μ – их подвижность, а E – напряженность электрического поля [1–3]. Эта теория описывает электронный транспорт в полупроводниках [4], в неметаллических кристаллах [5, 6], а также в органических светоизлучающих микроструктурах [7]. Согласно этой теории, двухполюсные элементы Мотта–Гёрни электрической цепи постоянного тока (МГ-элементы), такие как органические светоизлучающие диоды (LED) и солнечные элементы (SC) [8], имеют вольт-амперные характеристики (ВАХ) с нелинейностями квадратичного типа: $I = PU^2$, где I – ток, протекающий в МГ-элементе, U – напряжение, P – коэффициент, имеющий размерность A/V^2 .

LED и SC, как правило, входят в состав многоэлементных цепей, образующих в пространстве объемные сети. Чаще всего сети имеют тетрагональную структуру с кубическими элементарными ячейками. Для оценки режимов питания всей сети важно знать, какова ВАХ

большой цепи, в которой нелинейные МГ-элементы объединены в тетрагональную сеть, и, в частности, какова ВАХ каждой такой ячейки. Поэтому получение удобной формулы для расчета ВАХ кубической ячейки с МГ-элементами является актуальной задачей и целью данной работы.

В данной работе получена точная явная формула для ВАХ в цепи постоянного тока в форме куба, в ребрах которого установлены одинаковые МГ-элементы. Для получения формулы для ВАХ использовался метод декомпозиции сложных электрических цепей.

Укажем, что решение задачи о ВАХ цепи в форме куба, в ребрах которого установлены одинаковые линейные омические элементы (резисторы) с сопротивлением R , хорошо известно: $I = (6/5R)U$ [9, 10], и даже обобщено на n -мерный куб [9].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим цепь постоянного тока в форме куба, в ребрах которого установлены одинаковые МГ-элементы, имеющие коэффициенты собственных ВАХ – $P_{1,...,12} = P$ (рис. 1). Необходимо вывести формулу для ВАХ цепи между узлами А и G, когда узел А заземлен, а на узел G подан потенциал U_0 .

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ТРЕХ МГ-ЭЛЕМЕНТОВ

Для решения поставленной задачи сначала выведем ВАХ участков цепи с параллельным и последовательным включениями трех, вообще говоря, различных МГ-элементов с коэффициентами $P_{1,2,3}$ (рис. 2, а, б, соответственно).

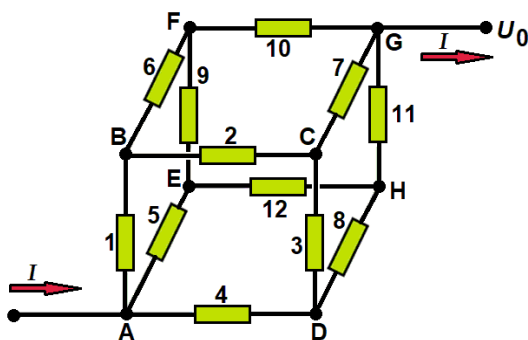


Рис. 1. Схема кубической цепи с МГ-элементами: А, В – Н – обозначения узлов цепи; 1–12 – нумерация МГ-элементов; стрелки показывают направление тока

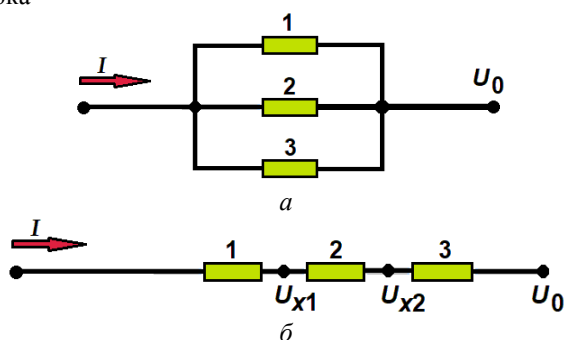


Рис. 2. Схемы участков цепи с тремя МГ-элементами: 1–3 – нумерация МГ-элементов с коэффициентами $P_{1,2,3}$: а) параллельное соединение; б) последовательное соединение; U_{x1} , U_{x2} , U_0 – потенциалы узлов

Несложно записать выражение для общего тока между заземленным контактом и контактом с потенциалом U_0 для параллельного соединения на рис. 2, а:

$$I = P_1 U_0^2 + P_2 U_0^2 + P_3 U_0^2 = (P_1 + P_2 + P_3) U_0^2. \quad (1)$$

Ненамного сложнее найти ВАХ для последовательного соединения (рис. 2, б). Для этого сначала нужно найти выражение для потенциалов U_{x1} и U_{x2} в узлах соединения МГ-элементов. Для этого воспользуемся первым законом Кирхгофа в этих узлах, в результате чего получим систему уравнений

$$P_1 U_{x1}^2 = P_2 (U_{x2} - U_{x1})^2 = P_3 (U_0 - U_{x2})^2. \quad (2)$$

Если извлечь квадратный корень из этих уравнений, то они становятся линейными относительно неизвестных U_{x1} и U_{x2} . Тогда система имеет единственное решение:

$$U_{x1} = \frac{\sqrt{P_2 P_3}}{\sqrt{P_1 P_2 + P_2 P_3 + P_3 P_1}} U_0;$$

$$U_{x2} = \frac{(\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2}) \sqrt{P_3}}{\sqrt{P_1 P_2 + P_2 P_3 + P_3 P_1}} U_0. \quad (3)$$

В итоге, ВАХ последовательного соединения трех МГ-элементов запишется в виде

$$I = P_1 U_{x1}^2 = \frac{P_1 P_2 P_3}{P_1 P_2 + P_2 P_3 + P_3 P_1} U_0^2. \quad (4)$$

Отметим, что ВАХ (4) симметрична относительно перестановки индексов у коэффициентов P_i . Из этого следует, что при любой перестановке МГ-элементов на схеме рис. 2, б выражение для ВАХ (4) не изменится.

ДЕКОМПОЗИЦИЯ КУБИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Объемная цепь на рис. 1 не может быть изображена на плоскости в виде схемы без пересечения контактных линий. Для упрощения проведем стандартную процедуру ее декомпозиции. Для этого сначала заметим, что узлы В, D и E на рис. 1 находятся в одинаковых условиях вследствие симметрии. Следовательно, их электрические потенциалы равны, и их без ущерба для работы цепи можно соединить общим проводником накоротко. Также можно соединить проводником и другую тройку узлов – С, F и H. В результате схему цепи рис. 1 можно изобразить на плоскости, как показано на рис. 3.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВАХ КУБИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Как видно, кубическая цепь состоит из трех последовательно соединенных фрагментов; в I-м и III-м имеется по три параллельных МГ-элемента, а во II-м – шесть параллельных МГ-элементов. Следовательно, согласно (1), $P_I = P_{III} = 3P$ и $P_{II} = 6P$. Подставляя полученные коэффициенты фрагментов в (4) и проводя несложные алгебраические вычисления, в итоге получим ВАХ кубической цепи, в ребрах которой установлены одинаковые нелинейные МГ-элементы, в виде

$$I = \frac{6}{5} P U_0^2 = 1.2 P U_0^2. \quad (5)$$

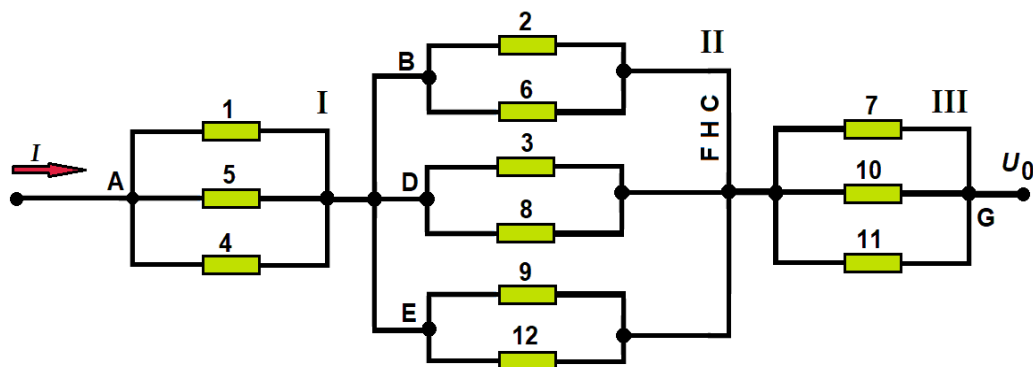


Рис. 3. Схема – результат декомпозиции кубической цепи
(нумерация узлов и MG-элементов соответствует исходной схеме на рис. 1)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе выведена точная явная формула (5) для ВАХ кубической цепи постоянного тока, в ребрах которой установлены одинаковые нелинейные MG-элементы. Для получения формулы использовался метод декомпозиции сложных электрических цепей. Формула позволит легко оценивать электротехнические параметры (режимы электропитания) больших сетей, содержащих такие кубические ячейки с LED, SC или MG-элемент любой другой природы. Для этого каждую кубическую ячейку в большой сети можно представлять эквивалентным нелинейным элементом, имеющим ВАХ (5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mott N.F., Gurney R.W. Electronic processes in ionic crystals. Oxford Univ. Press, London, UK, 1940.
2. Ламперт М., Марк П. Инжекционные токи в твердых телах. М.: Мир, 1973.
3. Дубинов А.Е., Китаев И.Н. Обобщение закона Мотта–Гёрни для двуслойного промежутка // ЖТФ. 2018. Т. 88. № 4. С. 483–486.
<https://doi.org/10.1134/S1063784218040096>

4. Gildenblat G.S., Rao A.R. Current-voltage characteristic of pulsed space-charge-limited currents in GaAs // J. Appl. Phys. 1987. V. 61. № 7. P. 2683–2685.
<https://doi.org/10.1063/1.337904>
5. Büget U., Wright G.T. Space-charge-limited current in silicon // Solid-State Electronics. 1967. V. 10. № 3. P. 199–207.
[https://doi.org/10.1016/0038-1101\(67\)90074-3](https://doi.org/10.1016/0038-1101(67)90074-3)
6. López-Cruz E., Sánchez-Sinencio F., Rose A., Helman J.S. Photoinjection of holes and electrons into sulfur single crystals // Phys. Rev. B. 1980. V. 22. № 6. P. 2855–2860.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.22.2855>
7. Ho S., Xiang C., Liu R., Chopra N., Mathai M., So F. Stable solution processed hole injection material for organic light-emitting diodes // Organic Electr. 2014. V. 15. № 10. P. 2513–2517.
<https://doi.org/10.1016/j.orgel.2014.07.022>
8. Zhu Y.B., Geng K., Cheng Z.S., Yao R.H. Space-charge-limited current injection into free space and trap-filled solid // IEEE Trans. Plasma Sci. 2021. V. 49. № 7. P. 2107–2112.
<https://doi.org/10.1109/TPS.2021.3084461>
9. Narraway J.J. Resistance of an n-cube // Electr. Lett. 1994. V. 30. № 24. P. 2004–2006.
<https://doi.org/10.1049/el:19941386>
10. Perrier F., Girault F. Two-point resistances in Archimedean resistor networks // Results. Phys. 2022. V. 36. May 2022, 105443.
<https://doi.org/10.1016/j.rinp.2022.105443>

CURRENT-VOLTAGE CHARACTERISTIC OF A CUBE WITH MOTT-GURNEY ELEMENTS IN THE EDGES

A.E. Dubinov^{1,2}

¹ Russian Federal Nuclear Center – All-Russia Scientific research Institute of Experimental Physics, Sarov,
Nizhny Novgorod region, 607188, Russia

² Sarov Physical Technical Institute – the branch of National Research Nuclear University
«Moscow Engineering Physics Institute», Sarov, Nizhny Novgorod region, 607186, Russia
e-mail: dubinov-ae@yandex.ru

Received August 26, 2023; revised September 19, 2023; accepted September 22, 2023

The explicit exact formula for the volt-ampere characteristic (VAC) of a dc-circuit in the form of a cube, in the edges of which the same nonlinear Mott-Gurney elements are installed, is derived. The formula derivation is based on the decomposition method of complicated electric circuits and on the application of auxiliary formulas for VAC of serial and parallel connection of such elements, which were also obtained in this work. The formula can be used for calculating the VAC of large networks containing cubic cells with light-emitting diodes and solar cells.

Keywords: volt-ampere characteristic, dc-circuit, Mott-Gurney element, decomposition method.

REFERENCES

1. Mott N.F., Gurney R.W. Electronic processes in ionic crystals. Oxford Univ. Press, London, UK, 1940.
2. Lampert M., Mark P. Current injection in solids. Moscow, Mir Publ, 1973 [in Russian].
3. Dubinov A.E., Kitayev, I.N. Extension of the Mott–Gurney law for a bilayer gap. Techn. Phys. 2018. Vol. 63. No. 4. Pp. 467–470 [in Russian].
<https://doi.org/10.1134/S1063784218040096>
4. Gildenblat G.S., Rao A.R. Current-voltage characteristic of pulsed space-charge-limited currents in GaAs. J. Appl. Phys. 1987. Vol. 61. No. 7. Pp. 2683–2685.
<https://doi.org/10.1063/1.337904>
5. Büget U., Wright G.T. Space-charge-limited current in silicon. Solid-State Electronics. 1967. Vol. 10. No. 3. Pp. 199–207.
[https://doi.org/10.1016/0038-1101\(67\)90074-3](https://doi.org/10.1016/0038-1101(67)90074-3)
6. López-Cruz E., Sánchez-Sinencio F., Rose A., Helman J.S. Photoinjection of holes and electrons into sulfur single crystals. Phys. Rev. B. 1980. Vol. 22. No. 6. Pp. 2855–2860.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.22.2855>
7. Ho S., Xiang C., Liu R., Chopra N., Mathai M., So F. Stable solution processed hole injection material for organic light-emitting diodes. Organic Electr. 2014. Vol. 15. No. 10. Pp. 2513–2517.
<https://doi.org/10.1016/j.orgel.2014.07.022>
8. Zhu Y.B., Geng K., Cheng Z.S., Yao R.H. Space-charge-limited current injection into free space and trap-filled solid // IEEE Trans. Plasma Sci. 2021. Vol. 49. No. 7. Pp. 2107–2112.
<https://doi.org/10.1109/TPS.2021.3084461>
9. Narraway J.J. Resistance of an n-cube. Electr. Lett. 1994. Vol. 30. No. 24. Pp. 2004–2006.
<https://doi.org/10.1049/el:19941386>
10. Perrier F., Girault F. Two-point resistances in Archimedean resistor networks. Results. Phys. 2022. Vol. 36. May 2022, 105443.
<https://doi.org/10.1016/j.rinp.2022.105443>