

УДК 537.8

НЕКОТОРЫЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ДВУМЕРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА, ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ

С.П. Баутин^{1,*}, О.А. Карелина^{1,2,**}, А.Г. Обухов^{3,***}

¹ФГАОУ ВО «Снежинский физико-технический институт Национального исследовательского
ядерного университета МИФИ», Снежинск, 456776, Россия

²ФГУП «РФЯЦ-ВНИИТФ им. академ. Е.И. Забабахина», Снежинск, 456776, Россия

³Тюменский индустриальный университет, Тюмень, 625000, Россия

*e-mail: spbautin@mail.ru

**e-mail: karelina-1999@inbox.ru

***e-mail: agobukhov@inbox.ru

Поступила в редакцию: 05.10.2023

После доработки: 06.10.2023

Принята к публикации: 10.10.2023

В работе используется методика представлений решений системы нелинейных уравнений движения в виде бесконечных тригонометрических рядов от двух пространственных переменных. Коэффициенты рядов являются искомыми функциями от времени, для которых выписана бесконечная система обыкновенных дифференциальных уравнений. Начальные данные задаются в виде конечных тригонометрических сумм. Приближенные решения поставленных задач Коши также строятся в виде конечных отрезков тригонометрических рядов. При различных начальных данных в работе рассмотрены конкретные нестационарные двумерные периодические по пространственным переменным x , y течения газа и проанализированы их свойства.

Ключевые слова: система уравнений движения, задача Коши, тригонометрические ряды, приближенные решения, линии тока.

DOI: 10.26583/vestnik.2023.295

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для решения очень многих важных для практики проблем возникает необходимость исследования различных начально-краевых задач для нелинейных уравнений с частными производными. На сегодняшний день основным способом построения решений подобных задач являются разностные методы, при которых численно определяется конечное число значений искомых функций в отдельных изолированных точках. Но, несмотря на прогресс в разработке этих численных методов и на все увеличивающуюся производительность вычислительной техники, очень часто под вопросом остаются надежность и адекватность численных результатов, получаемых разностными методами.

Среди аналитических методов получения решений нелинейных уравнений с частными производными одним из основных является использование конечных или бесконечных представлений с применением различных систем

базисных функций для разных функциональных пространств.

На протяжении более чем двухсотлетней истории исследований линейных уравнений с частными производными одним из востребованных функциональных базисов является базис из тригонометрических функций. Чуть менее десяти лет назад, т.е. минуя 200 лет после работ Ж.Б.Ж. Фурье, методика применения бесконечных тригонометрических рядов впервые была эффективно применена при построении решений нелинейной системы уравнений с частными производными смешанного типа для математического моделирования одномерных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа [1]. Недавно описанная в работе [1] методика представления с помощью тригонометрических рядов решений задач Коши была применена [2–5] к уравнению Бюргерса и к нелинейной системе из двух уравнений с частными производными в случае двух независимых пространственных переменных. В том числе удалось доказать сходимость этих рядов в окрест-

ности точки $t = 0$ и при всех значениях независимых переменных x, y [2–5].

Меняя начальные условия, удастся с помощью конечных отрезков тригонометрических рядов восстанавливать приближенные решения с очень интересными свойствами.

Цель данной работы состоит в следующем: перебирая разные начальные условия, получить сложные течения, в том числе имеющие области завихренных потоков и особенности типа «бесконечные градиенты» по пространственным переменным. Как показывает практика построения решений нелинейных уравнений с частными производными разностными методами, при их применении не удастся надежно рассчитать течения с большими значениями производных по переменным x и y . И поэтому решения, полученные с помощью отрезков тригонометрических рядов, можно использовать как тесты для проверки точности решений, получаемых разностными методами.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве математической модели для приближенной передачи движений газа далее из полной системы уравнений Навье–Стокса [6] исследуются только уравнения движения в предположении постоянных значений термодинамических параметров плотности и температуры $\rho = 1, T = 1$:

$$\mathbf{V}_t + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \mu_0 \left[\frac{1}{4} \nabla (\operatorname{div} \mathbf{V}) + \frac{3}{4} \Delta \mathbf{V} \right]. \quad (1)$$

В системе (1) введены безразмерные переменные. При этом за масштаб скорости u_{00} взята величина $\frac{1}{3} \cdot 10^3$ м/с, близкая к скорости звука в воздухе при нормальных условиях. За масштаб расстояния x_{00} берется величина, соответствующая геометрическим характеристикам конкретного исследуемого течения.

В данной работе рассматривается случай отсутствия зависимости от z и равенства нулю третьей компоненты вектора скорости газа:

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0; \quad v_3 = 0,$$

и вводятся обозначения $u = v_1, v = v_2$. В этом случае система (1) в подробной записи имеет следующий вид:

$$\begin{cases} u_t + uu_x + vv_y = \mu_0 \left(u_{xx} + \frac{3}{4} u_{yy} + \frac{1}{4} u_{xy} \right), \\ v_t + uv_x + vv_y = \mu_0 \left(\frac{3}{4} v_{xx} + v_{yy} + \frac{1}{4} u_{xy} \right), \end{cases} \quad (2)$$

а третье уравнение системы (1) выполняется тождественно.

Далее о системе (2) и будет говориться как о системе уравнений движения.

В монографии [1] было предложено представлять одномерные решения полной системы уравнений Навье–Стокса в виде тригонометрических рядов.

В данной работе рассматривается случай двух пространственных переменных, и с учетом результатов из работ [1–5] используются следующие представления искомых функций u, v :

$$\begin{aligned} u(t, x, y) &= u_1(t, x) + u_2(t, y) = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} u_{k,1}(t) \sin(kx) + \sum_{m=1}^{\infty} u_{m,2}(t) \sin(my), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} v(t, x, y) &= v_1(t, x) + v_2(t, y) = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} v_{k,1}(t) \sin(kx) + \sum_{m=1}^{\infty} v_{m,2}(t) \sin(my). \end{aligned}$$

У искомых коэффициентов, зависящих от времени, стоят двойные индексы: первый индекс соответствует частоте гармоник, перед которой стоит этот коэффициент; второй индекс равен единице, если коэффициент стоит перед гармоникой, зависящей от пространственной переменной x , и равен двойке, если коэффициент стоит перед гармоникой, зависящей от пространственной переменной y .

В системе (2) в левых частях обоих уравнений оставим только частные производные по времени, а все остальные слагаемые из левых частей перенесем в правые части рассматриваемых уравнений, т.е. запишем систему (2) в нормальной форме:

$$\begin{cases} u_t = -uu_x - vv_y + \mu_0 \times \\ \times \left(u_{xx} + \frac{3}{4} u_{yy} + \frac{1}{4} u_{xy} \right), \\ v_t = -uv_x - vv_y + \mu_0 \times \\ \times \left(\frac{3}{4} v_{xx} + v_{yy} + \frac{1}{4} u_{xy} \right). \end{cases} \quad (4)$$

Уравнения в системе (4) проецируются сначала на базис

$$\{\sin(x), \sin(2x), \sin(3x), \dots\},$$

а затем на базис

$$\{\sin(y), \sin(2y), \sin(3y), \dots\}.$$

В результате получается бесконечная система обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов $u_{k,1}(t)$, $u_{k,2}(t)$, $v_{k,1}(t)$, $v_{k,2}(t)$:

$$u'_{\ell,1} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \sum_{m=1}^M t u_{k,1}(t) u_{m,1}(t) b_{k\ell m} - \mu_0 \ell^2 u_{\ell,1}; \quad \ell = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

$$v'_{\ell,1} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \sum_{m=1}^M t u_{k,1}(t) v_{m,1}(t) b_{k\ell m} - \frac{3}{4} \mu_0 \ell^2 v_{\ell,1}; \quad \ell = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

$$u'_{\ell,2} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \sum_{m=1}^M k v_{m,2}(t) u_{k,2}(t) b_{k\ell m} - \frac{3}{4} \mu_0 \ell^2 u_{\ell,2}; \quad \ell = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

$$v'_{\ell,2} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \sum_{m=1}^M k v_{k,2}(t) v_{m,1}(t) b_{k\ell m} - \mu_0 \ell^2 v_{\ell,2}; \quad \ell = 1, 2, 3, \dots, \quad (8)$$

в которых символ M означает бесконечность в случае рассмотрения бесконечных тригонометрических рядов, а в случае конечных отрезков тригонометрических рядов полагается $M = K$.

Для получения единственных решений систем (5)–(8) задаются начальные условия

$$u_{k,1}(0) = u_{k,1}^0; \quad u_{k,2}(0) = u_{k,2}^0; \quad v_{k,1}(0) = v_{k,1}^0; \quad v_{k,2}(0) = v_{k,2}^0, \quad k = 1, 2, \dots$$

такие, что числовые ряды

$$\sum_{k=1}^M u_{k,1}^0; \quad \sum_{k=1}^M u_{k,2}^0; \quad \sum_{k=1}^M v_{k,1}^0; \quad \sum_{k=1}^M v_{k,2}^0$$

сходятся абсолютно. Это соответствует тому, что для системы (4) заданы начальные условия

$$u(t, x, y)|_{t=0} = \sum_{k=1}^M u_{k,1}^0 \sin(kx) + \sum_{k=1}^M u_{k,2}^0 \sin(ky),$$

$$v(t, x, y)|_{t=0} = \sum_{k=1}^M v_{k,1}^0 \sin(kx) + \sum_{k=1}^M v_{k,2}^0 \sin(ky).$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ КОНКРЕТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

При построении конкретных приближенных решений выбирается конечное число K – число слагаемых в тригонометрических суммах

$$u(t, x, y) =$$

$$= \sum_{k=1}^K [u_{k,1} \sin(kx) + u_{k,2} \sin(ky)],$$

$$v(t, x, y) = \quad (9)$$

$$= \sum_{k=1}^K [v_{k,1} \sin(kx) + v_{k,2} \sin(ky)].$$

При помощи констант $u_{k,1}^0$, $u_{k,2}^0$, $v_{k,1}^0$, $v_{k,2}^0$ в момент времени $t = 0$ задаются начальные условия для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в которых верхние индексы в суммах берутся равными K , т.е. $M = K$. Переменная ℓ в этих системах принимает целые значения от единицы до K .

Полученные задачи Коши для систем (5)–(8) решаются численно при $0 \leq t \leq t_f$, где конечный момент времени t_f выбирается из смысла рассматриваемой задачи и ее решений.

Для анализа свойств получаемых решений далее приводятся графики кривых, передающих поведение коэффициентов из представлений (9), а также поверхности

$$u(t_1, x, y); \quad v(t_1, x, y) \quad (10)$$

в заданные моменты времени $t = t_1$.

Также в заданные моменты времени $t = t_1$ численно строятся мгновенные линии тока, начинающиеся в конкретных точках $(x = x_j^0, y = y_j^0)$, и которые задаются в параметрическом виде $(x_j(\xi), y_j(\xi))$ в зависимости от формально введенной независимой переменной ξ . Здесь индекс j принимает целое значение от единицы до числа N , которое задает количество рассматриваемых в момент $t = t_1$ линий тока.

Функции $x_j(\xi)$ и $y_j(\xi)$, определяющие в параметрической форме мгновенные линии тока, являются решениями нижеследующих задач Коши:

$$\begin{cases} \frac{dx_j}{d\xi} = u(t_1, x_j, y_j), \\ \frac{dy_j}{d\xi} = v(t_1, x_j, y_j), \\ x_j|_{\xi=0} = x_j^0, \\ y_j|_{\xi=0} = y_j^0. \end{cases} \quad (11)$$

Для детализации результатов расчетов вводится следующее обозначение сосчитанных вариантов. Название «Вариант k - ℓ - m - n » означает, что в начальных условиях для систем (5)–(8) ненулевые значения имеют только коэффициенты:

$$\begin{aligned} u_{k,1}(0) = u_{\ell,2}(0) = v_{m,1}(0) = \\ = v_{n,2}(0) = 0.1, \end{aligned} \quad (12)$$

и у которых начальные значения для простоты последующего анализа все взяты равными одной десятой.

Для большей наглядности результаты расчетов оформлены в отдельные фильмы, ссылки на которые приводятся ниже.

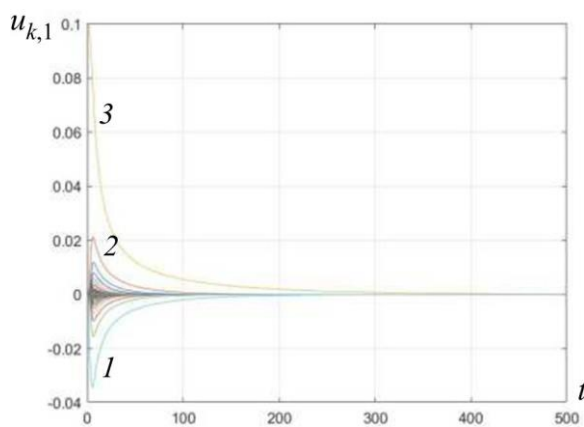


Рис. 1. Поведение коэффициентов $u_{k,1}(t)$

Результаты расчета варианта 3-3-5-5

Число слагаемых в тригонометрических суммах (9) взято $K = 300$, начальные распределения искомых функций имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} u(0, x, y) &= 0.1 \sin(3x) + 0.1 \sin(3y), \\ v(0, x, y) &= 0.1 \sin(5x) + 0.1 \sin(5y). \end{aligned} \quad (13)$$

Поведение коэффициентов конечных сумм (9) приведено на рис. 1–4.

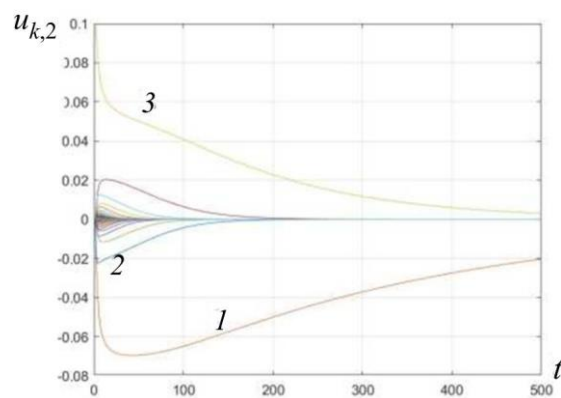


Рис. 2. Поведение коэффициентов $u_{k,2}(t)$

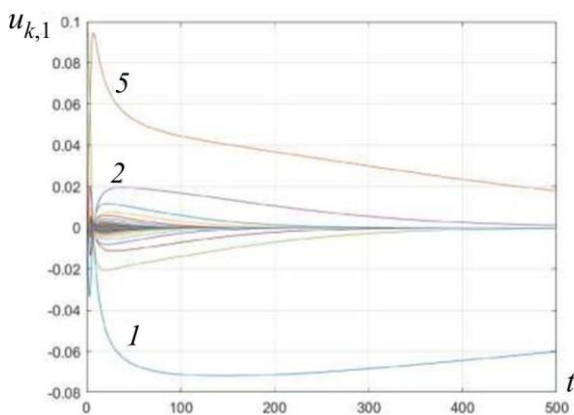


Рис. 3. Поведение коэффициентов $v_{k,1}(t)$

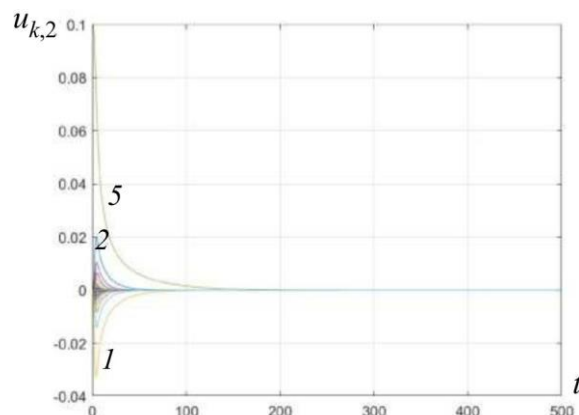


Рис. 4. Поведение коэффициентов $v_{k,2}(t)$

Номера, стоящие возле кривых на приведенных выше графиках, задают значения первого индекса у коэффициентов. Из анализа поведения кривых на рис. 1–4 следует, что основные динамические изменения течений происходят при $0 \leq t \leq 20$.

Изменение поведения поверхностей $u(t_1, x, y)$ и $v(t_1, x, y)$ с течением времени представлено на рис. 5–9.

Практически во все положительные моменты времени на этих поверхностях хорошо выявляются «вертикальные части», на которых значения модулей частных производных по про-

странственным переменным принимают достаточно большие значения.

При увеличении времени поверхности $u(t_1, x, y)$ и $v(t_1, x, y)$ стремятся к некоторым «предельным» положениям (см. рис. 9).

Далее, на рис. 10, 11 в разные моменты времени приведены мгновенные линии тока.

Фактически до моментов времени порядка $t = 10 \div 20$ невозможно понять возникающую конфигурацию течения. И только начиная со времени порядка $t = 30 \div 50$, можно высказывать предположения об итоговом характере течения.

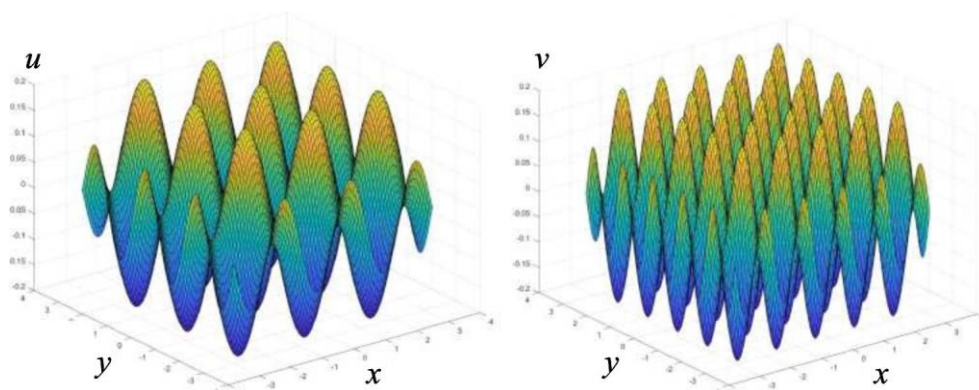


Рис. 5. Поверхности $u(t_1, x, y)$, $v(t_1, x, y)$ в момент времени $t = 0$

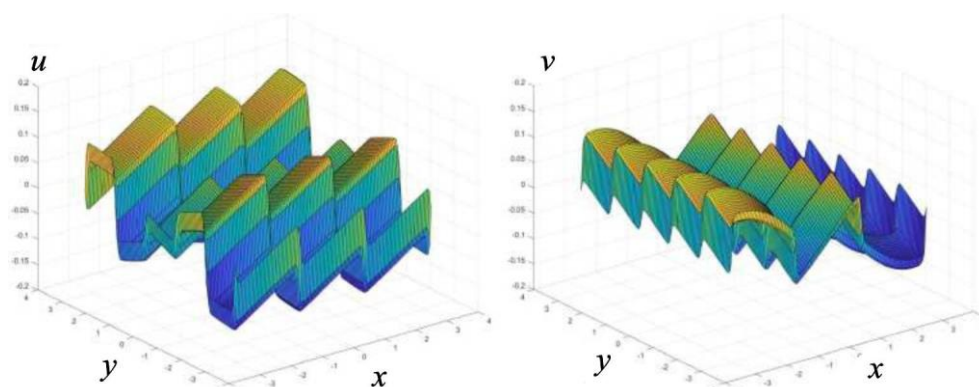


Рис. 6. Поверхности $u(t_1, x, y)$, $v(t_1, x, y)$ в момент времени $t = 20$

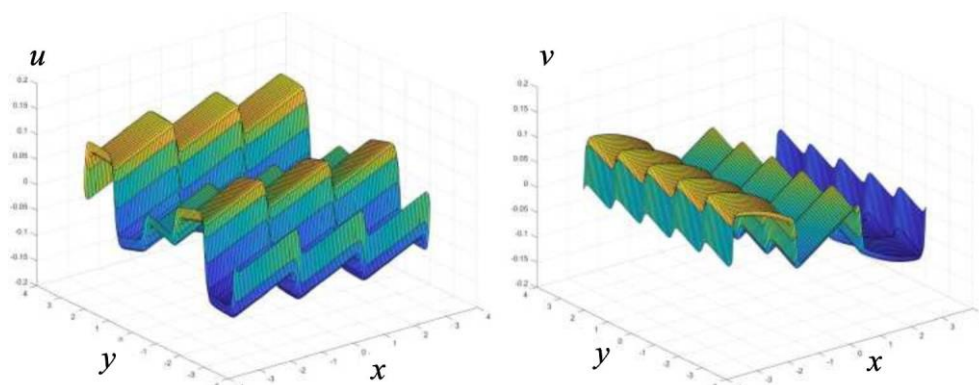


Рис. 7. Поверхности $u(t_1, x, y)$, $v(t_1, x, y)$ в момент времени $t = 30$

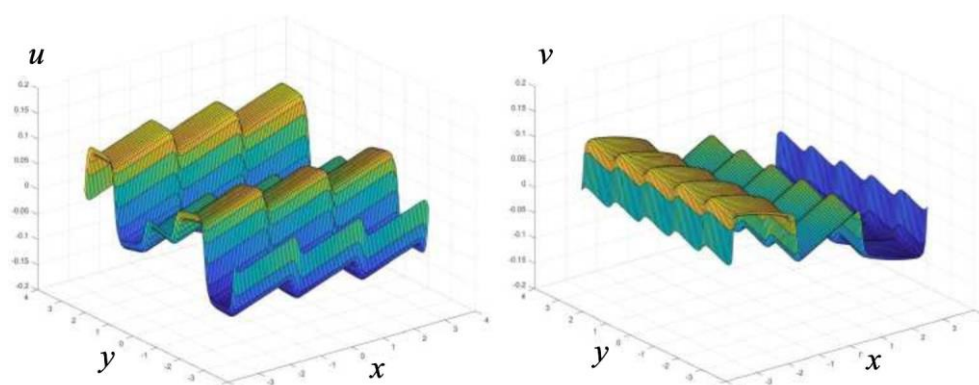


Рис. 8. Поверхности $u(t_1, x, y)$, $v(t_1, x, y)$ в момент времени $t = 40$

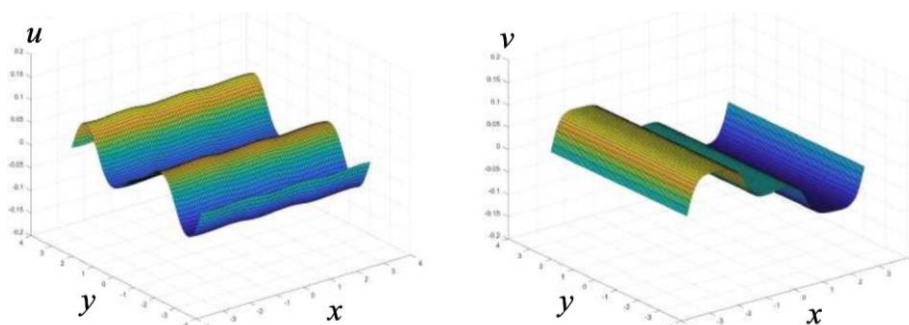


Рис. 9. Поверхности $u(t_1, x, y)$, $v(t_1, x, y)$ в момент времени $t = 200$

Общее движения потока в этом варианте оказалось следующим. Имеется два вертикальных потока. Поток в левой части течения идет снизу вверх; в правой части – сверху вниз. В результате их взаимодействия сами потоки частично изменяют направления движения. С учетом направлений линий тока в четырех углах, приведенных на рис. 10, 11, можно предположить общее окружное движение вокруг центральной области, оно идет по ходу часовой стрелки. В центральной области образуется несколько вихревых областей – до пяти штук. Но с течением времени фактически остается три вихревых области. Два самых верхних и два

самых нижних вихря вращаются по ходу часовой стрелки. Вихрь в центральной части вращается против хода часовой стрелки. Линии тока этого центрального вихря соприкасаются с линиями тока двух верхних и двух нижних вращающихся потоков. Поэтому их направления движения соответствует вращению в разные стороны зацепленных шестеренок, что и отражает свойство вязкости газа. А пары вращающихся областей в верхней и нижней частях вращаются в одну сторону потому, что не имеют соприкасающихся линий тока, а разделяются между собой только точечной областью (точки А, В на правой части рис. 11).

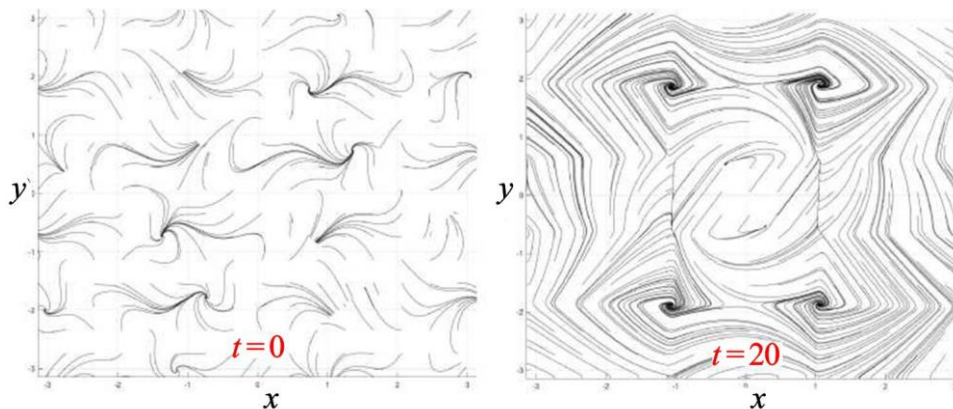


Рис. 10. Мгновенные линии тока при $t = 0$ и $t = 20$

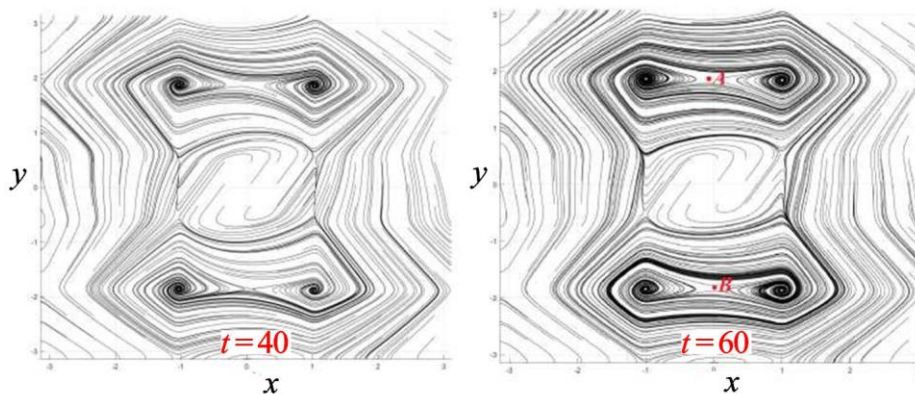


Рис. 11. Мгновенные линии тока при $t = 40$ и $t = 60$

По результатам расчетов этого варианта сделан фильм¹.

Число слагаемых в тригонометрических суммах (9) взято $K = 300$, начальные распределения искомых функций имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} u(0, x, y) &= 0.1 \sin(4x) + 0.1 \sin(2y), \\ v(0, x, y) &= 0.1 \sin(2x) + 0.1 \sin(4y). \end{aligned} \quad (14)$$

На рис. 12, 13 в разные моменты времени приведены мгновенные линии тока.

Как и в других вариантах, фактически до момента времени порядка $t = 10 \div 20$ невозможно понять возникающую конфигурацию течения. И только начиная со времени порядка $t = 30 \div 50$, можно высказать предположение об итоговом характере течения.

Результаты расчета варианта 4-2-2-4

Общее движение потока в варианте 4-2-2-4 оказалось следующим. С течением времени в потоке образуется много вихревых областей. В центральной части четко выделены четыре ячейки, в которых вращение идет в соответствии с направлением вращения зацепленных шестеренок. В верхней и нижней ячейках вращение идет против хода часовой стрелки, а в левой и правой – по ходу часовой стрелки. Ячейки, в которых вращаются потоки, имеют четко выраженную ромбоидальную форму.

По результатам расчетов этого варианта сделан фильм².

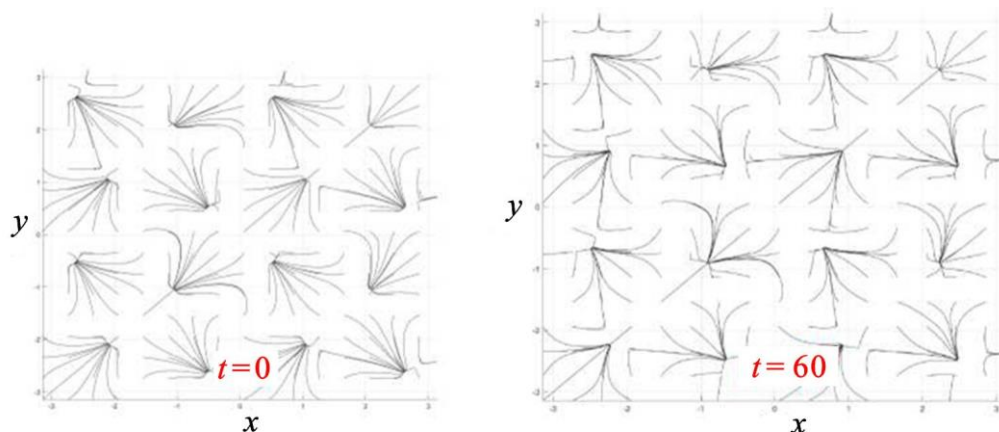


Рис. 12. Мгновенные линии тока при $t = 0$ и $t = 60$

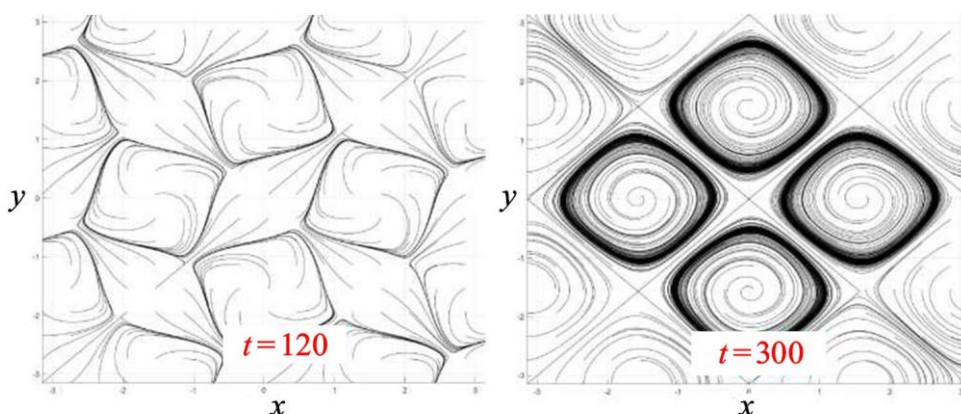


Рис. 13. Мгновенные линии тока при $t = 120$ и $t = 300$

¹ Баутин С.П., Карелина О.А., Обухов А.Г. Результаты расчета варианта 3-3-5-5 для системы уравнений движения. [Электронный ресурс]. URL: https://vk.com/video-71669107_456239195 (дата обращения: 30.08.2023).

² Баутин С.П., Карелина О.А., Обухов А.Г. Результаты расчета варианта 4-2-2-4 для системы уравнений движения. [Электронный ресурс]. URL: https://vk.com/video-71669107_456239196 (дата обращения: 27.09.2023).

Результаты расчета варианта 5-5-5-5

Число слагаемых в тригонометрических суммах (9) взято $K = 300$, начальные распределения искомых функций имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} u(0, x, y) &= 0.1 \sin(5x) + 0.1 \sin(5y), \\ v(0, x, y) &= 0.1 \sin(5x) + 0.1 \sin(5y). \end{aligned} \quad (15)$$

На рис. 14–15 в разные моменты времени приведены мгновенные линии тока.

Общий факт: фактически до момента времени порядка $t = 10 \div 20$ невозможно понять возникающую конфигурацию течения. И только начиная со времени порядка $t = 30 \div 50$, можно высказать предположение об итоговом характере течения.

Общее движение потока в варианте 5-5-5-5 оказалось следующим. Картина течения аналогична картине варианта 2-4-4-2, но имеется сорок штук ромбоидальных областей. В соседних соприкасающихся потоках направление вращения определяется по правилу зацепленных шестеренок.

По результатам расчетов этого варианта сделан фильм¹.

В фильмах^{2,3} приведены результаты расчетов двух других вариантов: 2-3-3-5 и 5-7-9-1.

Общее движение потока в варианте 2-3-3-5 оказалось следующим. Имеются четыре горизонтальных потока, и в соседних потоках разные направления движения газа. Между соседними потоками образуются застойные зоны. Но только между вторым и третьим встречными потоками четко образуется одно вращательное движение в положительном направлении. Это направление движения полностью определяется направлениями прилегающих горизонтальных потоков: нижний идет слева направо, а верхний – справа налево. Поэтому движение между ними происходит против хода часовой стрелки.

Общее движение потока в варианте 5-7-9-1 такое. Имеют место два вертикальных встречных потока. Левый поток идет снизу вверх, правый поток – сверху вниз. В застойной зоне образуют один овальный вихрь, вращающийся по ходу часовой стрелки. Движение среды в вариантах 5-7-9-1 и 2-3-3-5 практически топологически одинаковое: при повороте одного потока на прямой угол получается картина движения, очень похожая на движение в другом потоке.

Особо подчеркнем, что во всех описанных потоках четко прослеживается влияние вязкости газа на направления вращения газа в соприкасающихся областях.

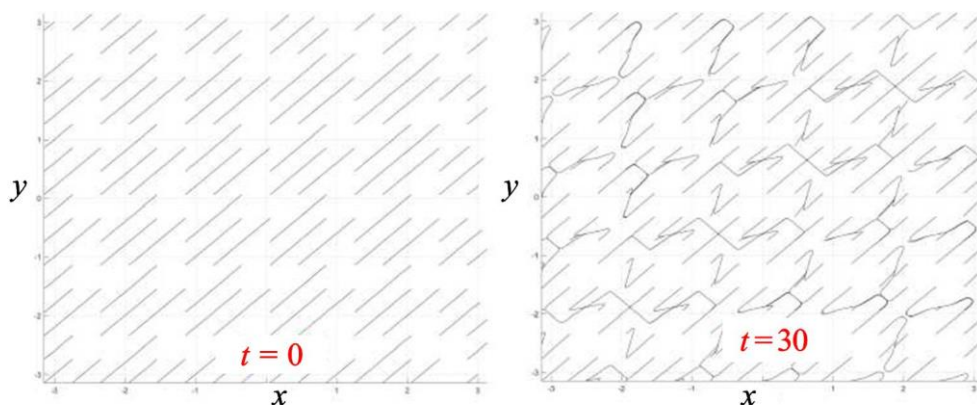


Рис. 14. Мгновенные линии тока при $t = 0$ и $t = 30$

¹ Баутин С.П., Карелина О.А., Обухов А.Г. Результаты расчета варианта 5-5-5-5 для системы уравнений движения. [Электронный ресурс]. URL: https://vk.com/video-71669107_456239197 (дата обращения: 27.09.2023).

² Баутин С.П., Карелина О.А., Обухов А.Г. Результаты расчета варианта 2-3-3-5 для системы уравнений движения. [Электронный ресурс]. URL: https://vk.com/video-71669107_456239194 (дата обращения: 27.09.2023).

³ Баутин С.П., Карелина О.А., Обухов А.Г. Результаты расчета варианта 5-7-9-1 для системы уравнений движения. [Электронный ресурс]. URL: https://vk.com/video-71669107_456239198 (дата обращения: 27.09.2023).

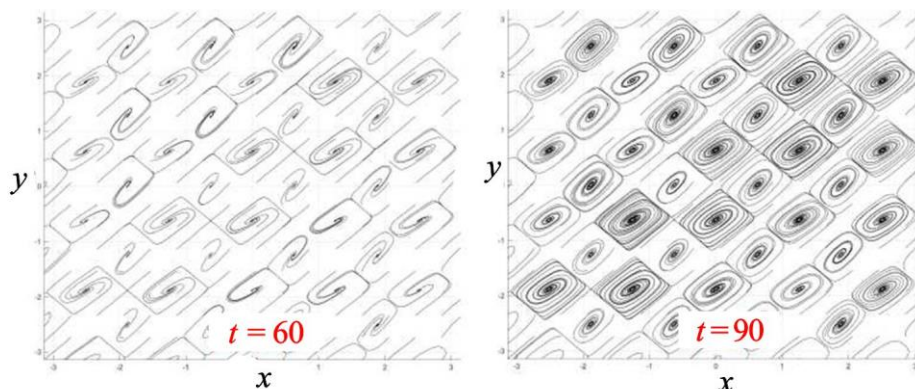


Рис. 15. Мгновенные линии тока при $t = 60$ и $t = 90$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе приведены примеры конкретных приближенных решений поставленных задач Коши при использовании начальных отрезков тригонометрических рядов. Коэффициенты этих начальных отрезков определяются при численном решении конечных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Проанализированы свойства этих решений, которые описывают течения вязкого теплопроводного газа при постоянных значениях плотности и температуры. В том числе выделены случаи с несколькими областями, в которых имеют место закрученные течения газа, что характерно для турбулентных течений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баутин С.П., Замыслов В.Е., Скачков П.П. Математическое моделирование тригонометрическими рядами одномерных течений вязкого теплопровод-

ного газа. Новосибирск: Наука: Екатеринбург: УрГУПС, 2014.

2. Баутин С.П., Замыслов В.Е. Сходимости бесконечных тригонометрических рядов, решающих уравнение Бюргерса. Снежинск: СФТИ НИЯУ МИФИ, 2022.

3. Баутин С.П., Замыслов В.Е. Представление решений уравнения Бюргерса тригонометрическими рядами // Вестник национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», 2022. Т. 11. № 4. С. 305–318.

4. Баутин С.П., Карелина О.А., Обухов А.Г. Нестационарные двумерные периодические решения уравнений движения. Снежинск: СФТИ НИЯУ МИФИ, 2023.

5. Баутин С.П., Карелина О.А., Обухов А.Г. Представление решений системы уравнений движения с помощью тригонометрических рядов // Вестник национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», 2023. Т. 12. № 1. С. 39–51.

6. Баутин С.П. Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. Новосибирск: Наука, 2009.

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2023, vol. 12, no. 4, pp. 223–232

SOME UNSTEADY TWO-DIMENSIONAL GAS FLOWS, DETERMINED USING TRIGONOMETRIC SERIES

S.P. Bautin^{1,*}, O.A. Karelina^{1,2,**}, A.G. Obukhov^{3,***}

¹Snezhinsk Institute of Physics and Technology, National Research Nuclear University MEPhI, Snezhinsk, 456776 Russia

²Federal State Unitary Enterprise «Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin AI – Russia Research Institute of technical Physics», Snezhinsk, 456776 Russia

³Tyumen Industrial University, Tyumen, 625000 Russia

*e-mail: spbautin@mail.ru

**e-mail: karelina-1999@inbox.ru

***e-mail: agobukhov@inbox.ru

Received September 5, 2023; revised September 6, 2023; accepted October 10, 2023

The work uses a technique for representing solutions to a system of nonlinear equations of motion in the form of infinite trigonometric series of two spatial variables. The coefficients of the series are the desired functions of

time, for which an infinite system of ordinary differential equations is written. The initial data are specified in the form of finite trigonometric sums. Approximate solutions to the stated Cauchy problems are also constructed in the form of finite segments of trigonometric series. For various initial data, the work considers specific nonstationary two-dimensional gas flows that are periodic in the spatial variables x , y and analyzes their properties.

Keywords: system of equations of motion, Cauchy problem, trigonometric series, approximate solutions, streamlines.

REFERENCES

1. *Bautin S.P., Zamyslov V.E., Skachkov P.P.* Matematicheskoe modelirovanie trigonometricheskimi ryadami odnomernykh techeniy vyazkogo teploprovodnogo gaza. [Mathematical modeling of one-dimensional flows of viscous heat-conducting gas by trigonometric series]. Novosibirsk, Science Publ., Ekaterinburg. URGUPS Publ., 2014.
2. *Bautin S.P., Zamyslov V.E.* Skhodimosti beskonечnykh trigonometricheskikh ryadov, reshayushchih uravnenie Byurgersa. [Convergence of infinite trigonometric series solving the Burgers equation]. Snezhinsk, SFTI NIYAU MPhI Publ., 2022.
3. *Bautin S.P., Zamyslov V.E.* Predstavlenie reshenij uravneniya Byurgersa trigonometricheskimi ryadami. [Representation of solutions to the Burgers equation by trigonometric series]. Vestnik NIYaU MIFI, 2022. Vol. 11. No. 4. Pp. 305–318.
4. *Bautin S.P., Karelina O.A., Obukhov A.G.* Nestacionarnye dvumernye periodicheskie resheniya uravnenij dvizheniya. [Nonstationary two-dimensional periodic solutions of equations of motion]. Snezhinsk, SFTI NRNU MPhI Publ., 2023.
5. *Bautin S.P., Karelina O.A., Obukhov A.G.* Predstavlenie reshenij sistemy uravnenij dvizheniya s pomoshch'yu trigonometricheskikh ryadov. [Representation of solutions to a system of equations of motion using trigonometric series]. Vestnik NIYaU MIFI, 2023. Vol. 12. No. 1. Pp. 39–51 (in Russian).
6. *Bautin S.P.* Harakteristicheskaya zadacha Koshi i ee prilozheniya v gazovoj dinamike. [The characteristic Cauchy problem and its applications in gas dynamics]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2009.