

УДК 533.95; 534.28

## АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В РАЗРЕЖЕННОЙ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ

© 2022 Д.Б. Бембитов\*, С.Б. Дертеев, Н.К. Шивидов, Б.Б. Михалеев

Калмыцкий государственный университет имени Б.Б. Городовикова, Элиста, 358000, Россия

\*e-mail: dbembitov@gmail.com

Поступила в редакцию 31.10.2022

После доработки: 07.11.2022

Принята к публикации: 08.11.2022

Изучается поведение акустических волн в разреженной высокотемпературной плазме, в качестве примера которой рассматривается плазма солнечной короны. Учитываются эффекты теплопроводности и нагрева/радиационных потерь, используются данные о температурном распределении интенсивности излучения. Для функции излучения построено аналитическое представление в виде интерполяции кубическими сплайнами. В приближении газовой динамики получено дисперсионное соотношение для акустических волн, из которого найдены частота, фазовая скорость и коэффициент затухания. Показано в целом превосходство в дисперсии и затухании эффекта теплопроводности, нагрев и радиационные потери проявляют себя при больших длинах волны.

**Ключевые слова:** плазма, теплопроводность и излучение плазмы, акустические волны, затухание и дисперсия волн, квазипериодические колебания.

**DOI:** 10.26583/vestnik.2022.3

### ВВЕДЕНИЕ

В разреженной и сильно ионизованной плазме крайне незначительную роль в физических процессах играет вязкая и омическая диссипация, она существенна в исключительных ситуациях, например в токовых слоях. При изучении волновых явлений в высокотемпературной плазме солнечной короны обычно рассматривают такие эффекты, как теплопроводность и радиационные потери [1–3]. Волны сжатия наблюдаются повсеместно в нижней короне и рассматриваются как возможный источник ее нагрева [1, 4]. Диссипация волновой энергии сопровождается дисперсией, которая ведет к распаду волнового пакета и образованию квазипериодических колебаний [5–6]. Происхождение дисперсии в природной плазме может быть связано с потерей энергии волны, например, в оптически тонкой высокотемпературной плазме – вследствие ее излучения [7–8]. С этих позиций мы рассматриваем поведение акустических волн в разреженной плазме. Для волн, распространяющихся от основания солнечной короны, характерны периоды в 2–16 мин и скорости в 70–200 км · с<sup>-1</sup> [1, 4]. Температура плазмы оценивается здесь в 1–1.5 МК, а концентрация частиц – в 10<sup>9</sup> см<sup>-3</sup>. Эти значения параметров мы берем в качестве ориентиров в своих расчетах. Нашей задачей является уточнение

роли упомянутых эффектов в затухании и дисперсии акустических волн. Работа направлена на развитие теоретических основ исследований космической плазмы, разработку методов формулирования и решения обратных задач для нахождения параметров плазмы.

### ИЗЛУЧЕНИЕ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ РАЗРЕЖЕННОЙ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ

Для коэффициента теплопроводности высокотемпературной плазмы используем классическое выражение с кулоновским логарифмом  $\Lambda_c = 19.3$  [9]

$$\kappa(T) \approx 2.28 \cdot 10^{-6} T^{5/2} \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}.$$

Далее температура берется в масштабе  $m(T) = 10^6 \text{ К}$ ,  $\tilde{T}$  есть ее безразмерное значение:  $T = m(T)\tilde{T}$ . Аналогично через соответствующие масштабы определяются все остальные безразмерные величины, обозначенные знаком «тильда». Безразмерный коэффициент теплопроводности равен

$$\tilde{\kappa}(\tilde{T}) = 2.16 \tilde{T}^{5/2} \quad (1)$$

с масштабом  $m(\kappa) = 10^9 \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$ . По этой формуле рассчитаны его значения, представленные в табл. 1.

Удельные энергетические потери на излучение разреженной высокотемпературной плазмы определяются выражением  $\rho\Lambda(T)$ , где  $\rho$  есть плотность [3, 4]. Для нахождения функции из-

лучения  $\Lambda(T)$  плазмы солнечной короны имеется код CHIANTI с последней версией 10 [10]. Значения функции излучения приведены в табл. 1 ([www.chiantidatabase.org](http://www.chiantidatabase.org)).

**Таблица 1.** Значения коэффициента теплопроводности, функции излучения и ее производной в безразмерных величинах для ряда значений температуры от 0.5 до 3 МК

| $i$ | $\tilde{T}_i$ | $\tilde{\kappa}(\tilde{T}_i)$ | $\tilde{\Lambda}'(\tilde{T}_i)$ | $\tilde{\Lambda}(\tilde{T}_i)/\tilde{T}_i$ | $(\gamma - 1)\tilde{\Lambda}'(\tilde{T}_i) + \tilde{\Lambda}(\tilde{T}_i)/\tilde{T}_i$ |
|-----|---------------|-------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 0   | 0.5011872     | 0.3841083                     | 1.6944206                       | 3.9338643                                  | 5.0634780                                                                              |
| 1   | 0.5623413     | 0.5122167                     | 0.9185398                       | 3.6493067                                  | 4.2616666                                                                              |
| 2   | 0.6309573     | 0.6830520                     | 0.5562137                       | 3.3221151                                  | 3.6929243                                                                              |
| 3   | 0.7079457     | 0.9108644                     | 0.8366417                       | 3.0359288                                  | 3.5936899                                                                              |
| 4   | 0.7943282     | 1.2146573                     | 0.9091272                       | 2.8058128                                  | 3.4118976                                                                              |
| 5   | 0.8912509     | 1.6197715                     | 0.4869861                       | 2.5799847                                  | 2.9046421                                                                              |
| 6   | 1.0000000     | 2.1600000                     | -0.1518774                      | 2.3168278                                  | 2.2155762                                                                              |
| 7   | 1.1220185     | 2.8804063                     | -0.5436842                      | 2.0220692                                  | 1.6596131                                                                              |
| 8   | 1.2589254     | 3.8410835                     | -0.6187563                      | 1.7379498                                  | 1.3254456                                                                              |
| 9   | 1.4125375     | 5.1221672                     | -0.7373520                      | 1.4769723                                  | 0.9854043                                                                              |
| 10  | 1.5848932     | 6.8305197                     | -1.0297757                      | 1.2211791                                  | 0.5346619                                                                              |
| 11  | 1.7782794     | 9.1086445                     | -1.3967444                      | 0.9561163                                  | 0.0249533                                                                              |
| 12  | 1.9952623     | 12.146573                     | -1.5824227                      | 0.6864101                                  | -0.3685384                                                                             |
| 13  | 2.2387211     | 16.197715                     | -1.3081071                      | 0.4500393                                  | -0.4220322                                                                             |
| 14  | 2.5118864     | 21.600000                     | -0.7839322                      | 0.2885310                                  | -0.2340905                                                                             |
| 15  | 2.8183829     | 28.804063                     | -0.4002056                      | 0.1951398                                  | -0.0716638                                                                             |
| 16  | 3.1622777     | 38.410835                     | -0.1912866                      | 0.1431106                                  | 0.0155862                                                                              |
| 17  | 3.5481339     | 51.221672                     | -0.0801279                      | 0.1135040                                  | 0.0600854                                                                              |
| 18  | 3.9810717     | 68.305197                     | -0.0204270                      | 0.0960697                                  | 0.0824517                                                                              |
| 19  | 4.4668359     | 91.086445                     | 0.0110652                       | 0.0853337                                  | 0.0927105                                                                              |
| 20  | 5.0118723     | 121.46573                     | 0.0259607                       | 0.0781900                                  | 0.0954971                                                                              |
| 21  | 5.6234133     | 161.97715                     | 0.0307181                       | 0.0728475                                  | 0.0933263                                                                              |
| 22  | 6.3095734     | 216.00000                     | 0.0281228                       | 0.0681803                                  | 0.0869288                                                                              |
| 23  | 7.0794578     | 288.04063                     | 0.0198320                       | 0.0634087                                  | 0.0766299                                                                              |
| 24  | 7.9432823     | 384.10835                     | 0.0077292                       | 0.0580227                                  | 0.0631755                                                                              |
| 25  | 8.9125094     | 512.21672                     | -0.0061839                      | 0.0517903                                  | 0.0476678                                                                              |
| 26  | 10.000000     | 683.05197                     | -0.0200044                      | 0.0447091                                  | 0.0313728                                                                              |
| 27  | 11.220185     | 910.86445                     | -0.0320510                      | 0.0369820                                  | 0.0156147                                                                              |
| 28  | 12.589254     | 1214.6573                     | -0.0383280                      | 0.0290409                                  | 0.0034890                                                                              |
| 29  | 14.125375     | —                             | —                               | 0.0218213                                  | —                                                                                      |

Ее аналитическое представление получено посредством интерполяции кубическими сплайнами (рис. 1)

$$\tilde{\Lambda}(\tilde{T}) = \tilde{A}_i(\tilde{T} - \tilde{T}_i)^3 + \tilde{B}_i(\tilde{T} - \tilde{T}_i)^2 + \tilde{C}_i(\tilde{T} - \tilde{T}_i) + \tilde{D}_i, \quad (2)$$

$$\tilde{T}_i < \tilde{T} < \tilde{T}_{i+1}, \quad i = 0, \dots, 15.$$

Функция  $\tilde{\Lambda}$  и коэффициенты  $\tilde{D}_i$  даны в масштабе  $m(\Lambda) = 10^{26} \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-2} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ , другие коэффициенты – масштабах  $m(A_i) = 10^8 \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-2} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{К}^{-3}$ ,  $m(B_i) = 10^{14} \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-2} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{К}^{-2}$ ,  $m(C_i) = 10^{20} \text{ эрг} \cdot \text{г}^{-2} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ . Коэффициенты приведены в табл. 2, где под  $\tilde{\Lambda}'$  понимается производная  $\tilde{\Lambda}$  по  $\tilde{T}$ .

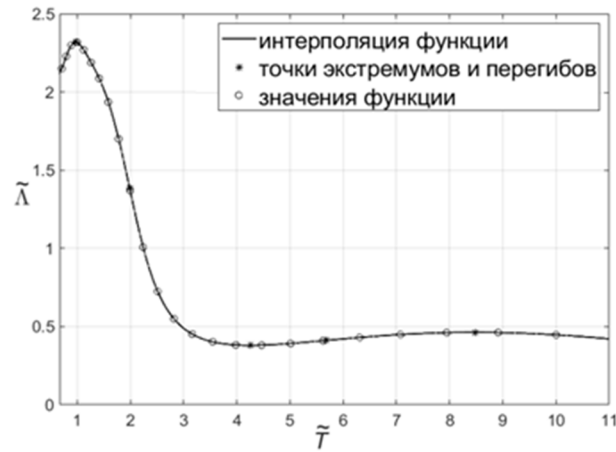


Рис. 1. Функция излучения, заданная по точкам, и ее интерполяция

**Таблица 2.** Значения безразмерных коэффициентов интерполяционных полиномов

| $i$ | $\tilde{A}_i$ | $\tilde{B}_i$ | $\tilde{C}_i$ | $\tilde{D}_i$ |
|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 0   | -5.7435271    | -5.8167934    | 1.6944206     | 1.9716026     |
| 1   | 41.100896     | -6.8705139    | 0.9185399     | 2.0521560     |
| 2   | 2.0021047     | 1.5900257     | 0.5562138     | 2.0961129     |
| 3   | -12.601951    | 2.0524425     | 0.8366417     | 2.1492730     |
| 4   | -6.6334681    | -1.2133198    | 0.9091272     | 2.2287364     |
| 5   | 1.2554399     | -3.1421208    | 0.4869861     | 2.2994138     |
| 6   | 6.1576166     | -2.7325371    | -0.1518774    | 2.3168278     |
| 7   | 0.9950140     | -0.4785085    | -0.5436842    | 2.2687990     |
| 8   | -1.3722335    | -0.0698355    | -0.6187563    | 2.1879492     |
| 9   | -0.5651278    | -0.7022106    | -0.7373520    | 2.0862789     |
| 10  | 0.1572747     | -0.9944195    | -1.0297758    | 1.9354384     |
| 11  | 1.4603648     | -0.9031752    | -1.3967444    | 1.7002419     |
| 12  | 1.4127626     | 0.0474473     | -1.5824227    | 1.3695682     |
| 13  | -0.2924959    | 1.0792959     | -1.3081071    | 1.0075124     |
| 14  | -0.4646233    | 0.8395968     | -0.7839323    | 0.7247572     |
| 15  | -0.2105807    | 0.4123806     | -0.4002056    | 0.5499789     |
| 16  | -0.0882646    | 0.1951278     | -0.1912866    | 0.4525556     |
| 17  | -0.0369673    | 0.0929554     | -0.0801279    | 0.4027274     |
| 18  | -0.0171918    | 0.0449418     | -0.0204270    | 0.3824603     |
| 19  | -0.0076125    | 0.0198883     | 0.0110652     | 0.3811718     |
| 20  | -0.0038714    | 0.0074410     | 0.0259607     | 0.3918783     |
| 21  | -0.0021663    | 0.0003385     | 0.0307181     | 0.4096517     |
| 22  | -0.0010942    | -0.0041209    | 0.0281228     | 0.4301887     |
| 23  | -0.0002758    | -0.0066481    | 0.0198320     | 0.4488982     |
| 24  | 0.0001275     | -0.0073627    | 0.0077292     | 0.4608911     |
| 25  | 0.0003910     | -0.0069921    | -0.0061839    | 0.4615819     |
| 26  | 0.0004262     | -0.0057165    | -0.0200044    | 0.4470908     |
| 27  | 0.0009076     | -0.0041563    | -0.0320510    | 0.4149451     |
| 28  | 0.0006945     | -0.0004285    | -0.0383280    | 0.3656036     |

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Невозмущенная плазма имеет однородные плотность  $\rho_0$  и температуру  $T_0$ ,  $C_s = \sqrt{\gamma R T_0 / M}$  – звуковая скорость. Она рассматривается как идеальный газ с показателем адиабаты  $\gamma = 5/3$  и молярной массой  $M$ , в рассматриваемом примере высокоионизованной водородной плазмы с гелиевой добавкой  $M = 0,62 m_p N_A \approx 0,62 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1}$ . Исходные уравнения записываем через плотность и температуру, считая их базовыми термодинамическими параметрами,

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} &= -\frac{R}{M} \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + (\gamma - 1) T \frac{\partial v_x}{\partial x} &= \\ = -\frac{(\gamma - 1) M}{R \rho} \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \\ - \frac{(\gamma - 1) M}{R} [\rho \Lambda(T) - H]. \end{aligned}$$

Эффект нагрева/радиационных потерь определяется выражением  $\rho \Lambda(T) - H$ , содержащим функцию нагрева  $H$ . Конкретные источники нагрева плазмы в условиях короны звезд трудно установить, поэтому при изучении волновых процессов считаем величину  $H$  постоянной [11], определяемой из условия теплового баланса в равновесном состоянии:  $\rho_0 \Lambda(T_0) - H = 0$ . Подобный подход оправдан, если процессы нагрева имеют большие временные и пространственные масштабы.

После линеаризации исходных уравнений относительно малых возмущений рассмотрим последние в виде монохроматических волн  $\sim \exp(kx - \omega t)$ . Для частоты и волнового числа введем безразмерные значения  $\tilde{\omega}$ ,  $\tilde{k}$  и соответствующие масштабы  $m(\omega) = 0.1 \text{ с}^{-1}$ ,  $m(k) = 10^{-8} \text{ см}^{-1}$ . При этом периоды колебаний будут иметь масштаб около одной минуты, что соответствует данным наблюдений. Величина  $m(\omega)/m(k) = m(C_s) = 10^7 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$  будет рассматриваться как масштаб звуковой скорости, характерный для высокотемпературной плазмы. Дисперсионное соотношение в безразмерных величинах имеет следующий вид:

$$\tilde{\omega}^3 + iA\tilde{\omega}^2 - \tilde{\omega}\tilde{C}_s^2\tilde{k}^2 + iB = 0, \quad (3)$$

$$A = A_1\tilde{k}^2 + A_2,$$

$$B = [-(A_1\tilde{k}^2 + A_2) + A_3] \tilde{C}_s^2\tilde{k}^2/\gamma,$$

где коэффициенты  $A_1, A_2$  и  $A_3$  определяются выражениями

$$S = (\gamma - 1)Mm(\rho)/(Rm(\omega)),$$

$$\begin{aligned} A_1 &= Sm(\kappa)m(k)^2\tilde{\kappa}(\tilde{T}_0)/((m(\rho))^2\tilde{\rho}_0) \approx \\ &\approx 5.01\tilde{\kappa}(\tilde{T}_0)/\tilde{\rho}_0, \end{aligned}$$

$$A_2 = Sm(\Lambda)\tilde{\rho}_0\tilde{\Lambda}'(\tilde{T}_0)/m(T) \approx 0.005\tilde{\rho}_0\tilde{\Lambda}'(\tilde{T}_0),$$

$$\begin{aligned} A_3 &= Sm(\Lambda)\tilde{\rho}_0\tilde{\Lambda}(\tilde{T}_0)/(m(T)\tilde{T}_0) \approx \\ &\approx 0.005\tilde{\rho}_0\tilde{\Lambda}(\tilde{T}_0)/\tilde{T}_0. \end{aligned}$$

При выборе масштаба плотности  $m(\rho) = 10^{-15} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$  ориентируемся на значение концентрации частиц  $m(n) = 10^9 \text{ см}^{-3}$ , характерное для нижней части солнечной короны. Соотношение между безразмерными величинами плотности и концентрации:  $\tilde{\rho} = 1.037 \tilde{n}$ . Параметр  $A_1 \geq 0$  определяет влияние теплопроводности,  $A_2$  и  $A_3 \geq 0$  – нагрева/радиационных потерь. В пределе  $\tilde{k} \rightarrow \infty$  асимптотическое поведение частоты есть

$$\tilde{\omega} \approx V_\infty \tilde{k} - i\delta_\infty,$$

$$V_\infty = \tilde{C}_s/\sqrt{\gamma}, \delta_\infty = (\gamma - 1)\tilde{C}_s^2/(2\gamma A_1), \quad (4)$$

где  $V_\infty$  есть предел фазовой скорости,  $\delta_\infty$  – предел коэффициента затухания. В отсутствие теплопроводности аналогично можно найти асимптотику частоты, обусловленную действием нагрева/радиационных потерь:

$$V_\infty = \tilde{C}_s, \delta_\infty = ((\gamma - 1)A_2 + A_3)/2\gamma. \quad (5)$$

Дисперсия локализована в области конечных волновых чисел. Асимптотическое значение коэффициента затухания уменьшается с увеличением  $A_1$ . Конкретные распределения будут получены из численных решений уравнения (3), рассматриваемых в следующем разделе.

 НЕУСТОЙЧИВОСТЬ  
И ЗАТУХАНИЕ ВОЛН

Выражение (5) допускает отрицательные значения коэффициента затухания. Это возможно в интервале убывания функции излучения. Появление неустойчивости определяется величиной волнового числа из условия

$$(\gamma - 1)(A_1\tilde{k}^2 + A_2) + A_3 < 0.$$

Оно соответствует известному условию неустойчивости [12]. Поскольку  $(\gamma - 1)A_2 + A_3 \sim (\gamma - 1)\tilde{\Lambda}'(\tilde{T}_i) + \tilde{\Lambda}(\tilde{T}_i)/\tilde{T}_i$ , из табл. 1 можно определить температуры, при которых она возможна в рассматриваемом нами примере,

они лежат в небольшом интервале  $\tilde{T}_0 = 2 - 2,8$  МК. Здесь мы рассматриваем примеры с температурой  $\tilde{T}_0 = 1$ . В отличие от температуры, концентрация частиц поддается нахождению труднее, и рассматриваемые значения обычно имеют оценочный характер. Это вносит неопределенность в результаты исследований и часто ведет к неадекватным выводам. Нашей задачей является уточнение ролей теплопроводности и нагрева/радиационных потерь в затухании волны. Традиционно считается, что

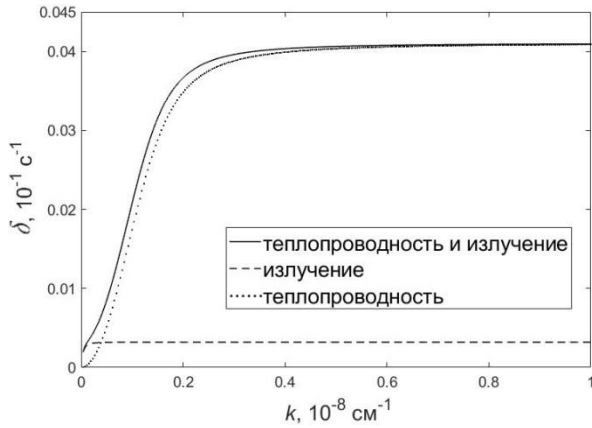


Рис. 2. Коэффициент затухания при  $\tilde{n}_0 = 1$

Эффект нагрева/радиационных потерь может конкурировать только в области малых волновых чисел. Граничное волновое число, разделяющее области влияния одного и другого эффекта, равно  $\tilde{k}_s \approx 0,04$  в случае  $\tilde{\rho}_0 = 1$  и  $\tilde{k}_s \approx 0,2$  в случае  $\tilde{\rho}_0 = 5$ . Соответствующие длины волны равны  $\lambda \approx 1,5 \cdot 10^{10}$  см,  $\lambda \approx 3,0 \cdot 10^9$  см или 150 тыс. км и 30 тыс. км, периоды равны около 600 и 200 с. Они близки к наблюдаемым значениям, что позволяет нам применить теоретическую модель к описанию наблюдаемых событий и оценивать плотность плазмы по параметрам наблюдаемых колебаний.

## ДИСПЕРСИЯ ВОЛН

Дисперсия, обусловленная нагревом / радиационными потерями, эффективна только в небольшой области малых волновых чисел  $\tilde{k}$  [2], причем эта область расширяется с увеличением  $\tilde{n}_0$ . Для больших  $\tilde{k}$  дисперсия обусловлена теплопроводностью, это можно увидеть из рис. 4 и 5.

Рассматриваемые случаи различаются спектральной локализацией дисперсии: для  $\tilde{n}_0 = 1$  она заметна только в интервалах  $0 < \tilde{k} < 0,4$  и  $0 < \tilde{\omega} < 0,6$ , для  $\tilde{n}_0 = 5$  она выходит в области

причиной затухания волн в нижней части солнечной короны является теплопроводность [1]. Рассматриваемые примеры должны выявить связь этих событий с локальными свойствами самой плазмы. Расчеты производим при помощи пакета Maple 18, сравниваем два примера с температурой  $\tilde{T}_0 = 1$  и плотностями  $\tilde{\rho}_0 = 1$ ,  $\tilde{\rho}_0 = 5$ . Рис. 2 и 3 показывают доминирующую роль теплопроводности в затухании для больших волновых чисел.

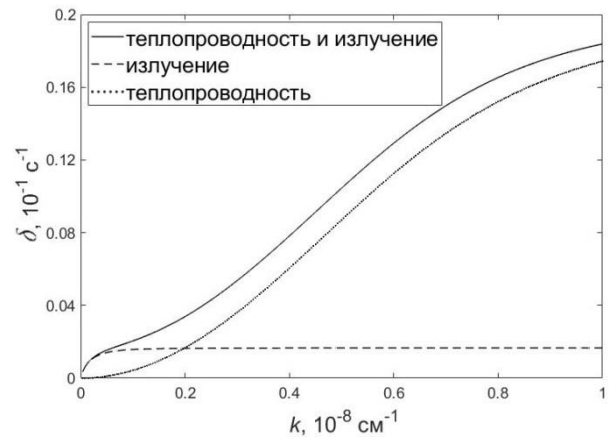


Рис. 3. Коэффициент затухания при  $\tilde{n}_0 = 5$

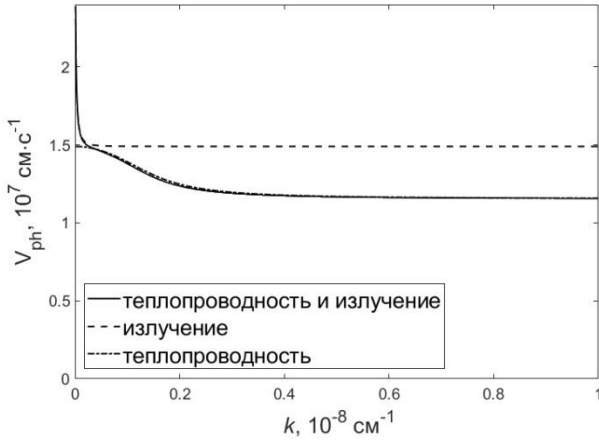
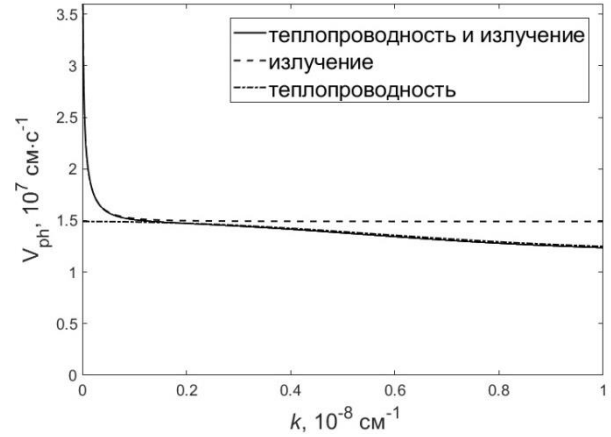
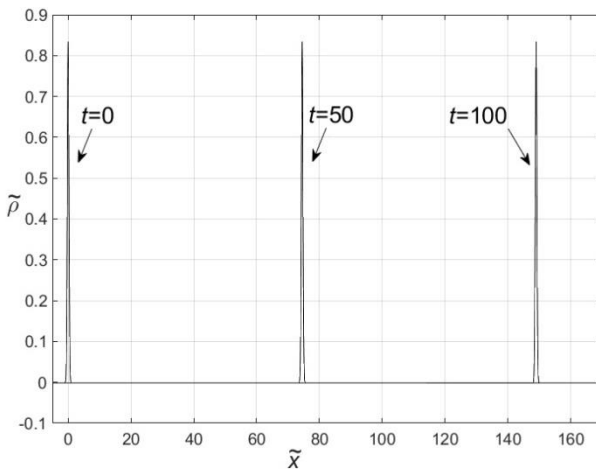
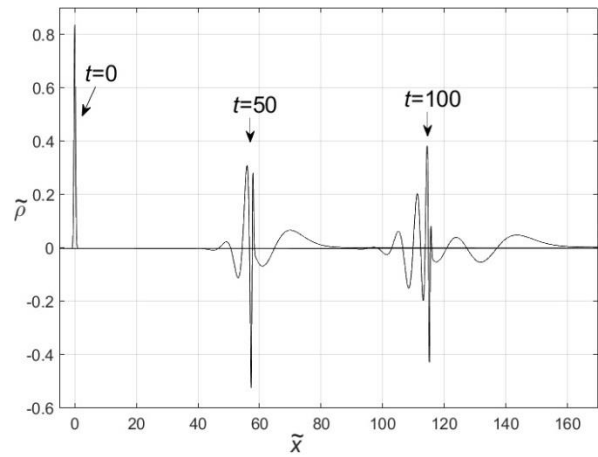
$\tilde{k} > 1$  и  $\tilde{\omega} > 1,2$ . Моделирование волнового пакета производим, рассматривая локализованный начальный импульс гауссовой формы

$$\tilde{\rho}(\tilde{x}, 0) = \frac{1}{6} \int_0^{25} e^{-\tilde{k}^2/32} \cos(\tilde{k}\tilde{x}) d\tilde{k}.$$

В данном случае  $\tilde{\rho}(\tilde{x}, 0)$  есть ненормированное распределение, представляющее относительную величину возмущения. Безразмерная пространственная переменная  $\tilde{x}$  определяется из соотношения масштабов  $m(k)m(x) = 1$  или  $m(x) = 10^8$  см. Степень локализации импульса в данном примере — высокая, его пространственная протяженность составляет  $\Delta x \approx m(x)$  или  $\Delta \tilde{x} \approx 1$ . При  $\tilde{t} > 0$  поведение волнового пакета определяется косинус-интегралом Фурье

$$\tilde{\rho}(\tilde{x}, \tilde{t}) = \frac{1}{6} \int_0^{25} e^{-\tilde{k}^2/32} \cos(\tilde{k}\tilde{x} - \tilde{\omega}\tilde{t}) d\tilde{k}.$$

Безразмерное время  $\tilde{t}$  определяется из соотношения  $m(\omega)m(t) = 1$  или  $m(t) = 10$  с. В интеграле учитывается зависимость  $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}(\tilde{k})$ , полученная численным решением дисперсионного соотношения (3). Функция  $\tilde{\omega}(\tilde{k})$  определена массивом значений, поэтому интеграл фактически вычисляется в виде суммы.


 Рис. 4. Фазовая скорость при  $\tilde{n}_0 = 1$ 

 Рис. 5. Фазовая скорость при  $\tilde{n}_0 = 5$ 

 Рис. 6. Волновой пакет при  $\tilde{n}_0 = 1$ 

 Рис. 7. Волновой пакет при  $\tilde{n}_0 = 5$ 

На рис. 6 и 7 показано поведение волнового пакета, во втором случае имеется разложение начального импульса на отдельные составляющие с различными длинами волны. Наблюдение подобных возмущений в практике показывает наличие квазипериодических осцилляций интенсивности излучения плазмы, вызванных изменением плотности [7–8]. Знание периодов может дать информацию о реальной зависимости  $\tilde{\omega}(\tilde{k})$  и физических параметрах плазмы. В случае  $\tilde{n}_0 = 1$  первоначальный импульс в течение первых 1000 с (17 мин) распространяется практически без изменения формы. Скорость его распространения близка к звуковой скорости  $\tilde{C}_s = 1.49$ . Дисперсия обусловлена, главным образом, действием теплопроводности. Из сравнения рис. 6 и 7 можно также сделать вывод, что дисперсия более значительна в случае плотной плазмы. На первый взгляд, он противоречит высказанному ранее замечанию, что эффект теплопроводности ослабевает с увеличением плотности.

Для разрешения данного противоречия обратимся к распределениям фазовой скорости (см. рис. 3 и 5). Из асимптотики частоты (4) следует, что предельное при  $\tilde{k} \rightarrow \infty$  значение фазовой скорости не зависит от величины коэффициента  $A_1 \sim \tilde{k}(\tilde{T}_0)/\tilde{\rho}_0$ . Фазовая скорость волны под действием теплопроводности меняется в определенных пределах от  $\tilde{C}_s$  при  $\tilde{k} = 0$  до  $\tilde{C}_s/\sqrt{\gamma}$  при  $\tilde{k} \rightarrow \infty$ . Область волновых чисел, в которой она меняется, при больших  $A_1$  локализована вблизи нуля. С увеличением плотности коэффициент  $A_1$ , определяющий действие теплопроводности, действительно уменьшается, но при этом расширяется область изменения фазовой скорости, как видно из рис. 4 и 5. Область дисперсии затрагивает большие значения волнового числа  $\tilde{k}$ . Это приводит к расплыванию узкого локализованного импульса, поскольку ширина его фурье-образа в пространстве волновых чисел велика.

## ВЫВОДЫ

В частном примере разреженной высокотемпературной плазмы солнечной короны дисперсия акустической волны, вызванная действием процессов нагрева/радиационных потерь, мала в сравнении с дисперсией из-за обычной спитцеровской теплопроводности [9]. В реальности она будет малозаметна на фоне гораздо более сильной дисперсии, вызванной теплопроводностью. Речь идет о продольных волнах или волнах сжатия, генерируемых локальными импульсными источниками. Существование таких волн в нижней части солнечной короны подтверждается многочисленными наблюдениями [1, 4], их наиболее вероятным источником принято считать конвективные толчки в нижней атмосфере. Расплывание локализованного импульса или его распад на отдельные периодические составляющие ведет к образованию наблюдаемых квазипериодических осцилляций [7–8]. Нашими расчетами показано, что этот процесс обусловлен, главным образом, действием теплопроводности. Изучение спектра квазипериодических колебаний, генерируемых в результате дисперсии, позволит получать сведения о свойствах плазмы, используя зависимость  $\tilde{\omega}(\tilde{k})$ , которую можно установить с помощью фурье-разложения. Таким образом, можно формулировать обратную задачу, которая будет предметом нашего последующего исследования.

Для линейного анализа звуковых волн необходимо аналитическое представление физических характеристик, в данном случае для функции излучения оптически тонкой высокотемпературной плазмы солнечной короны по расчет-

ным значениям построена интерполяция кубическими сплайнами, дающая хорошее приближение. Результаты свидетельствуют о том, что и теплопроводность, и нагрев / радиационные потери могут играть важную роль в затухании звуковых волн. Конкретно, излучение может оказывать решающее влияние на затухание длинноволновых возмущений плотности. Проведенные расчеты позволяют установить числовые характеристики границы раздела влияния рассматриваемых физических эффектов. Можно утверждать, что прояснена ситуация с применением различных механизмов в описании конкретных событий. Представленная модель линейных колебаний с использованием адекватным аналитическим выражением функции излучения позволяет производить не только расчет длин волн и периодов для заданных параметров равновесной плазмы, но и, наоборот, по длинам волн и периодам рассчитывать параметры плазмы. В солнечной физике она формулируется как основная задача корональной сейсмологии. Нахождение температуры и плотности корональной плазмы важно с практической точки зрения для предсказания активных явлений, оказывающих прямое воздействие на околоземное космическое пространство.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках госзадания Минобрнауки РФ (№ 075-03-2022-119/1 «Разработка новых наблюдательных и теоретических подходов в прогнозе космической погоды по данным наземных наблюдений»).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. De Moortel I. Longitudinal waves in coronal loops // *Space Sci. Rev.* 2009. V. 149. P. 65.
2. Nakariakov V.M., Afanasyev A.N., Kumar S., Moon, Y.-J. Effect of local thermal equilibrium misbalance on long-wavelength slow magnetoacoustic waves // *Astrophys. J.* 2017. V. 849. P. 62.
3. Kolotkov D.Y., Nakariakov V.M., Zavershinskii D.I. Damping of slow magnetoacoustic oscillations by the misbalance between heating and cooling processes in the solar corona // *Astron. Astrophys.* 2019. V. 628. P. A133.
4. Wang T.J. Waves in solar coronal loops / Low-frequency waves in space plasmas. Ed. by Andreas Keiling, Dong-Hun Lee, Valery Nakariakov // *Geophys. Monograph Series.* 2016. V. 216. Wiley. P. 395.

5. Гинзбург В.Л. Об общей связи между поглощением и дисперсией звуковых волн // *Акуст. журн.* 1955. Т. 1. Вып. 1. С. 31.
6. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 624 с.
7. Zavershinskii D.I., Kolotkov D.Y., Nakariakov V.M., Molevich N.E., Ryashchikov D.S. Formation of quasi-periodic slow magnetoacoustic wave trains by the heating/cooling misbalance // *Phys. Plasmas.* 2019. V. 26. P. 082113.
8. Belov S.A., Molevich N.E., Zavershinskii D.L. Dispersion of slow magnetoacoustic waves in the active region fan loops introduced by thermal misbalance // *Solar Phys.* 2021. V. 296. P. 122.
9. Снитцер Л. Физика полностью ионизованного газа. М.: Мир, 1965. 212 с.
10. Del Zanna G., Dere K.P., Young P.R., Landi E. CHIANTI – An atomic database for emission lines. XVI.

Version 10, further extensions // *Astrophys. J.* 2021. V. 909. P. 38.

11. *Mikhalyaev B.B., Veselovskii I.S., Khongorova O.V.* Radiation effects on the MHD wave behavior in

the solar corona // *Solar System Res.* 2013. V. 47. № 1. P. 50.

12. *Field G.B.* Thermal instability // *Astrophys. J.* 1965. V. 142. P. 531.

---

**Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2022, vol. 11, no. 4, pp. 288–295**

---

## ACOUSTIC WAVES IN A RAREFIED HIGH TEMPERATURE PLASMA

***D.B. Bembitov\*, S.B. Derteev, N.K. Shvidov, B.B. Mikhalyaev***

*Kalmyk State University named after B.B. Gorodovikov, Elista, 358000, Russia*

*\*e-mail: dbembitov@gmail.com*

Received October 31, 2022; revised November 7, 2022; accepted November 8, 2022

The behavior of acoustic waves in a rarefied high-temperature plasma is studied, as an example of which the plasma of the solar corona is considered. The effects of thermal conductivity and heating/radiation losses are taken into account, and data on the temperature distribution of radiation intensity are used. An analytical representation in the form of interpolation by cubic splines is constructed for the radiation function. In the gas dynamics approximation, the dispersion relation for acoustic waves is obtained, from which the frequency, phase velocity and damping coefficient are found. In general, the superiority in dispersion and in damping of the thermal conductivity effect is shown. Heating and radiation losses manifest themselves at large wavelengths.

**Keywords:** plasma, thermal conductivity and radiation of the plasma, acoustic waves, dispersion and damping of waves, quasi-periodic oscillations.

## REFERENCES

1. *De Moortel I.* Longitudinal waves in coronal loops. *Space Sci. Rev.* 2009. V. 149. P. 65.

2. *Nakariakov V.M., Afanasyev A.N., Kumar S., Moon, Y.-J.* Effect of local thermal equilibrium misbalance on long-wavelength slow magnetoacoustic waves. *Astrophys. J.* 2017. V. 849. P. 62.

3. *Kolotkov D.Y., Nakariakov V.M., Zavershinskii D.I.* Damping of slow magnetoacoustic oscillations by the misbalance between heating and cooling processes in the solar corona // *Astron. Astrophys.* 2019. V. 628. P. A133.

4. *Wang T.J.* Waves in solar coronal loops / Low-frequency waves in space plasmas. Ed. by Andreas Keiling, Dong-Hun Lee, Valery Nakariakov. *Geophys. Monograph Series.* 2016. V. 216. Wiley. P. 395.

5. *Ginzburg V.L.* Ob obshchej svyazi mezhdru pogloshcheniem i dispersiej zvukovyh voln [On the General Relationship Between Absorption and Dispersion of Sound Waves]. *Akust. zhurn.* 1955. V. 1. № 1. P. 31.

6. *Uizem Dzh.* Linejnye i nelinejnye volny [Linear and non-linear waves]. Moscow, Mir Publ. 1977. 624 p.

7. *Zavershinskii D.I., Kolotkov D.Y., Nakariakov V.M., Molevich N.E., Ryashchikov D.S.* Formation of quasi-periodic slow magnetoacoustic wave trains by the heating/cooling misbalance. *Phys. Plasmas.* 2019. V. 26. P. 082113.

8. *Belov S.A., Molevich N.E., Zavershinskii D.L.* Dispersion of slow magnetoacoustic waves in the active region fan loops introduced by thermal misbalance. *Solar Phys.* 2021. V. 296. P. 122.

9. *Spitzer L.* Fizika polnost'yu ionizovannogo gaza [Physics of a fully ionized gas]. Moscow, Mir Publ. 1965. 212 p.

10. *Del Zanna G., Dere K.P., Young P.R., Landi E.* CHIANTI – An atomic database for emission lines. XVI. Version 10, further extensions. *Astrophys. J.* 2021. V. 909. P. 38.

11. *Mikhalyaev B.B., Veselovskii I.S., Khongorova O.V.* Radiation effects on the MHD wave behavior in the solar corona. *Solar System Res.* 2013. V. 47. № 1. P. 50.

12. *Field G.B.* Thermal instability. *Astrophys. J.* 1965. V. 142. P. 531.