

УДК 539.412, 539.1.09

ВЫБОР АДЕКВАТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЛОСКОСТНОГО КАНАЛИРОВАНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ

Н.П. Калашников^{1,*}, А.С. Ольчак^{1,**}

¹Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,
Москва, 115409, Россия

*e-mail: kalash@mephi.ru

**e-mail: asolchak@mephi.ru

Поступила в редакцию: 05.12.2023

После доработки: 07.12.2023

Принята к публикации: 26.12.2023

В работе рассматривается плоскостное канализование релятивистских частиц в сопутствующей системе отсчета (ССО), движущейся со скоростью, равной продольной компоненте скорости канализированной частицы. В ССО движение частицы при плоскостном канализировании будет одномерным, причем для электронов и позитронов с энергиями до нескольких ГэВ оно будет нерелятивистским, как в атоме водорода. Показано, что основные характеристики квантовых состояний поперечного движения частиц при плоскостном канализировании слабо чувствительны к функциональной зависимости параметров усредненного потенциала от поперечных координат. Для определения основных характеристик такого движения предлагается использовать приближенные методы квантования Бора–Зоммерфельда, позволяющие сделать такой расчет аналитически. Приближенный метод расчета квантовых состояний можно расширить и применить для рассмотрения поперечного движения, выходящего за рамки нерелятивистского приближения даже в сопутствующей системе отсчета. Найдены распределения допустимых состояний поперечного финитного движения по энергиям для нескольких вариантов модельных потенциалов. Показано, что, несмотря на разницу в структуре энергетических уровней, средние расстояния между энергетическими уровнями практически нечувствительны к выбору модельного потенциала. Найдены энергии уровней поперечного движения для случая, когда нерелятивистское приближение не применимо даже в сопутствующей системе отсчета.

Ключевые слова: когерентное взаимодействие, канализование, монокристалл, сопутствующая система отсчета, электромагнитное излучение, квантовая механика, гамма-излучение.

DOI: 10.26583/vestnik.2024.311

EDN CODOPS

ВВЕДЕНИЕ

Исследования явления канализирования быстрых заряженных частиц при движении вдоль плотноупакованных атомных (ионных) плоскостей в монокристаллах, как теоретические, так и экспериментальные, ведутся уже более полу века и интерес к этому явлению не ослабевает. Суть явления канализирования заключается в том, что, двигаясь вдоль плотноупакованной плоскости атомов, быстрая частица воспринимает плотность электрических зарядов, составляющих эту плоскость, усредненно («размазано» вдоль направления быстрого движения). Размазанный непрерывно вдоль плоскости заряд создает непрерывный, гладкий усредненный потенциал, зависящий только от расстояния до середины атомной плоскости. Такой усредненный потенциал образует потенциальный канал, в котором поперечное движение заря-

женной частицы может оказаться финитным (замкнутым в пределах канала), а квантовый спектр разрешенных энергетических состояний поперечного движения может быть дискретным.

Впервые идея возможности такого рода поперечно-финитного движения – канализирования быстрых заряженных частиц (протонов, электронов, ионов) в кристалле была высказана в пионерской работе Й. Линдхарда [1], который показал, что связанные состояния поперечного движения в усредненном потенциале атомных плоскостей могут реализоваться, если углы влета частиц в кристаллические каналы не превышают так называемого критического угла канализирования (угол Линдхарда):

$$\theta_L = (2U_0/E)^{1/2}, \quad (1)$$

где E – релятивистская энергия частицы; U_0 – эффективная глубина потенциального канала,

ВЫБОР АДЕКВАТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЛОСКОСТНОГО КАНАЛИРОВАНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ

по порядку величины составляющая несколько десятков электрон-вольт для большинства кристаллов и кристаллографических направлений.

Вскоре после публикации [1] эффект канализации был успешно обнаружен экспериментально, наблюдались и сопутствующие радиационные эффекты [2–4]. В последующие годы для описания как самого явления канализации, так и разнообразных сопутствующих ему эффектов (радиационных, магнитных и др.) теоретики опробовали все возможные подходы: классический, квантовый, квазиклассический, нерелятивистский, ультрарелятивистский и др.). Уже в 1980-е гг. было опубликовано несколько обзорных статей [5–15], обобщавших результаты первых десятилетий исследования эффекта. Исследования не прекращались и в последующие годы. Явление канализации оказалось очень многообразным и богатым на существенно разные частные случаи и сопряженные эффекты. Особый интерес исследователей всегда привлекало канализование легких частиц (электронов, позитронов) с высокими релятивистскими энергиями, для которых характерны выражено квантовый (дискретный) характер спектра состояний поперечного движения и высокая интенсивность жесткого электромагнитного излучения в рентгеновском и гамма-диапазонах, возникающего при переходах между этими состояниями поперечного движения.

Несмотря на многолетние теоретические исследования, многие аспекты возникающих при канализации радиационных и других сопутствующих эффектов остаются до сих пор не ясны. В частности, математические сложности до сих пор не позволяли вполне разобраться с описанием движения и сопутствующего излучения гамма-квантов электронами сверхвысоких энергий (выше десяти ГэВ), когда поперечное движение электрона в канале становится релятивистским, а высокие частоты излучаемых квантов не позволяют применить к его описанию дипольное приближение. Схожая проблема – трудности при расчете характеристик состояний движения электронов в канале. В теоретических работах преобладают непрозрачные численные расчеты, не позволяющие выявить общие закономерности.

В недавней серии работ [16–18] авторы нашли подход, позволяющий уловить основные особенности и закономерности канализированного движения и сопутствующих эффектов, не прибегая к численному счету. Подход подразумевает сочетание взаимодополняющих прибли-

жений, и, прежде всего, рассмотрение поперечного движения релятивистских канализированных частиц в так называемой *сопутствующей системе отсчета* (ССО), движущейся со скоростью, равной продольной компоненте скорости канализированной частицы. В ССО движение частицы при плоскостном канализировании будет одномерным, причем для электронов и позитронов с энергиями до нескольких ГэВ оно будет нерелятивистским, как в атоме водорода. В ССО, по сути, электрон в канале – это тот же атом водорода, но:

- с пониженной размерностью (одномерный);
- с возможностью варьировать форму и глубину потенциала, подбирая по-разному ориентированные каналы в разных по составу кристаллах;
- с возможностью в широких пределах варьировать энергию электрона

E (в ССО играющую роль его релятивистской массы), определяющую число и значения энергий допустимых состояний поперечного движения.

Уникальность эффекта канализации состоит еще и в том, что классический и квантовый, нерелятивистский и релятивистский подходы при теоретическом анализе *взаимно дополняют* друг друга. Их можно и нужно применять согласованно и совместно. Важно, что получать проверяемые количественные результаты удается аналитически, оставаясь в пределах точности возможных измерений. Важно и то, что на канализированных частицах можно наблюдать все богатство эффектов традиционной атомной физики (дискретный спектр энергетических состояний, излучение при переходах между состояниями, разновероятное (прямое, инверсное) заселение состояний, магнитные эффекты и т.д.), но при релятивистских энергиях и с возможностью в широком диапазоне варьировать параметры исследуемых квазиатомных систем.

В настоящей работе авторы рассматривают именно финитное движение с дискретным спектром энергий электронов и/или позитронов в плоскостном канале, делая упор на до сих пор мало исследованном случае особенно больших энергий, при которых поперечное движение электрона в канале перестает быть нерелятивистским.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА УСРЕДНЕННОГО ПОТЕНЦИАЛА ПРИ ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛИРОВАНИИ И КВАНТОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИЖЕНИЯ В СОПУТСТВУЮЩЕЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Расчет потенциала ионной плоскости можно выполнить, усреднив объемную зарядовую плотность $\rho(|\vec{r}|)$ составляющих ее атомов (ионов)

$$\langle \rho(x) \rangle = \int dz \int dy \rho(|\vec{r}|) / S, \quad (2)$$

где S – площадь плоскостной кристаллической ячейки, приходящейся на один атом в плотноупакованной кристаллической двумерной плоскости YZ , радиус-вектор \vec{r} отсчитывается от положения ядра атома (иона).

Чтобы найти усредненный потенциал плоскости (точнее – потенциальную энергию $U(x)$ электрона с зарядом e в поле, созданном усредненной зарядовой плотностью (1)), придется решить уравнение Пуассона:

$$\Delta U(x) = -\frac{e \langle \rho(x) \rangle}{\epsilon_0}. \quad (3)$$

В ССО волновые функции $\psi_n(x)$ поперечного движения частицы с релятивистской энергией $E >> mc^2$ в одномерном потенциальном канале $U(x)$ задаются решениями релятивистского уравнения Шредингера

$$(\hbar^2 c^2 / 2E) \Delta \psi_n(x) = (\epsilon_n - U(x)) \psi_n(x), \quad (4)$$

где ϵ_n – собственные значения энергий поперечного движения, соответствующие собственным функциям $\psi_n(x)$ уравнения (3).

Сложность в том, что и посчитать интеграл (2), и решить уравнения (3) и тем более (4), как правило, можно только численно, да и сама за-

рядовая плотность отдельных атомов $\rho(|\vec{r}|)$ считается только численно, и/или задается в той или иной приближенной модели. Если мы хотим уловить общие закономерности и характеристики потенциала и движения электронов в нем, можно взять модельную форму потенциала $U(x)$, похожую по параметрам на численно считаемую, но позволяющую далее работать с ней аналитически.

РАСЧЕТ СОСТОЯНИЙ ПОПЕРЕЧНОГО ДВИЖЕНИЯ В ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛЕ ДЛЯ МОДЕЛЬНОГО ПОТЕНЦИАЛА КРОНИГА–ПЕННИ

Простейший модельный потенциал плоскостного канала, с которым можно работать аналитически, это т.н. потенциал Кронига–Пенни, в котором плоскостные каналы аппроксимируются прямоугольными потенциальными ямами:

$$U(x) = \tilde{U}(x) = \begin{cases} U_0, na - R \leq x \leq na + R; \\ 0, na + R < x < (n+1)a + R, \end{cases} \quad (5)$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; U_0 – глубина усредненного потенциала в лабораторной системе.

Этот потенциал, сохраняя важные черты усредненного потенциала кристаллографических плоскостей, допускает простое аналитическое решение уравнения (4) в случае, когда вероятность подбарьерного прохождения частиц пренебрежимо мала, и позволяет правильно уловить основные закономерности движения частиц при плоскостном каналировании.

Собственные волновые функции поперечно-го движения для потенциала (4) имеют вид:

$$u_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a-2R}} \begin{cases} \sin \gamma_n \exp(-\alpha_n R) [\exp(\alpha_n x) + (-1)^{n+1} \exp(-\alpha_n x) [\exp(-ika)], |x| \leq R; \\ \exp(-ika) \sin \{p_n(x + a - R) + \gamma_n\}, -a + R \leq x < -R. \end{cases} \quad (6)$$

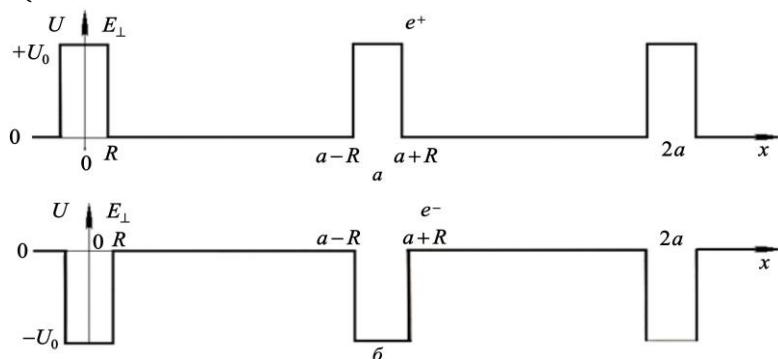


Рис. 1. Потенциал Кронига–Пенни для плоскостного каналирования положительно (а) и отрицательно (б) заряженных частиц. Здесь a – межплоскостное расстояние, $R \ll a$ – характерный радиус атомов в осте кристаллической решетки

В выражении для u_n (6) параметры α_n и γ_n определяются соотношениями

$$\begin{aligned}\alpha_n &= \sqrt{2MU_0 - p_n^2} = p, \\ \sqrt{\theta_{\text{kp}}^2 - \theta_n^2}, \quad \gamma_n &= \arcsin(\theta_n^2/\theta_{\text{kp}}^2),\end{aligned}\quad (7)$$

и условие квантования поперечного импульса $p_n = p\theta_n$ имеет вид

$$p_n(a - 2R) = \pi n - 2\gamma_n \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (8)$$

Волновые функции и условия квантования получены в предположении $a \gg R$, $aR \gg 1$ и падающая частица имеет импульс, почти параллельный кристаллографической плоскости, т.е. $p_n \ll a$. Условие $aR \gg 1$ соответствует экспоненциально малой проницаемости потенциального барьера, описываемого усредненным потенциалом кристаллографической плоскости. Кроме того, условие $aR \gg 1$ в соответствии с u_n обеспечивает экспоненциальную малость вероятности обнаружения канализированной частицы вблизи узлов решетки. Полученные волновые функции $u_n(x)$ являются ортонормированными и их система удовлетворяет условию полноты.

Спектр поперечных энергий для разрешенных состояний поперечного движения с волновыми функциями (5) в потенциале Кронига–Пенни в пренебрежении туннелированием через барьер между соседними каналами задается выражением:

$$\varepsilon_n = (\pi\hbar c(n + 1/2)/b)^2/2E. \quad (9)$$

Здесь ширина канала $b = 2R$ – для электронов, или $b = a$ – для позитронов.

Точно такие же значения E_n для потенциала (5) можно получить, не решая уравнения (3) и не рассчитывая волновых функций, а просто применив квантово-классическое правило квантования Бора–Зоммерфельда:

$$\begin{aligned}\int p(x)dx &= \int dx[2E(\varepsilon_n - U(x))]^{1/2} = \\ &= 2\pi\hbar c(n + 1/2).\end{aligned}\quad (10)$$

где интегрирование выполняется по классически допустимой (где $\varepsilon_n > U(x)$) области одного периода движения. Число состояний с поперечными энергиями, ниже потенциального барьера, составляет $N \sim (b/\pi\hbar c)(2EU_0)^{1/2}$.

РАСЧЕТ СОСТОЯНИЙ В ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛЕ ДЛЯ ДРУГИХ МОДЕЛЬНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Совпадения собственных значений энергии поперечного движения, рассчитанных с помощью правила (10) с точными решениями уравнения (4), наблюдаются и для других модельных потенциалов, допускающих точные аналитические решения уравнения Шредингера. Например, для параболического потенциала

$$U(x) = U_0(2x/a)^2, \quad (11)$$

который, при соответствующем подборе параметра U_0 (глубина потенциальной ямы), аппроксимирует потенциалы межплоскостных каналов для положительно заряженных канализированных частиц (протонов или позитронов, например) неизбежно хорошо, поскольку вблизи минимума, а перекрытий убывающих полей, создаваемых атомными плотноупакованными плоскостями непарараболической потенциальной функции, быть просто не может. Для любого параболического потенциала, как хорошо известно из квантовой механики, уровни энергии эквидистанты. Для потенциала (11) значения собственных уровней поперечной энергии

$$\varepsilon_n = \hbar\omega_k(n + 1/2), \quad (12)$$

где $\omega_k = (2c/a)(2U_0/E)^{1/2} = 2\theta_L c/a$ – классическая частота колебаний частицы в потенциале (10).

Суммарное число разрешенных квантовых состояний для частицы с релятивистской энергией E в потенциале (10) составит примарно $N \sim U_0/\hbar\omega_k \sim (a/\hbar c)(EU_0)^{1/2}$, что по порядку величины соответствует результату для потенциала Кронига–Пенни. $N \gg 1$ при $E > mc^2$.

Чтобы получить реалистический потенциал плоскостного канала для отрицательно заряженных электронов, надо инвертировать параболический потенциал (11) и рассмотреть островерхие каналы, образующиеся на стыках соседних межплоскостных перевернутых парабол (11), т.е., не между плоскостями, а вблизи атомных плоскостей, где зарядовая плотность, создаваемая ядрами атомов, положительна и сосредоточена в очень узкой области, отчего потенциальные стыки должны напоминать стыки сторон треугольника. Вблизи атомных плоскостей не будет ошибкой аппроксимировать потенциал «треугольной» функцией

$$U(x) \approx U_0/x/b; \quad |x| < b \sim a/4, \quad (13)$$

где параметр $b = a/4$, если точно рассчитать его, состыковав инвертированные параболические потенциалы (10), но лучше считать этот параметр (как и параметр U_0) подгоночным и настраивать его точное значение из соображений оптимального соответствия расчетов и измерений. Разрешенные значения поперечных энергий для состояний финитного движения в «треугольном» потенциале (11) $\varepsilon_n < U_0$ и задаются условием:

$$(\varepsilon_n/U_0)^{3/2} = (3\pi/4\sqrt{2})(\hbar c/b)(EU_0)^{-1/2}(n + 1/2). \quad (14)$$

Уровни энергии электронов в потенциале (13) не эквидистанты $\varepsilon_n \sim n^{2/3}$, но общее число уровней с энергиями $\varepsilon_n < U_0$ в потенциале (13) по порядку величины такое же, как и для частиц в потенциалах (5), (11): $N \sim (b/\hbar c)(EU_0)^{1/2}$, что при релятивистских энергиях $E > mc^2$ также больше единицы.

ПЛОСКОСТНОЕ КАНАЛИРОВАНИЕ ЧАСТИЦ СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ – «ОДНОМЕРНЫЙ РЕЛЯТИВИСТСКИЙ АТОМ»

Успешное применение правила квантования Бора–Зоммерфельда к разным модельным потенциалам дает надежду, что если модифицировать это правило применительно к релятивистским энергиям поперечного движения, оно даст верную оценку для спектра и числа связанных состояний и в этом случае. Выход за рамки нерелятивистского приближения даже в ССО неизбежен при увеличении энергии электрона E до нескольких десятков гигаэлектрон-вольт, когда поперечные импульсы движущихся в канале частиц достигают релятивистских значений:

$$cp(x) = (2E(\varepsilon_n - U(x)))^{1/2} \sim (EU_0)^{1/2} > mc^2. \quad (15)$$

Корректировка правила квантования (10) для релятивистских энергий движения кажется очевидной: заменить выражение для поперечного импульса электрона (15) на вариант, применимый и в релятивистском случае. Ранее никто не пробовал это делать, видимо, потому, что правила квантования применялись в основном в атомной физике или в физике полупроводников, где релятивистские энергии движения электронов не встречаются. Эффект канализации дает повод раздвинуть рамки применения правил квантования.

Самый простой случай – рассмотреть в ССО движение электрона в потенциале, имеющем вид прямоугольной ямы глубиной γU_0 и шириной b :

$$\begin{aligned} U(x) &= 0 \text{ при } |x| < b/2; \\ U(x) &= \gamma U_0 \text{ при } |x| > b/2. \end{aligned} \quad (16)$$

Это аналог потенциала (5), но с увеличенной в γ -фактор раз при переходе из ЛСО в ССО глубиной потенциала:

$$U(x) \rightarrow \gamma U(x) = (E/mc^2) U(x).$$

При переходе в ССО изменится также и масштаб поперечных энергий:

$$\varepsilon_n \rightarrow \gamma \varepsilon_n.$$

В канале, где потенциал равен нулю, у электрона есть только кинетическая энергия и энергия покоя. Релятивистское выражение для его поперечного импульса в ССО в этом случае имеет вид

$$\begin{aligned} p_n c &= ((mc^2 + \gamma \varepsilon_n)^2 - m^2 c^4)^{1/2} = \\ &= (2E\varepsilon_n + \gamma^2 \varepsilon_n^2)^{1/2}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $(mc^2 + \gamma \varepsilon_n)$ – полная релятивистская энергия движения электрона в ССО, а поперечные энергии ε_n берутся из ЛСО, где $\varepsilon_n < U_0$. Если $\gamma \varepsilon_n \ll mc^2$, выражение (17), естественно, возвращается к «нерелятивистскому» выражению (10) $p_n c = (2E\varepsilon_n)^{1/2}$, и поперечные энергии задаются значениями (9). Если $\gamma \varepsilon_n > mc^2$, выражение (17) к (10) не сводится, а при очень больших энергиях $E \gg (mc^2)^2/U_0 \sim$ несколько десятков гигаэлектрон-вольт, сводится к линейному: $p_n c = \gamma \varepsilon_n$. Подставляя его в правило квантования (10), находим:

$$\begin{aligned} \int pdx &= 2b\gamma\varepsilon_n/c \Rightarrow \\ \Rightarrow \gamma\varepsilon_n &= (\pi\hbar c/b)(n + 1/2), \quad \varepsilon_n \sim n. \end{aligned} \quad (18)$$

Высокие уровни поперечной энергии в потенциале (16) при энергиях E больше десятка гигаэлектрон-вольт будут эквидистанты, как при более низких энергиях бывает только в потенциале параболическом. Расстояния между соседними уровнями составят $\Delta\varepsilon_n = (\pi\hbar cm/bE)$, а их общее число в потенциале, (16) будет примерно равно

$$N = EU_0b/\pi\hbar cm \sim E. \quad (19)$$

Заметим, что при более низких энергиях число уровней росло с энергией не так быстро ($\sim \sqrt{E}$).

ВЫБОР АДЕКВАТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЛОСКОСТНОГО КАНАЛИРОВАНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ

Если потенциал $U(x)$ зависит от x не столь простым способом, как (16), можно модифицировать правило квантования (10), (18), учитя, что в выражении для полной релятивистской энергии движения $E_{CCO} = (mc^2 + \gamma\epsilon_n)$ должно учитываться не абстрактное значение поперечной энергии ϵ_n , а лишь его превышение над значением потенциальной энергии $\epsilon_n - U(x)$. Скорректированное выражение для импульса (17), который следует подставить в правило квантования (18), принимает вид

$$p_n = (2m\gamma(\epsilon_n - U(x)) + \gamma^2(\epsilon_n - U(x))^2/c^2)^{1/2}. \quad (20)$$

В случае $\gamma \epsilon_n \gg mc^2$ выражение (20) упрощается:

$$p_n c = \gamma(\epsilon_n - U(x)). \quad (21)$$

Теперь с помощью скорректированного правила квантования

$$c \int p_n dx = \gamma \int (\epsilon_n - U(x)) dx = 2\pi\hbar c (n + 1/2) \quad (22)$$

можно рассчитать разрешенные значения высоких поперечных энергий для реалистичных плоскостных потенциалов.

Параболический потенциал (11):

$$\gamma \epsilon_n = U_0^{1/3} (3\pi\hbar cn/2a)^{2/3}, \quad (23)$$

«Треугольный» потенциал: $U = U_0 |x|$,

$$\gamma \epsilon_n = (\pi\hbar cn U_0/2b)^{1/2}. \quad (24)$$

Во всех потенциалах число уровней растет $\sim E$. Заметим, что в параболическом потенциале уровни уже не эквидистантны, и с ростом номера сгущаются.

ВЫВОДЫ

Выполненное рассмотрение показывает, что основные характеристики квантовых состояний поперечного движения релятивистских частиц при плоскостном канализировании слабо чувствительны к функциональной зависимости усредненного потенциала от поперечных координат. По этой причине представляется нецелесообразным гнаться за точным воспроизведением этой зависимости методами численного усреднения сложных потенциалов атомов и ионов решетки. Достаточно ограничиться выбором простого, но реалистичного модельного потенциала, например параболического – для положительно заряженных канализированных частиц или обратного параболического («треугольно-

го») – для отрицательно заряженных. Для выполнения такого расчета также не обязательно использовать сложные точные уравнения квантовой механики (релятивистское уравнение Шредингера, решение которого возможно лишь численно или в специальных функциях), но можно воспользоваться упрощенными приближенными методами квантования Бора–Зоммерфельда, позволяющими сделать аналитический расчет основных характеристик квантовых состояний. Более того приближенный метод расчета квантовых состояний можно расширить и применить для рассмотрения поперечного движения, выходящего за рамки нерелятивистского приближения. В следующей статье этой серии авторы надеются показать, что аналогичный подход может быть использован и при рассмотрении аксиального канализирования.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках Программы стратегического академического лидерства «ПРИОРИТЕТ – 2030».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линдхард Й. Влияние кристаллической решетки на движение быстрых заряженных частиц // УФН. 1969. Т. 99. № 2. С. 249–296.
2. Andersen S.K., Bell F., Frandsen F., Uggerhoj E. Electron channeling in Si, Ag and Au crystals // Physical Review B. 1973. V. 8. № 11. P. 4913–4925.
3. Andersen J.U., Bonderup E., Loegsgaard E. e.a. // NIM, 1982. V. 194. P. 209–224.
4. Belkacem A., Bologna G., Chevallier M., e.l. New Channeling Effects in the Radiative Emission of 150 GeV Electrons in a Thin Germanium Crystal // Physics Letters B, 1986. V. 177. № 2. P. 211–216.
5. Калашников Н.П. Когерентные взаимодействия заряженных частиц в монокристаллах. М.: Атомиздат, 1981. 224 с.
6. Барышевский В.Г. Канализование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск: Изд. БГУ им. В.И. Ленина, 1982. 256 с.
7. Воробьев С.А. Канализование электронных пучков. М.: Энергоатомиздат, 1984. 96 с.
8. Оцуки Е.Х. Взаимодействие заряженных частиц с твердыми телами. М.: Мир, 1985. 280 с.
9. Каган Ю.М., Кононец Ю.В. Теория эффекта канализования // ЖЭТФ, 1970. Т. 58. № 1. С. 226–254.
10. Каган Ю.М., Кононец Ю.В. Теория эффекта канализования. Влияние неупругих столкновений // ЖЭТФ, 1973. Т. 64. № 3. С. 1042–1064.

11. Каган Ю.М., Кононец Ю.В. Теория эффекта канализирования. Энергетические потери быстрых частиц // ЖЭТФ. Т. 66. № 5. С. 1693–1711.
12. Рябов В.А. Эффект канализирования. М.: Энергоатомиздат, 1994. 240 с.
13. Базылев В.А., Живаго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М.: ГРФМЛ. Наука, 1987. 272 с.
14. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных кристаллах. Новосибирск: Наука СО РАН, 1989. 400 с.
15. Ахиезер А.И., Шульга Н.Ф. Электродинамика высоких энергий в веществе. М.: ГРФМЛ. Наука, 1993. 344 с.
16. Калашников Н.П., Ольчак А.С. Классическое и квантовое описание эффекта канализирования как взаимно дополняющие приближения // Поверхность, рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, 2022. № 10. С. 107–112.
17. Калашников Н.П., Ольчак А.С. Явление канализирования как реализация модели 1D и 2D атомов в сопутствующей системе координат // Новые технологии науки, техники, педагогики. Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Наука-Общество-Технологии-2022». М.: МПУ, 2022. С. 5–13.
18. Калашников Н.П., Ольчак А.С. Классический подход для описания излучения канализированных частиц // Вестник НИЯУ МИФИ, 2021. Т. 10. № 2. С. 97–103.

Vestnik Natsional'nogo Issledovatel'skogo Yadernogo Universiteta «MIFI», 2024, vol. 13, no. 1, pp. 3–10

SELECTION OF AN ADEQUATE INTERACTION POTENTIAL TO DESCRIBE PLANE CHANNELING OF RELATIVISTIC PARTICLES

N.P. Kalashnikov^{1,*}, A.S. Olchak^{1,}**

¹*National Research Nuclear University «MEPhI», Moscow, 115409, Russia*

*e-mail: kalash@mephi.ru

**e-mail: asolchak@mephi.ru

Received December 5, 2023; revised December 7, 2023; accepted December 26, 2023

The work considers planar channeling of relativistic particles in a comoving frame of reference moving at a speed equal to the longitudinal component of the velocity of the channeled particle. In SSO, the motion of a particle during planar channeling will be one-dimensional, and for electrons and positrons with energies up to several GeV it will be non-relativistic, as in the hydrogen atom. potential from transverse coordinates. To determine the main characteristics of such a movement, it is proposed to use approximate Bohr-Sommerfeld quantization methods, which make it possible to make such a calculation analytically. The approximate method for calculating quantum states can be extended to consider transverse motion beyond the nonrelativistic approximation, even in a comoving frame. The energy distributions of permissible states of transverse finite motion are found for several variants of model potentials. It is shown that, despite the difference in the structure of energy levels, the average distances between energy levels are practically insensitive to the choice of model potential. The energies of the transverse motion levels are found for the case when the nonrelativistic approximation is not applicable even in the comoving reference frame.

Keywords: coherent interaction, channeling, single crystal, accompanying reference frame, electromagnetic radiation, quantum mechanics, gamma radiation.

REFERENCES

1. Lindhard J. Vliyanie kristallicheskoy reshetki na dvizhenie bystrykh zaryazhennyh chastic [The influence of the crystal lattice on the movement of fast charged particles]. UFN, 1969. Vol. 99. No. 2. Pp. 249–296 (in Russian).
2. Andersen S.K., Bell F., Frandsen F., Uggerhoj E. Electron channeling in Si, Ag and Au crystals. Physical Review B, 1973. Vol. 8. No. 11. Pp. 4913–4925.
3. Andersen J.U., Bonderup E., Loegsgaard E. e.a. NIM, 1982. Vol. 194. Pp. 209–224.
4. Belkacem A., Bologna G., Chevallier M., e.l. New Channeling Effects in the Radiative Emission of 150 GeV Electrons in a Thin Germanium Crystal. Physics Letters B, 1986. Vol. 177. No. 2. Pp. 211–216.
5. Kalashnikov N.P. Kogerentnye vzaimodejstviya zaryazhennyh chastic v monokristallakh [Coherent interactions of charged particles in single crystals]. Moscow, Atomizdat Publ., 1981. 224 p.

ВЫБОР АДЕКВАТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ВЗАЙМОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ
ПЛОСКОСТНОГО КАНАЛИРОВАНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ

6. *Baryshevskij V.G.* Kanalirovanie, izluchenie i reakcii v kristallah pri vysokih energiyah [Channeling, emission and reactions in crystals at high energies]. Minsk, Izd. BGU im. V.I. Lenina Publ., 1982. 256 p.
7. *Vorob'ev S.A.* Kanalirovanie elektronnyh puchkov [Channeling of electron beams]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984. 96 p.
8. *Ocuki E.H.* Vzaimodejstvie zaryazhennyh chastic s tverdymi telami [Interaction of charged particles with solids]. Moscow, Mir Publ., 1985. 280 p.
9. *Kagan Yu.M., Kononec Yu.V.* Teoriya effekta kanalirovaniya [Channeling effect theory]. ZHETF, 1970. Vol. 58. No. 1. Pp. 226–254 (in Russian).
10. *Kagan Yu.M., Kononec Yu.V.* Teoriya effekta kanalirovaniya. Vliyanie neuprugih stolknovenij [The theory of the channeling effect. Effect of inelastic collisions]. ZHETF, 1973. Vol. 64. No. 3. Pp. 1042–1064 (in Russian).
11. *Kagan Yu.M., Kononec Yu.V.* Teoriya effekta kanalirovaniya. Energeticheskie poteri bystryh chastic [The theory of the channeling effect. Energy losses of fast particles]. ZHETF. Vol. 66. No. 5. Pp. 1693–1711 (in Russian).
12. *Ryabov V.A.* Effekt kanalirovaniya [Channeling effect]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1994. 240 p.
13. *Bazylev V.A., Zhivago N.K.* Izluchenie bystryh chastic v veshchestve i vo vnesnih polyah [Radiation of fast particles in matter and in external fields]. Moscow, GRFML. Nauka Publ., 1987. 272 p.
14. *Bajer V.N., Katkov V.M., Strahovenko V.M.* El'ektromagnitnye processy pri vysokoj energii v orientirovannyh kristallah [Electromagnetic processes at high energy in oriented crystals]. Novosibirsk, Nauka SO RAN Publ., 1989. 400 p.
15. *Ahiezer A.I., Shul'ga N.F.* Elektrodinamika vysokih energij v veshchestve [Electrodynamics of high energies in matter]. Moscow, GRFML. Nauka Publ., 1993. 344 p.
16. *Kalashnikov N.P., Ol'chak A.S.* Klassicheskoe i kvantovoe opisaniya effekta kanalirovaniya kak vzaimno dopolnyayushchie priblizheniya [Classical and quantum descriptions of the channeling effect as mutually complementary approximations]. Poverhnost', rentgenovskie, sinhrotronnye i nejtronnye issledovaniya, 2022. No. 10. Pp. 107–112 (in Russian).
17. *Kalashnikov N.P., Ol'chak A.S.* YAvlenie kanalirovaniya kak realizaciya modeli 1D i 2D atomov v so-pustvuyushchej sisteme koordinat [The phenomenon of channeling as a realization of the model of 1D and 2D atoms in the accompanying coordinate system]. Novye tekhnologii nauki, tekhniki, pedagogiki. Materialy Vsesrossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii «Nauka-Obshchestvo-Tekhnologii-2022» [New technologies of science, technology, pedagogy. Materials of the All-Russian Scientific and Practical Conference «Science-Society-Technology-2022»]. Moscow, MPU Publ., 2022. Pp. 5–13 (in Russian).
18. *Kalashnikov N.P., Ol'chak A.S.* Klassicheskij podhod dlya opisaniya izlucheniya kanalirovannyh chastic [Classical approach to describe the radiation of channeled particles]. Vestnik NIYaU MIFI, 2021. Vol. 10. No. 2. Pp. 97–103 (in Russian).