

УДК 621.373.826

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШИРОКОПОЛОСНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛОЖНОЙ СРЕДЕ

В.В. Булатов^{1,*}, А.Н. Пономарев^{2,}**

¹Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 119526, Россия

²МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва, 105005, Россия

*e-mail: internalwave@mail.ru

**e-mail: holodel@yandex.ru

Поступила в редакцию: 21.04.2024

После доработки: 21.04. 2024

Принята к публикации: 14.05.2024

В работе теоретически изучены статистические выражения, описывающие изменение степени когерентности широкополосного лазерного излучения с наклоненным слоем когерентности в однородной среде. Рассмотрен случай изменения пространственной когерентности пересекающихся широкополосных световых пучков с параллельными слоями когерентности. Дана оценка области когерентного взаимодействия для указанного случая и определено, что степень когерентности диспергированного луча с расстоянием уменьшается заметно быстрее, чем в случае без использования дисперсионного элемента. В рамках использованных моделей получено, что нарушение когерентности при распротранении светового пучка возрастает с ростом угла наклона слоев когерентности. Была также изучена возможность значительного увеличения области когерентного взаимодействия пересекающихся лучей в результате наклона их слоев когерентности таким образом, чтобы с помощью установки определенного значения угла их пересечения можно было получить для них параллельность слоев когерентности. В этом случае снимаются ограничения на поперечный размер перекрывающихся лучей и становится возможным использовать всю область их перекрытия. Была изложена общая схема построения асимптотик полученных аналитических решений. Показано, что универсальный характер асимптотических методов расчета волновых импульсов можно дополнить некоторыми универсальными эвристическими условиями и критериями применимости этих методов. Эти критерии обеспечивают внутренний контроль применимости использованных асимптотических методов, и в ряде случаев на основе сформулированных критериев удастся оценивать волновые поля там, где данные методы неприменимы. Тем самым открываются широкие возможности анализа волновых картин в целом, что важно как для правильной постановки теоретических исследований, так и для проведения оценочных расчетов при экспериментальных или натурных измерениях волновых пакетов лазерного излучения.

Ключевые слова: обращение волнового фронта, широкополосное лазерное излучение, когерентность, дисперсионный элемент, петлевая схема.

DOI: 10.26583/vestnik.2024.316

NSOCXP

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время являются актуальными задачи, предполагающие осуществление непрерывного дистанционного мониторинга состояния водной среды и таких объектов, как морские платформы и другие технологические конструкции, позволяющие в течение продолжительного времени контролировать их параметры с целью предотвращения техногенных катастроф. Применение современных твердотельных лазеров с диодной накачкой (лидаров) открывают широкие перспективы для информационно-измерительных систем сбора данных по

измерению распределения физических величин в водном пространстве, в том числе решения проблем оперативного дистанционного зондирования морской поверхности [1–3]. Отметим, что наиболее перспективными методами контроля морских акваторий с целью обнаружения загрязнений на поверхности воды можно считать методы активной лазерной локации или радиолокации водной поверхности. В этом случае не требуется естественного освещения и поэтому указанные системы могут использоваться в широком диапазоне атмосферных условий независимо от времени суток. Лидарные системы обладают высокой пространствен-

но-угловой разрешающей способностью, возможностью спектральной фильтрации и временного стробирования полезного сигнала на фоне помех. Указанные свойства лидаров делают возможным проводить исследования расположенных в толще воды различных объектов в зависимости от первичных гидрооптических характеристик, состояния взволнованной поверхности воды, проводить зондирование стратифицированной толщи морской воды с целью определения параметров стратификации первичных гидрооптических характеристик, определять параметры светорассеивающих слоев воды, регистрировать поверхностные и внутренние гравитационные волны, оценивать их характеристики. Импульсная характеристика лидара определяет пространственное разрешение лидарных измерений в зависимости от дальности, а также точность определения расстояния до обследуемых объектов. Данная характеристика является сверткой зондирующего лазерного импульса с импульсной характеристикой приемно-регистрирующей оптической системы. Современные достижения в производстве компактных твердотельных лазеров с диодной накачкой способствуют стремительному развитию оптических технологий в лазерной локации земной поверхности и водных сред [4–6].

При прохождении световой волны в природных средах (атмосфере, океане) в силу оптической неоднородности образуются искажения волнового фронта. Для устранения искажений разрабатываются различные специальные оптические системы, включающие твердотельный лазер, приемник излучения, регистрирующий световые волны, устройство коррекции волнового фронта и систему управления. Один из методов восстановления искажений волнового фронта основан на использовании эффекта обращения волнового фронта (ОВФ). Обращенный волновой фронт будет обратным по отношению к искаженному первичному лучу, и в результате наложения двух фронтов можно восстановить исходное изображение. Лазерное излучение после прохождения через неоднородную среду превращается в искаженное пятно, изменяющееся со временем. Отражаясь от объекта, оно еще сильнее искажается и может накладывать серьезные ограничения на точность измерений. В случае же использования обращения волнового фронта, отраженного от объекта, излучения, направляемого обратно по тому же самому пути, при отсутствии значи-

тельных изменений условий прохождения луча за это время происходит восстановление качества пятна на объекте.

Для решения задачи исправления или восстановления волнового фронта в сложных информационных системах, требующих получения оптического изображения высокого разрешения и качества, необходимо разрабатывать соответствующие оптические устройства, способные делать компенсацию указанных искажений в режиме реального времени. Поэтому происходящее в настоящее время активное развитие в области приложений использования явления ОВФ продолжает стимулировать его дальнейшие исследования [7–12]. Одним из существенных ограничений при применении ОВФ служит ширина спектра излучения $\Delta\lambda$, поскольку для эффективного взаимодействия световых пучков необходима их корреляция во всей области пересечения. Если лучи пересекаются под малым углом ψ , тогда можно оценить размер области когерентного взаимодействия $\sim l_c/\psi$, $l_c = \lambda^2/\Delta\lambda$, где l_c – длина когерентности, λ – среднее значение длины волны излучения. Слои когерентности пересекающихся пучков для случая плоской волны также будут пересекаться под углом ψ , поэтому размер области их наложения тоже можно оценить, как $\sim l_c/\psi$.

Для эффективного обращения волнового фронта в случае петлевой схемы требуется выполнение условия, когда область наложения пересекающихся лазерных пучков существенно меньше значения $\sim l_c/\psi$. Данное условие предполагает использование узкополосного одномодового лазерного излучения, что, в свою очередь, ведет к уменьшению энергии импульса волны по сравнению с многомодовым излучением.

Для решения данной проблемы может быть применена петлевая схема ОВФ с наклоненными слоями когерентности лазерного излучения, представленная на рис. 1 [10].

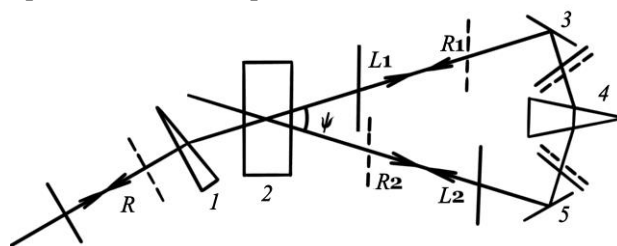


Рис. 1. Петлевая схема обращения волнового фронта: 1, 4 – призмы; 2 – нелинейная среда; 3, 5 – поворотные зеркала; L – входящее лазерное излучение; R , $R1$ – обращенная волна; $R2$ – сигнальная волна; $L1(L2)$ – опорные волны

Для наклона слоев когерентности использовалась призма 1. Призма 4 с увеличенной по сравнению с призмой 1 в два раза угловой дисперсией была расположена таким образом, чтобы изменить угол наклона слоев когерентности на противоположное значение. В работе [11] было экспериментально показано, что применение схемы четырехволнового взаимодействия с

наклоном слоев когерентности лазерного излучения с помощью призмы позволило получить эффективное обращения волнового фронта для излучения с шириной спектра генерации $\Delta\lambda \sim 20$ нм. Схема эксперимента приведена на рис. 2.

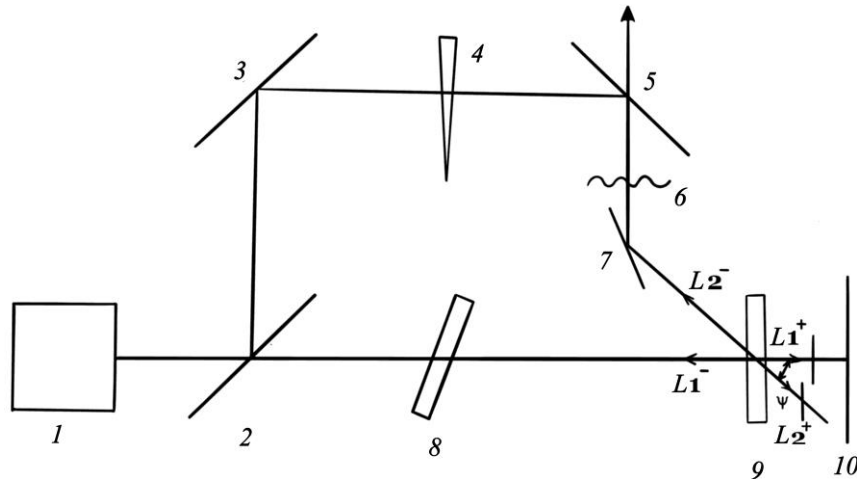


Рис. 2. Схема четырехволнового обращения волнового фронта: 1 – одномодовый лазер на красителе; 2 – полупрозрачное зеркало; 3, 5, 7, 10 – зеркала; 6 – диффузор; 8 – поворотная пластина; 9 – кювета с раствором красителя; $L1^\pm$ – опорные волны; $L2^+$ – сигнальная волна; $L2^-$ – обращенная волна

Цель настоящей работы – теоретическое изучение возможности увеличения области когерентного взаимодействия лазерных пучков за счет наклона их слоев когерентности, выполненного таким образом, чтобы сделать когерентные слои двух пересекающихся лучей параллельными друг другу, а также проведение расчетов статистических значений параметров излучения, которое может быть проведено с помощью усреднения по всем возможным ре-

ализациям интегральных представлений волновых полей.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Рассмотрим следующую схему, использующую для наклона слоев когерентности дисперсионный элемент, которым может быть призма или дифракционная решетка, работающая в первом порядке дифракции (рис. 3).

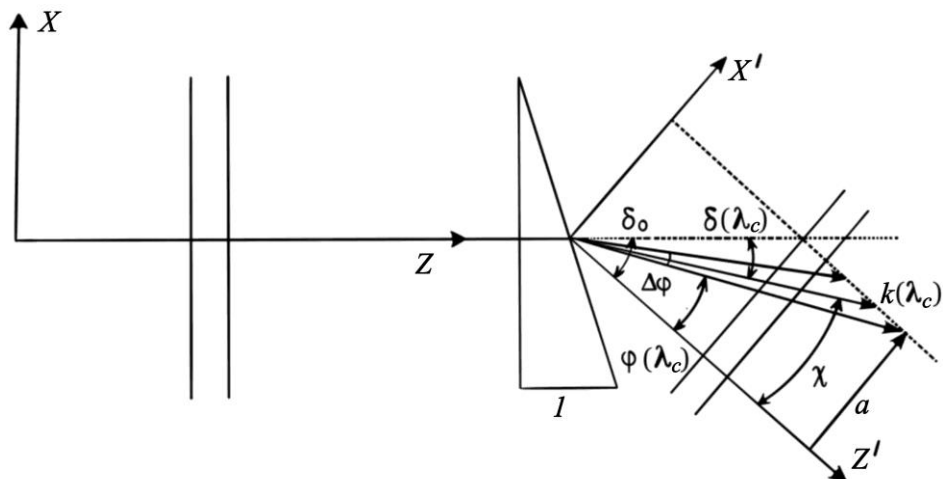


Рис. 3. Наклон слоев когерентности призмой световых пучков: 1 – призма

Первоначальная плоскопараллельная волна распространяется в направлении оси z , а волновой вектор $\mathbf{k}(\lambda)$ лежит в плоскости Oxy . Будем рассматривать случай линейного приближения, когда угол наклона δ линейно зависит от длины волны излучения. Тогда для среднего значения длины волны λ_c спектра $\Delta\lambda$ величину наклона можно записать:

$$\delta(\lambda) \approx \delta(\lambda_c) + (\lambda - \lambda_c) \frac{d\delta}{d\lambda}.$$

Если выбрать угол δ_0 такой, что его направление совпадает с осью z' (см. рис. 3): $\delta_0 = \delta(\lambda_c) - \lambda_c \frac{d\delta}{d\lambda}$. Тогда получим: $\varphi(\lambda) = \delta(\lambda) - \delta_0 = \lambda \frac{d\delta}{d\lambda}$. Поскольку значение угла $\varphi(\lambda)$ мало, то можно принять, что значения перпендикулярных составляющих волновых векторов $\mathbf{k}(\lambda)$ на ось z одинаковы для всех λ из спектра $\Delta\lambda$. В этом случае поле после дисперсионного устройства будет пространственно-когерентно, а слои его когерентности будут перпендикулярны к оси z' . Обозначим угол наклона слоев когерентности через χ . Тогда данный угол χ будет равен углу между осевым направлением луча $\mathbf{k}(\lambda_c)$ и нормалью к слоям: $\chi = -\varphi(\lambda_c) = -\lambda_c \frac{d\delta}{d\lambda}$. При этом угловую расходимость луча можно оценить как $\Delta\varphi \approx |\chi| \Delta\lambda / \lambda_c$. Для выполнения условия параллельности слоев когерентности для лучей $L1$ и $L2$ необходимо, чтобы угол их пересечения ψ был равен сумме модулей χ_1 и χ_2 , где χ_1 относится к лучу $L1$, а χ_2 – к лучу $L2$.

В случае пространственнеоднородного излучения при выполнении условия, чтобы его слои когерентности были перпендикулярны к оси z , это излучение можно рассматривать в виде суммы меняющихся одновременно полей E_n , каждое из которых является суперпозицией плоских волн с перпендикулярными к оси z составляющими волновых векторов $\mathbf{k}_n(\lambda)$. После прохождения через дисперсионное устройство поля E_n преобразуются в поля E_{n1} , для которых будут получены составляющие волновых векторов, перпендикулярные к оси z' . Поскольку огибающие полей E_{n1} двигаются вдоль оси z' с различными скоростями, то будет происходить ухудшение пространственной когерентности поля E_{n1} на расстоянии $z' \geq l_c / 2\theta Y |\chi|$, где 2θ – угловая расходимость первоначального излучения E_n ; Y – угловое увеличение дисперсионного элемента. В отсутствии последнего пространственная когерентность сохраняется на большем расстоянии, равном

$2l_c / \theta^2$, поэтому для исключения влияния данного эффекта в [10] использовалась вторая призма с большей, чем у первой дисперсией. Вторая призма ориентировалась таким образом, чтобы изменить знак χ на противоположный. Тогда в этом случае после прохождения второго дисперсионного элемента пространственная когерентность будет восстанавливаться.

Для эффективной работы схемы обращения волнового фронта требуется высокая пространственная когерентность излучения на всей длине пересечения пучков. Поскольку внесение дисперсионного элемента ведет к росту нарушения когерентности, то в случае применения метода наклона слоев когерентности необходимо определить картину этих нарушений. Для этого рассмотрим случай, когда на дисперсионный элемент (тонкая дифракционная решетка, работающая в одном порядке дифракции) падает плоская пространственно-когерентная волна $E_0(\mathbf{r}, t)$ вдоль оси z . В этом случае поле имеет плоские слои когерентности, которые будут перпендикулярны оси z . В общем случае для однородных стационарных пространственно-временных случайных полей можно применить следующее представление [13–15]

$$E_0(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\omega) \varepsilon_0(\mathbf{k}_0) \times \\ \times \exp(i(\omega t - \mathbf{k}(\omega, \mathbf{k}_0) \mathbf{r})) d\omega d^2 \mathbf{k}, \quad (1)$$

где $\mathbf{k}_0$ – поперечная компонента волнового вектора $\mathbf{k}$, $|\mathbf{k}(\omega, \mathbf{k}_0)| = k(\omega) = \frac{\omega n}{c}$, n – показатель преломления; $\varepsilon(\omega)$ – спектральная амплитуда поля. Исходя из требования однородности и стационарности случайного поля $E_0(\mathbf{r}, t)$, можно, усреднив по времени, записать [13–15]

$$\overline{\varepsilon(\omega) \varepsilon^*(\omega')} = g(\omega) \delta(\omega - \omega'), \quad (2)$$

где $g(\omega)$ – спектральная плотность случайного пространственно-временного поля.

Дисперсионный элемент преобразует плоскую волну с волновым вектором $\mathbf{k}(\omega, \mathbf{k}_0)$ в плоскую волну с волновым вектором $\mathbf{k}(\omega, \mathbf{k})$. Вектор $\mathbf{k}$ можно представить в виде суммы двух векторов $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \boldsymbol{\alpha}$, где $\boldsymbol{\alpha}$ – вектор, перпендикулярный оси z . Тогда поле после дисперсионного элемента можно записать в виде

$$E(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\omega) \varepsilon(\mathbf{k}) \times \\ \times \exp(i(\omega t - \mathbf{k}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{r})) d\omega d^2 \mathbf{k}, \quad (3)$$

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k}_0)\sqrt{\eta},$$

где η – угловое увеличение дисперсионного элемента.

Полученное поле $E(\mathbf{r}, t)$ пространственно когерентно в плоскости и имеет плоские слои когерентности, перпендикулярные к оси z . Рассмотрим случай симметричного распределения первоначального поля $E_0(\mathbf{r}, t)$ относительно оси z . Пусть ω_c – средняя частота спектра светового пучка. Тогда направление пучка после дисперсионного элемента описывается как $\mathbf{k}(\omega_c, \alpha)$. В случае, если в качестве дисперсионного элемента взять дифракционную решетку, то при ориентации оси z перпендикулярно ее штрихам вектор $\mathbf{k}(\omega_c, \alpha)$ будет образовывать с осью z угол χ , для которого выполняется следующее условие $\sin \chi = \frac{\alpha}{k(\omega_c)}$, где значение α является проекцией вектора α на ось x .

Для стационарного случайного процесса можно ввести нормированные пространственные распределения интенсивностей, усредненные по поперечному пространственному распределению полей $E_0(\mathbf{r}, t)$ и $E(\mathbf{r}, t)$ [13–15]

$$\frac{cn}{8\pi} \langle \varepsilon_0(\mathbf{k}_0) \varepsilon_0^*(\mathbf{k}'_0) \rangle = I_0 g(\mathbf{k}_0) \delta(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}'_0), \quad (4)$$

$$\frac{cn}{8\pi} \langle \varepsilon(\mathbf{k}) \varepsilon^*(\mathbf{k}') \rangle = I g(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'),$$

где I_0 и I – средние значения по сечению интенсивностей, $I = \eta I_0$; $g(\mathbf{k}) = g(\mathbf{k}_0) = g(\mathbf{k} - \alpha)$.

Для поля $E(\mathbf{r}, t)$ комплексную степень пространственной когерентности принято определять следующим образом:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}},$$

где $\Gamma_{12}(\tau) = \overline{E_1(\mathbf{r}_1, t + \tau) E_2^*(\mathbf{r}_2, t)}$ – взаимная корреляционная функция полей $E_1(\mathbf{r}, t)$ и $E_2(\mathbf{r}, t)$ [13–15].

Если выполняется условие для ширины спектра $\Delta\nu|\tau| \ll 1$, тогда с достаточно хорошим приближением можно считать, что $\tau = 0$ и положить $|\gamma_{12}(\tau)| \approx |\mu_{12}|$, где $\mu_{12} = \gamma_{12}(0) = \frac{\Gamma_{12}(0)}{\sqrt{I_1 I_2}}$ – комплексная степень когерентности в точках 1 и 2 [13–15]. Для того, чтобы можно было использовать формулы (4) для упрощения расчета при сохранении приемлемой точности вместо $\Gamma_{12}(0) = \Gamma_{12}$ лучше использовать Γ_{12}^2 . Тогда искомый параметр, который можно будет использовать для приближенной оценки усредненной степени пространственной когерентности будет иметь вид

$$W_{12} = (|\Gamma_{12}|^2 / \overline{|E(\mathbf{r}_1, t)|^2 |E(\mathbf{r}_2, t)|^2})^{1/2}.$$

Вектора $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ можно однозначно задать через вектор β_1 и точку z_1 , и, соответственно, вектор β_2 и точку z_2 , где вектора β_1 и β_2 лежат в плоскости, перпендикулярной оси z . Нас будет интересовать толщина слоя когерентности для случая $\beta_1 = \beta_2$. В этом случае можно получить

$$\begin{aligned} |\Gamma_{12}|^2 &= \int QR(\mathbf{k}_1, z_1, \mathbf{k}_2, z_2) R^*(\mathbf{k}'_1, z_1, \mathbf{k}'_2, z_2) \times \\ &\quad \times d^2 \mathbf{k}_1 d^2 \mathbf{k}'_1 d^2 \mathbf{k}_2 d^2 \mathbf{k}'_2, \\ \overline{|E(\mathbf{r}_1, t)|^2 |E(\mathbf{r}_2, t)|^2} &= \\ &= \int QR(\mathbf{k}_1, z_1, \mathbf{k}'_1, z_1) R^*(\mathbf{k}_2, z_2, \mathbf{k}'_2, z_2) \times \\ &\quad \times d^2 \mathbf{k}_1 d^2 \mathbf{k}'_1 d^2 \mathbf{k}_2 d^2 \mathbf{k}'_2, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Q &= \varepsilon(\mathbf{k}_1) \varepsilon^*(\mathbf{k}'_1) \varepsilon^*(\mathbf{k}_2) \varepsilon(\mathbf{k}'_2) \times \\ &\times \exp[-i(\mathbf{k}_1 \beta_1 - \mathbf{k}'_1 \beta_1 - \mathbf{k}_2 \beta_2 + \mathbf{k}'_2 \beta_2)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R(\mathbf{k}, z, \mathbf{k}', z') &= \\ &= \int g(\omega) \exp[-i(k_z(\omega, \mathbf{k})z - k_z(\omega, \mathbf{k}')z')] d\omega. \end{aligned}$$

где $k_z(\omega, \mathbf{k})$ – проекция вектора $\mathbf{k}(\omega, \mathbf{k})$ на ось x . Используя формулы (3)–(4) в соотношениях (5), получим

$$\begin{aligned} \langle \Gamma_{12}^2 \rangle &= \left(\frac{8\pi I}{cn} \right)^2 (J_1 + J_2), \\ \overline{|E(\mathbf{r}_1, t)|^2 |E(\mathbf{r}_2, t)|^2} &= \left(\frac{8\pi I}{cn} \right)^2 (1 + J_3), \\ J_1 &= \int g(\mathbf{k}) g(\mathbf{k}') |R(\mathbf{k}, z_1, \mathbf{k}', z_2)|^2 d^2 \mathbf{k} d^2 \mathbf{k}', \\ J_2 &= \left| \int d^2 \mathbf{k} g(\omega) \exp(i\mathbf{k}(\beta_2 - \beta_1)) \times \right. \\ &\quad \times \left. \int d\omega g(\omega) [i\mathbf{k}_z(\omega, \mathbf{k})(z_2 - z_1)] \right|^2, \\ J_3 &= \int g(\mathbf{k}) g(\mathbf{k}') \exp[i(\mathbf{k} - \mathbf{k}')(\beta_2 - \beta_1)] R(\mathbf{k}, z_1, \mathbf{k}', z_1) R^*(\mathbf{k}, z_2, \mathbf{k}', z_2) d^2 \mathbf{k} d^2 \mathbf{k}'. \end{aligned}$$

Рассмотрим далее случай, когда $g(\omega)$ и $g_0(\mathbf{k}_0)$ имеют гауссову форму, а также выполнено условие $g_0(\mathbf{k}_0) = g_0(|\mathbf{k}_0|)$. Пусть $2k_g$ соответствует ширине $g_0(\mathbf{k}_0)$ на половине высоты, $2\theta_0$ – величина углового распределения луча E_0 . Обозначим $u = \frac{|\alpha|}{k_g} = \frac{\sin \chi}{\theta_0}$, $z_{1n} = z_1 \frac{\theta_0^2}{l_c}$, $l_c = \lambda_c^2 / \Delta\lambda$ – длина когерентности излучения, λ_c – средняя длина волны, $\Delta = z_2 - z_1$. Введем следующее обозначение

$$q = (\pi u z_{1n} / \ln 2 \cos^3 \chi)^2.$$

Тогда выражения для $J_{1,2,3}$ можно записать в следующем виде:

$$J_1 = \frac{1}{\sqrt{1+q}} \exp \left[-\frac{\pi^2 \Delta^2}{2 \ln 2 l_c^2 \cos^2 \chi (1+q)} \right],$$

$$J_2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi \Delta}{\ln 2 l_c \cos \chi} \right)^2} \times$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{\pi^2}{2 \ln 2} \left[\frac{\Delta^2}{l_c^2 \cos^2 \chi} + \frac{(r_x - \Delta u g \chi)^2 + r_y^2}{(1 + (\pi \Delta / \ln 2 l_{cor} \cos \chi)^2) \pi^2 / \kappa_g^2} \right] \right\},$$

где r_x – проекция разности векторов $\beta_2 - \beta_1$ на ось x ; r_y – проекция разности векторов $\beta_2 - \beta_1$ на ось y ; l_c – длина продольной корреляции поля $E_0(\mathbf{r}, t)$.

Для случая $u = \frac{\sin \chi}{\theta_0} \ll 1$ имеем:

$$J_3 = \frac{1}{\sqrt{1+q_3}} \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{-\kappa_g^2}{2 \ln 2} \left[\frac{(r_x - \Delta u g \chi)^2}{1+q_3} + r_y^2 \right] \right\},$$

$$q_3 = (z_{1n}^2 + z_{2n}^2) (\pi u / \ln 2 \cos^3 \chi)^2,$$

$$W_{12} = \sqrt{\frac{J_1 + J_2}{1 + J_3}}.$$

При $|\beta_2 - \beta_1| \leq \frac{\pi}{k_g}$ получим, что $J_{2,3} \ll 1$ и $W_{12} \approx \sqrt{J_1}$. Из полученных результатов видно, в частности, что J_1 не зависит от разности векторов $\beta_2 - \beta_1$, кроме случая, когда $|\beta_2 - \beta_1| \leq \frac{\pi}{k_g}$. При данном приближении, когда $W_{12} \approx \sqrt{J_1}$, величину W_{12} можно рассматривать как функцию переменных Δ , z_1 , u . Тогда имеем

$$W_{12}(\Delta, z_1, u) = (1+q)^{-1/4},$$

$$W_{12}(\Delta, z_1, u) = W_{12}(0, z_1, u) \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{\pi^2 \Delta^2}{4 \ln 2 l_c^2 \cos^2 \chi} W_{12}^4(0, z_1, u) \right].$$

Из полученного выражения, в частности, можно получить оценку толщины слоя когерентности на половине высоты:

$$\Delta_c = \frac{2\Delta}{l_c \cos \chi} = \frac{4 \ln 2 l_c}{\pi} \sqrt{1+q}.$$

Тогда можно оценить расстояние z_1 , на котором значение W_{12} уменьшается до заданного значения:

$$z_1 = \frac{\ln 2 \cos^3 \chi l_c}{\pi u \theta_0^2} \sqrt{W_{12}^{-4} - 1}.$$

Выполним с помощью полученных формул расчеты при следующих значениях основных параметров: $\lambda_c = 5 \cdot 10^{-5}$ см, $\Delta \lambda / \lambda_c = 0.2$, $2\theta_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ рад, $\cos \chi = 0.9$, $l_c = 10^{-3}$ см. Тогда для случая, когда $W_{12} = 0.9$, получим $z_1 = 3.6$ см, для $W_{12} = 0.6$ получим $z_1 = 12.6$ см. Таким образом, показано, что размер области, в которой сохраняется корреляция световых пучков, составляет несколько сантиметров, что на три порядка превышает длину когерентности, которая для рассматриваемого случая составляет порядка 10^{-3} см. Полученные результаты позволяют изучить возможность значительного увеличения области когерентного взаимодействия пересекающихся лучей в результате наклона их слоев когерентности таким образом, чтобы с помощью установки определенного значения угла их пересечения ψ можно было получить для них параллельность слоев когерентности. В этом случае снимаются ограничения на поперечный размер перекрывающихся лучей, который должен быть заметно меньше l_c / ψ , и становится возможным использовать всю область их перекрытия. Так, например, без применения наклона слоев когерентности в [11] при указанных параметрах лазерных пучков было бы невозможно получить обращения волнового фронта из-за слишком малого размера области когерентного взаимодействия.

ОБЩАЯ СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ АСИМПТОТИК АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

При решении рассмотренных выше задач возникает необходимость асимптотического исследования быстроосциллирующих интегралов в виде (1). Проблемы вычисления коротковолновых асимптотик таких интегралов возникают в задачах дифракции, распространения электромагнитных волн в ионосфере и магнитосфере Земли и планет, дифракции лазерного излучения на локальных неоднородностях среды и СВЧ-излучения на телах сложной формы, распространения электромагнитного импульса при радиолокации, распространения акустических, внутренних и поверхностных гравитаци-

онных волн в атмосфере и океане, сейсмических волн в земной коре. Практическое значение асимптотических методов не ограничивается вопросами теории волновой дифракции, так как аналогичные интегральные конструкции возникают также в задачах квантовой механики, например в физической кинематике и квантово-механической теории соударений. Задачи о распространении импульсов различной физической природы, в том числе оптического диапазона, в диспергирующих сложных средах постоянно возникают в различных областях физики в связи с расширением области применения дистанционного зондирования, неразрушающего контроля и т.д. Действительно в подавляющем большинстве реальных природных сред наблюдается дисперсия распространяющегося в ней сигнала. Исключением может являться случай однородной безграничной среды в пренебрежении потерями, в которой волновые возмущения описываются обычным волновым уравнением [16].

Однако дисперсия появляется, если учесть любой из следующих факторов: границы среды, где распространяются колебания; наличие неоднородности среды; релаксационные свойства среды. Для примера приведем простейшую постановку задачи об импульсе в диспергирующей среде. Пусть поле возмущений на полуоси $x \geq 0$ описывается уравнением: $LF(x, t) = 0$, $x > 0$, где L – некоторый линейный оператор.

Пусть некоторый источник излучения, расположенный в точке $x = 0$, создает первоначальный импульс: $F(0, t) = F_0(t)$ ($F_0(t) \equiv 0$, $t < 0$). Такая задача решается с определенными дополнительными условиями: $F(x, t) \equiv 0$, $t < 0$, т.е. до включения источника возмущения отсутствуют, и $F(x, t) \rightarrow 0$, $x \rightarrow \infty$, т.е. на бесконечности источники отсутствуют. Для ее решения удобно воспользоваться преобразованием Фурье

$$\Phi(x, \omega) = \int_0^\infty F(x, t) \exp(i\omega t) dt.$$

Уравнение для функции $\Phi(x, \omega)$ принимает вид (для оператора L второго порядка по x)

$$\left(a_0(\omega) + \frac{\partial^2 a_2}{\partial x^2}(\omega) \right) \Phi(x, \omega) = 0,$$

где $a_0(\omega)$, $a_2(\omega)$ – некоторые функции частоты, и его решение:

$$\Phi(x, \omega) = \Phi_0(\omega) \exp(iK(\omega)x),$$

где $K(\omega) = (a_1(\omega)/a_2(\omega))^{1/2}$. Тогда решение исходной задачи в интегральной форме имеет вид

$$F(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_\Gamma \Phi(x, \omega) \exp(-i\omega t + iK(\omega)x) d\omega,$$

где контур Γ проходит параллельно оси $\text{Re } \omega$ и лежит выше всех особенностей подынтегральной функции.

Однозначная ветвь корня $K(\omega)$ выбирается так, чтобы на контуре Γ было выполнено условие: $\text{Im } K(\omega) > 0$. В подавляющем большинстве физически интересных случаев этот интеграл невозможно вычислить аналитически. Однако можно найти его асимптотику при $x, t \rightarrow \infty$, $x/t = \text{const}$, для чего используется метод перевала [17]. Тогда рассмотрим аналитическое продолжение фазовой функции: $S(\omega) = K(\omega)x - \omega t$ в нижнюю полуплоскость. Обычно она имеет несколько точек ветвления, из которых для удобства исследования асимптотики проведем вертикально вниз разрезы в комплексной плоскости ω . Очевидно, что на листе с этими разрезами функция $S(\omega)$ однозначна. Довольно тонким вопросом является отбор тех точек перевала, т.е. решений уравнения $S'(\omega) = 0$, которые лежат на рассматриваемом листе, и изучение их движения при изменении параметра x/t . Наконец, нужно найти топологически корректную деформацию контура Γ , чтобы он «повис» на некоторых точках перевала и точках ветвления и проходил вблизи них по путям наискорейшего спуска. Если при деформировании контур пересекает полюса функции $\Phi_0(\omega)$, то к «вкладам» точек ветвления и перевала добавятся вычеты в этих полюсах. Вклад точки перевала ω_s , далекой от остальных точек перевала и других особых точек, вычисляется классическим методом перевала: после замены $\omega \rightarrow \tau$, такой что $S(\omega) - S(\omega_s) = -\tau^2$, внеэкспоненциальная функция разлагается в ряд и почленно интегрируется, первый член получающегося асимптотического ряда

$$\Phi(x, t) \approx \Phi_0(\omega_s) [-i2\pi S''(\omega_s)]^{-1/2} \exp[iS(\omega_s)].$$

Для грубой оценки точности метода перевала можно сравнить по порядку величины отношение второго члена ряда к первому ε , вычисляемому по формуле [17]

$$\varepsilon = \frac{1}{2i} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3S^{IV}}{(S'')^2} - \frac{5(S''')^2}{(S'')^3} \right) + \frac{\Phi' S'''}{\Phi (S'')^2} / - \frac{\Phi''}{\Phi} \frac{1}{S''} \right] \bigg|_{\omega=\omega_s}.$$

В физических расчетах можно ограничиться формулой с первым членом асимптотического разложения, если значение ε мало. Если точка перевала ω_s лежит на действительной оси: ω_s и $K(\omega_s)$ действительны, то асимптотическая формула описывает часть импульса, близкую к синусоиде с локальной частотой ω_s , локальным волновым числом $K(\omega_s)$, локальной фазовой скоростью $\omega_s/K(\omega_s)$. Огибающая синусоиды движется со скоростью, которая равна $(K'(\omega_s))^{-1}$ – групповой скорости узкополосного пакета с центральной частотой ω_s , амплитуда огибающей убывает пропорционально $t^{-1/2}$. Если же ω_s комплексна, то наблюдается также экспоненциальный рост ($\text{Im} \omega_s > 0$) или экспоненциальное затухание ($\text{Im} \omega_s < 0$). В частности, если ω_s лежит на мнимой оси, то участок импульса локально похож на экспоненту.

Ситуация усложняется, если при изменении параметра x/t точка перевала ω_s сближается с другой точкой (точками) перевала или с какой-либо особенностью (полюсом, точкой ветвления) функции $\Phi_0(\omega)$. В этом случае описанный выше стандартный метод перевала неприменим, для исследования асимптотики импульса с помощью подходящей замены следует свести исходный интеграл к более сложным эталонным интегралам. Например, при слиянии двух точек перевала асимптотика интеграла выразится через функцию Эйри, при слиянии точки перевала и полюса – через интеграл Френеля и т.д. Важно отметить, что наиболее интересными с практической точки зрения являются именно локальные максимумы сигнала, а поле в окрестности этих максимумов как раз и описывается эталонными интегралами. Например, случай слияния трех точек перевала описывается функцией Пирси, популярной в теории особенностей. Однако нередко возникают физически интересные случаи, не являющиеся случаем «общего положения». Например, если две из трех сливающихся точек перевала движутся строго симметрично относительно третьей, то асимптотика соответствующего интеграла выражается через функцию Ханкеля [18].

Универсальный характер асимптотических методов расчета волновых импульсов можно дополнить некоторыми универсальными эвристическими условиями (критериями) применимости этих методов. Эти критерии обеспечивают внутренний контроль применимости использованных асимптотических методов, и в ряде случаев на основе сформулированных критериев удается оценивать волновые поля там, где данные методы неприменимы. Тем самым открываются широкие возможности анализа волновых картин в целом, что важно как для правильной постановки теоретических исследований, так и для проведения оценочных расчетов при экспериментальных или натурных измерениях волновых пакетов лазерного излучения. Особая роль данных методов обусловлена тем обстоятельством, что параметры реальных природных сред, как правило, известны приближенно, и попытки точного численного решения исходных уравнений, описывающих излучение и распространения волновых импульсов с использованием таких параметров, могут привести к потере точности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе теоретически изучены статистические выражения, описывающие изменение степени когерентности широкополосного лазерного излучения с наклоненным слоем когерентности в однородной среде. Рассмотрен случай изменения пространственной когерентности пересекающихся широкополосных световых пучков с параллельными слоями когерентности. Дана оценка области когерентного взаимодействия для указанного случая, и определено, что степень когерентности диспергированного луча с расстоянием уменьшается заметно быстрее, чем в случае без использования дисперсионного элемента. В рамках использованных моделей получено, что нарушение когерентности при распространении светового пучка возрастает с ростом угла наклона слоев когерентности. Была также изучена возможность значительного увеличения области когерентного взаимодействия пересекающихся лучей в результате наклона их слоев когерентности таким образом, чтобы с помощью установки определенного значения угла их пересечения можно было получить для них параллельность слоев когерентности. В этом случае снимаются ограничения на поперечный размер перекрывающихся лучей и ста-

новится возможным использовать всю область их перекрытия.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках государственного задания № FFGN-2024-0005 (В.В. Булатов).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Goldin Y.A., Vasilev A.N., Lisovskiy A.S., Chernook V.I. Results of Barents Sea airborne lidar survey // Proc. SPIE., 2017. V. 6615, 66150E.
2. Churnside J.H., Brown E.D., Parker-Stetter S., Horne J.K., Hunt G.L., Hillgruber N., Sigler M.F., Volenweider J.J. Airborne remote sensing of biological hot spot in the Southeastern Bering Sea // Remote Sensing, 2011. V. 3. P. 621–7626.
3. Coney A., Damzen M.J. High-energy diode-pumped alexandrite amplifier development with applications in satellite-based lidar // J. of Optical Society of America B: Optical Physics. 2021. V. 38. P. 209–216.
4. Булатов В.В., Пономарев А.Н. Развитие теоретического метода в области нелинейного взаимодействия широкополосных световых волн в сложных средах // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2021. № 3. С. 7–19.
5. Булатов В.В., Пономарев А.Н. О возможности улучшения качества изображения лазерной локации при дистанционном зондировании // Процессы в гео-средах, 2021. № 4(30). С. 1331–1336.
6. Bulatov V.V., Ponomarev A.N. About the possibility of improving the image quality of laser location in the process of remote sensing of the water surface // Processes in GeoMedia. Vol. VI, 2023. Springer Geology. Springer Nature Switzerland AG, Cham, Switzerland. P. 277–285.
7. Smith G., Shardlow P.C., Damzen M.J. High-power near-diffraction-limited solid-state amplified spontaneous emission laser devices // Optics Letters, 2007. V. 32. P. 1911–1916.
8. Jayet B., Huignard J.-P., Ramaz F. Optical phase conjugation in Nd:YVO4 for acousto-optic detection in scattering media // Optics Letters, 2013. V. 38(8). P. 1256–1266.
9. Garmire E. Stimulated Brillouin Review: Invented 50 Years Ago and Applied Today // International Journal of Optics. 2018. Article ID 2459501.
10. Cronin-Golomb M., Fisher B., White Y.O., Yariv A. Theory and application of four-wave mixing in photorefractive media // IEEE J. of Quantum Electronics, 1984. V. 20(1). P. 12–28.
11. Odintsov V.I., Sokolova E.Yu., Krupenin A.I., Ponomarev A.N., Terehin R.I. FWM Broad-band optical Beams with tilted Coherence Layers // Proceedings SPIE. ICONO'95. Nonlinear Optical Interactions and Wave Dynamics, 1995. St. Petersburg, Russia. Published by SPIE. V. 2800. P. 247–253.
12. Okulov A.Y. Twisted speckle entities inside wave-front reversal mirrors // Physical Review A, 2009. V.80(1). P. 013837.
13. Born M., Wolf E. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. Oxford: Cambridge University Press, 1999. 952 p.
14. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. М.: Наука, 1976. 494 с.
15. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
16. Borovikov V.A., Kinber B.Ye. Geometrical theory of diffraction. London: IEE electromagnetic waves. Series 37, 1994. 390 p.
17. Borovikov V.A. Uniform stationary phase method. London: IEE electromagnetic waves. Series 40, 1994. 233 p.
18. Kravtsov Y., Orlov Y. Caustics, catastrophes, and wave fields. Berlin: Springer, 1999. 228 p.

Vestnik Natsional'nogo Issledovatel'skogo Yadernogo Universiteta «MIFI», 2024, vol. 13, no. 3, pp. 123–132

STATISTICAL APPROXIMATIONS IN STUDYING THE INTERACTION OF BROADBAND LASER RADIATION IN A COMPLEX ENVIRONMENT

V.V.Bulatov^{1,*}, A.N.Ponomarev^{2,**}

¹Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, 119526, Russia

²Moscow State Technical University named after N.E. Bauman, Moscow, 105005, Russia

* e-mail: internalwave@mail.ru

** e-mail: holodel@yandex.ru

Received April 21, 2024; revised April 21, 2024; accepted May 14, 2024

In this paper, statistical expressions describing the change in the degree of coherence of broadband laser radiation with an inclined coherence layer in a homogeneous medium are theoretically studied. The case of changes in the spa-

tial coherence of intersecting broadband light beams with parallel layers of coherence is considered. An assessment of the region of coherent interaction for this case is given, and it is determined that the degree of coherence of a dispersed beam decreases noticeably faster with distance than in the case without the use of a dispersive element. Within the framework of the models used, it was found that the violation of coherence during the propagation of a light beam increases with increasing angle of inclination of the coherence layers. The possibility of significantly increasing the area of coherent interaction of intersecting beams as a result of tilting their coherence layers in such a way that by setting a certain value of the angle of their intersection it was possible to obtain parallelism of the coherence layers for them was also studied. In this case, restrictions on the transverse size of the overlapping beams are removed and it becomes possible to use the entire area of their overlap. A general scheme for constructing the asymptotics of the obtained analytical solutions was outlined. It is shown that the universal nature of asymptotic methods for calculating wave impulses can be supplemented with some universal heuristic conditions and criteria for the applicability of these methods. These criteria provide internal control over the applicability of the asymptotic methods used, and in a number of cases, based on the formulated criteria, it is possible to evaluate wave fields where these methods are not applicable. This opens up wide possibilities for analyzing wave patterns as a whole, which is important both for the correct formulation of theoretical studies and for carrying out evaluation calculations during experimental or field measurements of wave packets of laser radiation.

Key words: wavefront reversal, broadband laser radiation, coherence, dispersive element, loop circuit.

REFERENCES

1. Goldin Y.A., Vasilev A.N., Lisovskiy A.S., Chernook V.I. Results of Barents Sea airborne lidar survey. *Proc. SPIE*, 2017. Vol. 6615. 66150E.
2. Churnside J.H., Brown E.D., Parker-Stetter S., Horne J.K., Hunt G.L., Hillgruber N., Sigler M.F., Volenweider J.J. Airborne remote sensing of biological hot spot in the Southeastern Bering Sea. *Remote Sensing*, 2011. Vol. 3. Pp. 621–7626.
3. Coney A., Damzen M.J. High-energy diode-pumped alexandrite amplifier development with applications in satellite-based lidar. *J. of Optical Society of America B: Optical Physics*, 2021. Vol. 38. Pp. 209–216.
4. Bulatov V.V., Ponomarev A.N. Razvitie teoreticheskogo metoda v oblasti nelinejnogo vzaimodejstviya shirokopolosnih svetovih voln v slozhnih sredah [The development of the theoretical method in nonlinear interaction of wideband light waves in complex media]. *Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev*, 2021. Vol. 3. Pp. 7–19 (in Russian).
5. Bulatov V.V., Ponomarev A.N. O vozmozhnosti ululsheniya kachestva izobrazeniya lazernoj lokasii pri distansionnom zondirovanii [On the possibility of improving the quality of laser ranging images in remote sensing]. *Processi v Geosredah*, 2021. Vol. (30), Pp. 1331–1336 (in Russian).
6. Bulatov V.V., Ponomarev A.N. About the possibility of improving the image quality of laser location in the process of remote sensing of the water surface. *Processes in GeoMedia. Volume VI*, 2023. Springer Geology. Springer Nature Switzerland AG, Cham, Switzerland. Pp. 277–285.
7. Smith G., Shardlow P.C., Damzen M.J. High-power near-diffraction-limited solid-state amplified spontaneous emission laser devices. *Optics Letters*, 2007. Vol. 32. Pp. 1911–1916.
8. Jayet B., Huignard J.-P., Ramaz F. *Optical Optics Letters*, 2013. Vol. 38(8). Pp. 1256–1266.
9. Garmire E. Stimulated Brillouin Review: Invented 50 Years Ago and Applied Today. *International J. of Optics*, 2018. Article ID 2459501.
10. Cronin-Golomb M., Fisher B., White Y.O., Yariv A. Theory and application of four-wave mixing in photorefractive media. *IEEE J. of Quantum Electronics*, 1984. Vol. 20(1). Pp. 12–28.
11. Odintsov V.I., Sokolova E.Yu., Krupenin A.I., Ponomarev A.N., Terehin R.I. FWM Broad-band optical Beams with tilted Coherence Layers. *Proceedings SPIE. ICONO'95. Nonlinear Optical Interactions and Wave Dynamics*. 1995. St. Petersburg, Russia. Published by SPIE. Vol. 2800. Pp. 247–253.
12. Okulov A.Y. Twisted speckle entities inside wave-front reversal mirrors. *Phys. Rev.* 2009, vol.80(1), pp.013837.
13. Born M., Wolf E. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Cambridge University Press, 1999. 952 p.
14. Ritov S.M. *Vvedeniye v statisticheskuyu radoifiziku* [Introduction to statistical radiophysics]. Part 1. Moscow, Nauka Publ., 1976, 494 p.
15. Ahmanov S.A., Djakov Yu.E., Chirkin A.S. *Vvedeniye v statisticheskuyu radoifiziku I optiku* [Introduction to statistical radiophysics and optics]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 640 p.
16. Borovikov V.A., Kinber B.Ye. *Geometrical theory of diffraction*. London: IEE electromagnetic waves. Series 37, 1994, 390 p.
17. Borovikov V.A. *Uniform stationary phase method*. London: IEE electromagnetic waves. Series 40, 1994, 233 p.
18. Kravtsov Y., Orlov Y. *Caustics, catastrophes, and wave fields*. Berlin: Springer, 1999. 228 p.