

АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ИСЧЕРПАНИЯ НЕВОЗОБНОВЛЯЕМЫХ ТРАДИЦИОННЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕСУРСОВ

© 2019 г. В. В. Харитонов^{а,*}, Ю. А. Ульянин^б, Д. Е. Слива^а

^а Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, 115409, Россия

^б АО “Техснабэкспорт”, Москва, 115184, Россия

*e-mail: VVKharitonov@mephi.ru

Поступила в редакцию 04.04.2019 г.

После доработки 25.04.2019 г.

Принята к публикации 26.04.2019 г.

Предложена новая математическая модель для прогнозирования динамики истощения невозобновляемых (ископаемых) ресурсов (углеводородов, урана, других металлов и т.п.). В предлагаемой модели сохранены преимущества и устранены недостатки предыдущих моделей разных авторов. Исходными (известными) параметрами модели являются: разведанный остаточный объем ископаемого ресурса (извлекаемого традиционными методами) M , годовой объем G_0 и темп роста добычи ресурса k_0 в начальный период прогнозирования. Получены аналитические выражения для расчета динамики годовой добычи и кумулятивного извлечения ресурсов Q , а также пика годового объема добычи G_M и периода времени до его наступления T_M в зависимости от исходных параметров. Показано, что с ростом извлеченной массы ресурса Q темп изменения скорости добычи $k(t) = (dG/dt)/G$ линейно уменьшается от начального положительного значения k_0 , когда $Q = 0$, до конечного (отрицательного) значения $k_\infty = -k_0(1 + 2/\theta)$, когда $Q = M$. Точка пересечения прямой $k(Q)$ с осью Q , где $k = 0$, соответствует пику добычи ресурса. Модель позволяет прогнозировать динамику себестоимости добычи ресурсов. Приведены примеры использования предложенной модели прогнозирования динамики добычи и истощения для таких традиционных энергетических ресурсов как углеводороды и природный уран. Показано, что для оптимистического сценария развития мировой ядерной энергетики с темпом около $k_0 = 3\%$ /год пик добычи урана $G_M \approx 110$ кт/год ожидается в середине века при ресурсах $M = 8$ Мт с оцененной себестоимостью добычи до 260 долл./кгU. Причем, к 2035 году (горизонт прогнозирования Всемирной ядерной ассоциации) может образоваться дефицит добычи природного урана более 25 кт/год (почти половина нынешней годовой добычи). Поскольку в первую очередь будут истощаться месторождения с минимальной себестоимостью добычи (<40 \$/кгU), то для обеспечения заданного темпа развития ядерной энергетики необходимо подключать месторождения со все большей себестоимостью добычи, что приведет к росту себестоимости добычи и, вероятно, рыночных котировок на уран. Приведены результаты расчета динамики добычи урана в Казахстане, Канаде, Австралии, Намибии и Нигере — крупнейших поставщиках урана на мировой рынок. Наиболее быстро будут истощаться ресурсы Казахстана и Канады. Показано также, что ресурсы традиционных источников энергии будут в значительной мере истощены до конца текущего века при существующих технологических и экономических возможностях добычи. Причем, пики добычи традиционных энергетических источников ожидаются до середины века.

Ключевые слова: математическая модель, динамика истощения ресурса, невозобновляемые энергетические ресурсы, разведанный объем ресурса, природный уран, углеводороды, годовой объем добычи, темп роста добычи, себестоимость добычи

DOI: 10.1134/S2304487X19030076

1. ВВЕДЕНИЕ

Впервые математическая модель динамики истощения ограниченного ресурса предложена американским геофизиком Кингом Хаббертом (King Hubbert, 1903–1989), который в 1956 г. теоретически предсказал пик добычи нефти (“peak

oil” или “midpoint”) в США в начале 70-х годов XX-го века, а в мире — около 2000 г. [1–3]. Математически изящная модель динамики истощения ограниченного ресурса, предложенная К. Хаббертом, показала, что для любой заданной географической области — для отдельного место-

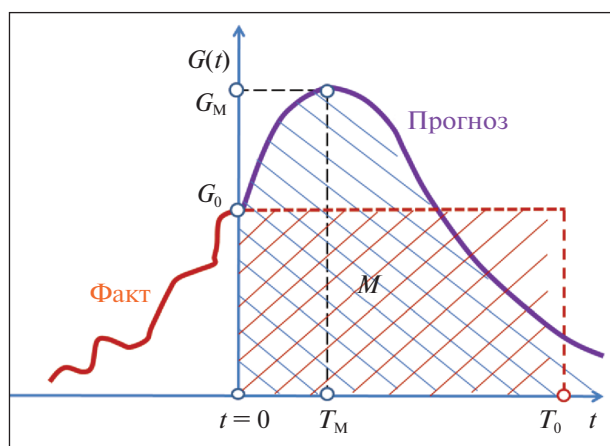


Рис. 1. Схема прогнозирования динамики добычи невозобновляемого ресурса с известным начальным уровнем добычи G_0 и оставшимся в недрах количеством ресурса M . $T_0 = M/G_0$ — период полного истощения при постоянной ежегодной добыче G_0 (“R/P-ratio”).

рождения, страны или для всей планеты, график скорости добычи невозобновляемого ресурса (нефти, газа, урана) по времени должен иметь колоколообразную форму. Добыча сначала быстро нарастает, затем достигает пика (максимума) добычи и после этого уменьшается вплоть до окончательного истощения ресурса или рентабельности продаж. В 1972 году добыча нефти в США действительно достигла пика. Прогноз К. Хабберта в общих чертах оправдался, после чего его работа получила широкое признание и инициировала непрекращающиеся дискуссии о продолжительности не только “нефтяной эры” [4–7], но и “эры технологических металлов” [8–10] и других невозобновляемых ресурсов, включая уран [11–15]. Главный недостаток, на наш взгляд, модели К. Хабберта, связан с выбором исходных данных из прошлой истории добычи. Так, в его модели темп роста добычи на начальном периоде освоения ресурса, отстоящим от настоящего времени на десятки, а то и сотни лет, определяет характер добычи на всей траектории освоения ископаемого, простирающейся на многие десятилетия в будущее. При этом кривая годовой добычи оказывается симметричной относительно максимальной (пиковой) добычи. Однако данные о начальных годах освоения ресурса отличаются волатильностью и не всегда доступны, что отражается в погрешностях прогнозирования добычи.

В работах МИФИ [12–15] предпринята попытка исправить указанный недостаток модели К. Хабберта путем искусственного введения темпа годовой добычи, линейно убывающего с течением времени прогноза. Данная модель, в меньшей степени привязанная к историческому про-

шлому добычи ресурса, позволила получить ряд интересных результатов. Однако, в этой модели искусственно введенная функция темпа изменения годовой добычи приводит к необоснованно быстрому истощению ресурса после прохождения пика его добычи.

Предлагаемая в настоящей статье математическая модель динамического процесса истощения ископаемых ресурсов является модификацией предложенных ранее моделей, нацеленной на устранение их недостатков и развитие новых возможностей прогнозирования, включая прогнозирование себестоимости добычи урана и других традиционных энергетических ресурсов.

2. НОВАЯ МОДЕЛЬ ИСЧЕРПАНИЯ НЕВОЗОБНОВЛЯЕМЫХ РЕСУРСОВ

В новой модели используются **три исходных (известных) параметра** в начале периода прогнозирования: разведанный остаточный объем ископаемого ресурса (извлекаемого традиционными методами) M (тонн), годовой объем добычи G_0 (т/год) и заданный темп роста k_0 (1/год) добычи ресурса. Эти три параметра могут относиться к отдельному месторождению, стране или миру в целом. В любом случае историческая динамика годовой добычи $G(t)$ имеет колоколообразную форму (рис. 1): сначала добыча растет, затем достигает пика, после чего сокращается до истощения либо самого ресурса, либо рентабельности добычи. Подробнее математическая модель описана в приложении.

Согласно разработанной модели прогноз динамики годовой добычи $G(t)$ в году ($t > 0$ — от начала прогноза) описывается аналитическим выражением

$$G(t) = G_0 \frac{(2 + \theta)^2 \exp(T)}{(\exp(T) + 1 + \theta)^2}. \quad (1)$$

Здесь обозначено: $\theta = k_0 M/G_0$ — безразмерный комплекс, составленный из трех исходных параметров, в котором $M/G_0 = T_0$ имеет смысл времени истощения ресурса M при постоянной годовой добыче G_0 . В зарубежной литературе величину T_0 , равную отношению ресурса к его годовой добыче (Reserves-to-Production), именуют “R/P-ratio”, зачастую переводимое на русский язык как “период обеспеченности запасами”. Значения T_0 (R/P-ratio) приводятся, например, в ежегодных отчетах компании British Petroleum для различных энергоресурсов и стран [16]. В формуле (1) для краткости записи обозначено безразмерное время

$$T = \left(k_0 + \frac{2}{T_0} \right) t. \quad (2)$$

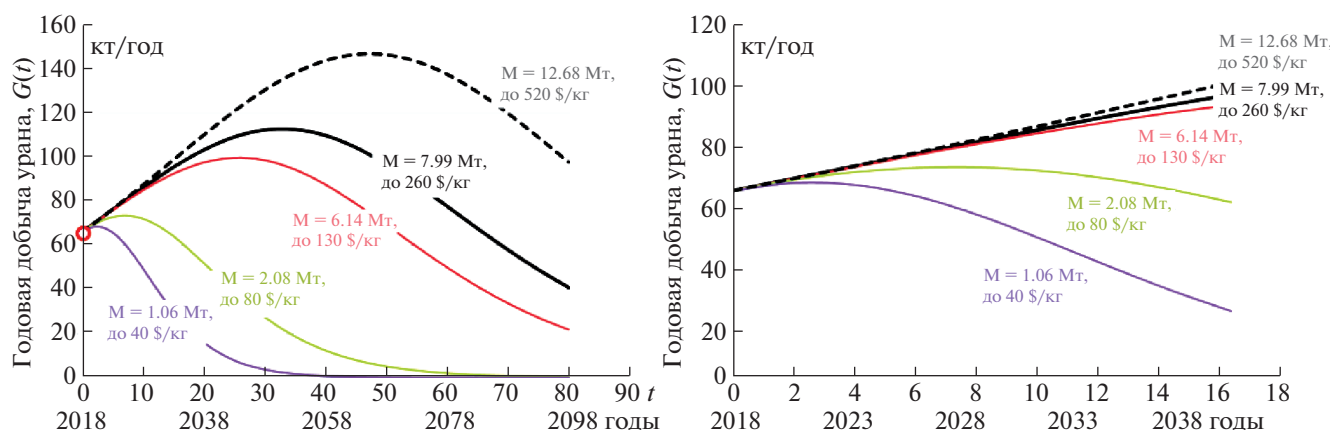


Рис. 4. Динамика истощения ресурсов природного урана в XXI веке (слева) и в ближайшие 15 лет (справа). Расчет по формуле (1) при ресурсах из рис. 3 при начальном уровне добычи $G_0 = 66$ кт/год (2017 г.) и темпе роста $k_0 = 3\%$ /год (близко к высоким сценариям WNA и МАГАТЭ).

суммарных ресурсов (всех четырех ценовых категорий), составляющих ≈ 8 Мт. В ценовом диапазоне 40–80 \$/кгU ресурсов урана также мало (1023 тU). Половина всех ресурсов (4.06 Мт) принадлежит ценовой категории в диапазоне 80–130 \$/кгU. Еще 4.69 Мт не имеют стоимостной оценки (дороже 260 \$/кг). Поэтому в наших прогнозах мы будем ориентироваться на экономически оцененные ресурсы объемом 8 Мт, а в качестве верхней оценки традиционных ресурсов принимаем 12.68 Мт.

Динамика истощения урана. Используя вышеприведенные данные, можно с помощью нашей модели оценить динамику истощения ресурсов урана с разной себестоимостью. По данным Всемирной ядерной ассоциации (WNA – World Nuclear Association) [21] потребность мировой ядерной энергетики в природном уране составила $G_0 = 66$ кт/год в 2017 г. Рассмотрим оптимистичский сценарий WNA развития ядерной энергетики с темпом $k_0 = 3\%$ /год (0.03 год^{-1}). Результаты расчета динамики годовой добычи урана по формуле (1) представлены на рис. 4 и 5. Как следует из рис. 4, пик добычи урана $G_M \approx 113$ кт/год ожидается в середине века ($\theta = 3.63$ при ресурсах $M = 8$ Мт). Если будут вовлечены в добычу ресурсы урана $M = 12.68$ Мт ($\theta = 5.76$) по более высокой цене (более 260 долл./кгU), то пик добычи сместится к началу 60-х годов и достигает 147 кт/год.

Как следует из рис. 4 и 5, сначала истощаются ресурсы самого дешевого урана ($C < 40$ \$/кгU = 15.4 \$/фунт U_3O_8). Для обеспечения сценария развития ядерной энергетики с заданным темпом 3%/год необходимо добывать одновременно и более дорогой по себестоимости уран (в ценовом диапазоне 40–80 \$/год), добыча которого будет нарастать по мере истощения дешевого урана. Поскольку урана в этой ценовой категории чуть

меньше, чем самого дешевого, его ресурсы быстро будут истощаться, что требует одновременной добычи и более дорого урана (в ценовом диапазоне 80–130 \$/год), ресурсы которого значительно больше. Ресурсы наиболее дорого по себестоимости урана (1846 кт) более чем вдвое меньше ресурсов урана предыдущей ценовой категории, поэтому вклад урана с себестоимостью 130–260 \$/кгU (50–100 \$/фунт U_3O_8) в обеспечение сценария развития ядерной энергетики сравнительно не велик. Как показано на рис. 5 (справа), в ближайшие 5 лет потребности мировой ядерной энергетики в природном уране будут удовлетворять, в основном, месторождения с минимальной себестоимостью (около 40 \$/кгU), а к 2032 году на их долю придется менее 30%.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что инерционные сценарии развития ядерной энергетики на тепловых реакторах не позволяют увеличить долю АЭС в мировом производстве электроэнергии в долгосрочной перспективе из-за истощения традиционных ресурсов природного урана.

Средневзвешенная себестоимость добычи урана. Зная динамику добычи урана по разным себестоимостям $G_{40}(t)$, $G_{80}(t)$, ..., $G_{260}(t)$, можно оценить средневзвешенную себестоимость $C(t)$ добычи урана (долл./кг) по формуле

$$C_F(t) = 40 \frac{G_{40}(t)}{G_{260}(t)} + 80 \frac{G_{80}(t) - G_{40}(t)}{G_{260}(t)} + 130 \frac{G_{130}(t) - G_{80}(t)}{G_{260}(t)} + 260 \frac{G_{260}(t) - G_{130}(t)}{G_{260}(t)}. \quad (5)$$

Если бы данные о себестоимости добычи и ресурсах урана содержали не 4, а большее количество ценовых групп, то средневзвешенную себестоимость добычи урана можно было бы оценить

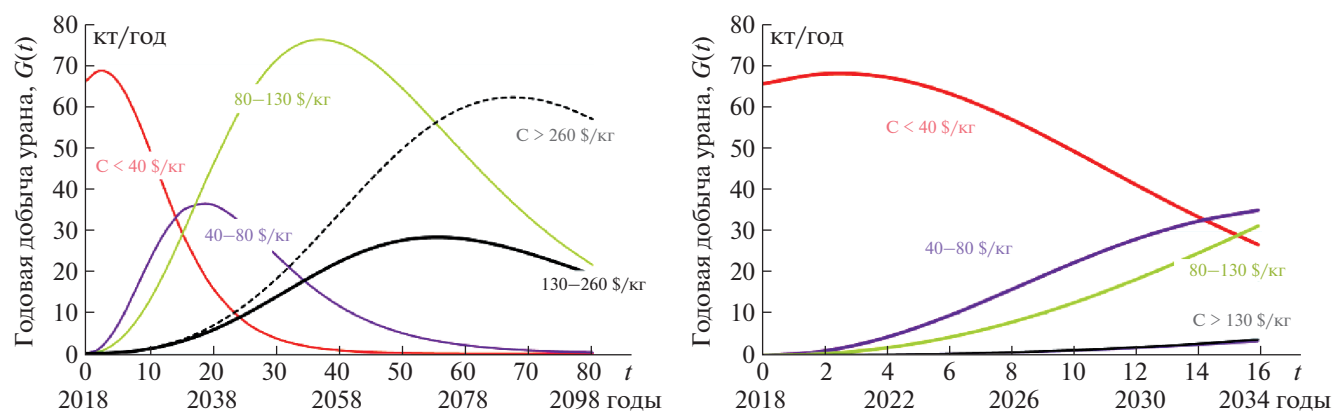


Рис. 5. Прогноз истощения ресурсов природного урана в XXI веке (слева) и в ближайшие 15 лет (справа) в разных диапазонах себестоимости добычи в условиях обеспечения начального темпа развития ядерной энергетики $k_0 = 3\%/год$. Расчет по формуле (1) при ресурсах из рис. 3 и при начальном уровне добычи $G_0 = 66$ кт/год (2017 г.). Кривые на этих рисунках определяются разностью между соседними кривыми из рис. 4.

менее грубо. Однако более подробных данных нет. Представленные на рис. 6 результаты расчета себестоимости добычи урана по формуле (5) показывают, что даже при стагнационном сценарии развития мировой ядерной энергетики ($k_0 \approx 0$) себестоимость добычи урана будет расти. Чем выше темпы развития ядерной энергетики, тем быстрее истощаются дешевые месторождения урана и тем выше темпы роста средневзвешенной себестоимости добычи. При прогнозируемых темпах развития ядерной энергетики $k_0 \approx 3\%/год$ (“высокий” сценарий) через 10–12 лет (к началу 30-х годов) себестоимость добычи может удвоиться. Поскольку рыночные цены (котировки на спот-рынке) ориентируются на наиболее дорогой уран, поставляемый на рынок, то в ближайшие 5 лет рыночные котировки на природный уран могут в 2–3 раза превышать себестоимость наиболее рентабельных месторождений. В связи с ростом себестоимости добычи урана можно ожидать увеличение стоимости обогащенного урана и топливной составляющей стоимости электроэнергии АЭС [14, 22, 23].

Прогноз добычи урана в некоторых странах. Ниже приведены данные из различных источников о ресурсах урана в странах, обладающих объемом извлекаемых ресурсов более 200 ктU (табл. 1). Согласно данным табл. 1 наибольшее количество дешевых месторождений урана (<40 \$/кгU) расположено в Казахстане (481 кт) и Канаде (263 кт), что составляет 70% всех ресурсов этой ценовой категории. Четверть всех извлекаемых ресурсов урана сосредоточена в Австралии (более 2 Мт). Почти 40% всей мировой добычи урана в 2017 г. обеспечил Казахстан. Казахстан располагает 31% всех известных мировых урановых ресурсов в низкой ценовой категории до 80 долларов США за 1 кг урана.

По ряду прогнозов развития ядерной энергетики до 2035–50 гг. темп роста производства электроэнергии на АЭС может составлять 1.5–2.0%/год. Полагая, что такими же начальными темпами должна расти добыча природного урана в странах-поставщиках урана на мировой рынок, можно оценить динамику истощения ресурсов в этих странах. Как следует из рис. 7, где приведены расчеты динамики добычи урана в Казахстане, Канаде, Австралии, Намибии и Нигере – крупнейших поставщиков урана, наиболее быстро будут истощаться ресурсы Казахстана и Канады. Пик добычи урана в Казахстане при заданных

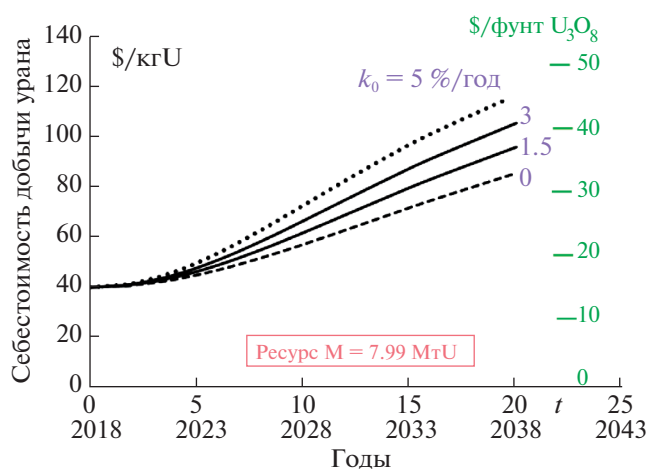


Рис. 6. Динамика роста средневзвешенной себестоимости добычи урана для четырех сценариев развития мировой ядерной энергетики до 2040 г. в условиях истощения ресурсов урана ($M \approx 8$ Мт) при максимальной себестоимости до 260 долл./кгU. Расчет по формуле (5) для различных начальных темпов развития ядерной энергетики и потребности в уране ($k_0 = 0–5\%/год$).

Таблица 1. Распределение извлекаемых ресурсов урана по странам и себестоимости добычи (в килотоннах с округлением до 4-х знаков)

Страна	Извлекаемые ресурсы урана в ценовой категории (Identified resources, recoverable), ктU				Добыча урана в 2017 г., G_0 , тU/год	Период обеспе- ченности запасами, M/G_0 , лет
	<40 \$/кгU	<80 \$/кгU	<130 \$/кгU	<260 \$/кгU		
Австралия	—	—	1818	2055	5882	349
Бразилия	138	229	277	277	0	—
Канада	263	310	514	846	13116	64
Китай	101	222	290	290	1885	154
Казахстан	481	640	842	905	23321	39
Намибия	0	0	442	542	4224	128
Нигер	0	—	280	426	3449	123
Россия	0	40	486	657	2917	225
Ю. Африка	0	230	322	449	308	1458
Украина	0	58	114	219	550	398
Другие 42 страны	75	351	757	1323	3810	347
Всего в мире:	1058	2080	6142	7989	59462	134

Источник: Table 1.2a из [17] “Uranium 2018: Resources, Production and Demand”. NEA No. 7413. NEA, OECD. 2018, 462 p.; WNA-2019 [21]

условиях ожидается до 2027 года и составит чуть более 25 кт/год. В Канаде пик добычи около 15.5 ктU/год ожидается до 2033 г. В Намибии и Нигере, если не будет интенсифицирована добыча (выше темпов 2%/год), пик добычи наступит в начале 50-х годов и не превысит $\approx 5\text{--}6$ ктU/год.

Из рассмотренных стран только Австралия может сохранить возрастающий тренд добычи урана до конца века.

4. ДИНАМИКА ИСЧЕРПАНИЯ ТРАДИЦИОННЫХ УГЛЕВОДОРОДОВ

На рис. 8 приведены кривые исчерпания традиционных ресурсов угля, нефти и газа, рассчитанные по формуле (1) в энергетических единицах, характеризующих количество тепловой энергии, выделяемой при полном сгорании добытых углеводородов. Здесь не учитывается взаимовлияние добычи различных энергоресурсов. Данные об извлекаемых традиционных ресурсах углеводородов, годовой добыче и темпах роста добычи, необходимые для прогнозирования, взяты из материалов [16]. Результаты расчетов близки к полученным в [24].

Как видно, ресурсы традиционных источников энергии будут в значительной мере исчерпаны до конца текущего века при существующих технологических и экономических возможностях добычи. Причем пики добычи традиционных энергетических источников ожидаются до середины века. В настоящее время вклад ядерной энергии в топливо-обеспечение человечества едва превышает 5% (по первичной энергии) и 10.5% по электроэнергии. Мировое потребление первичной энергии увеличивалось за последнее десятилетие с ежегодным приростом около 1.7%/год. Если такие темпы роста потребления

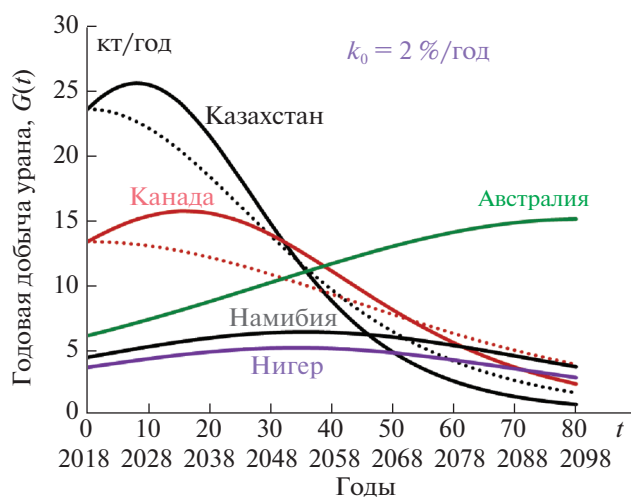


Рис. 7. Прогноз динамики добычи урана в странах — крупнейших его поставщиках на мировой рынок при начальном темпе добычи $k_0 = 2\%$ /год (умеренный, ожидаемый сценарий развития ядерной энергетики мира). Расчет по формуле (1) при исходных данных из табл. 1. Пунктирными линиями показана динамика добычи урана в Казахстане и Канаде при стагнации ядерной энергетики ($k_0 = 0$).

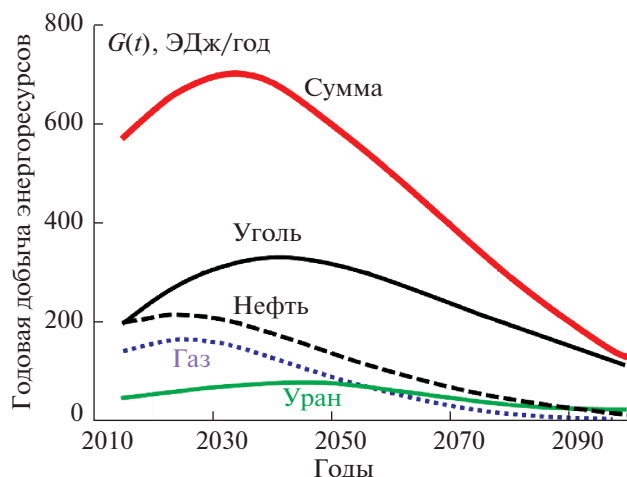


Рис. 8. Прогноз динамики годовой добычи традиционных энергоресурсов (угля, нефти, газа и урана) в мире в энергетических единицах (ЭДж/год = 10^{18} Дж/год; 1 т н.э. = 41.868 ГДж).

ископаемого топлива сохранятся в ближайшие 50 лет, то к 2070 г. годовое энергопотребление увеличится в 2.3 раза по сравнению с 2018 г. Эти потребности будут существенно превышать добычу традиционных энергоресурсов, начиная с 30-х годов текущего века, то есть будет формироваться всевозрастающий дефицит ископаемого топлива.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана новая аналитическая модель динамики истощения невозобновляемых ресурсов. Данная модель использует три исходных параметра, известных по данным накануне прогноза: уровень добычи в минувшем году G_0 (т/год), оставшаяся в Земле масса извлекаемого ресурса M (т) и начальный темп роста добычи k_0 . Эти три величины образуют один безразмерный параметр $\theta = k_0 M / G_0$, существенно влияющий на прогнозируемую динамику добычи. Ограничиваясь тремя исходными характеристиками состояния добычи, мы ограничили функциональную зависимость годовой добычи G от массы извлеченного ресурса Q тремя членами разложения в ряд Маклорена (П.6). Других искусственных предположений в модели нет.

Получены выражения для прогнозирования и мониторинга динамики добычи ископаемых ресурсов, определения максимума (пика) годовой добычи и периода времени до наступления пика добычи. Модель позволяет прогнозировать средневзвешенную себестоимость добычи ресурсов.

Приведены результаты расчета по разработанной модели динамики истощения углеводородов (угля, нефти и газа) и природного урана в ряде

стран. Оценена динамика роста себестоимости добычи урана.

ПРИЛОЖЕНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСЧЕРПАНИЯ НЕВОЗОБНОВЛЯЕМЫХ РЕСУРСОВ

Обозначим массу ежегодной добычи невозобновляемого ресурса в году t через $G(t)$ (т/год) (рис. 1). Поскольку нас интересует будущее (прогноз) добычи, то целесообразно выбрать за начало отсчета времени $t = 0$ настоящий момент, с которого необходимо сделать прогноз. Прошлое (история добычи) соответствует отрицательным значениям $t < 0$, а будущее (прогнозный период) — положительным $t > 0$. Количество добытого ресурса (cumulative production или нарастающим итогом) к некоторому моменту времени t обозначим через $Q(t)$, а полное извлекаемое количество данного ресурса (остающегося в недрах на начало прогноза) обозначим через M :

$$Q(t) = \int_{t=0}^t G(t) dt; \quad M = \int_{t=0}^{\infty} G(t) dt. \quad (\text{П.1})$$

В течение полного цикла добычи от начала прогноза до полного истощения ресурса величина $Q(t)$ монотонно возрастает от 0 до M , а скорость добычи $G(t) = dQ/dt$ (годовая добыча) изменяется от начального значения $G_0 \equiv G(t=0)$ до $G=0$ в конце истощения ресурса. Если длительность полного цикла добычи ресурса достаточно велика, то в целях математического упрощения модели (уменьшения числа малозначимых параметров) можно принять момент полного истощения ресурса далеко в будущем $t = +\infty$.

Таким образом, для начального и конечного состояний прогнозного периода имеем следующие математические условия:

$$\frac{dQ}{dt} = G_0, \quad Q = 0 \text{ при } t = 0; \quad (\text{П.2})$$

$$\frac{dQ}{dt} = 0, \quad Q = M \text{ при } t = +\infty. \quad (\text{П.3})$$

В начале прогнозного периода обычно известен темп изменения добычи k_0 (1/год или %/год), который либо задается стратегией развития добычи, либо отражает существующие тенденции изменения потребности в рассматриваемом ископаемом и сделанные ранее инвестиции в добычу. По определению начальный годовой темп добычи связан со скоростью изменения добычи выражением

$$\frac{1}{G} \frac{dG}{dt} = k(t); \quad k(t=0) = k_0. \quad (\text{П.4})$$

Следуя далее логике К. Хаббарта и учитывая, что волатильность функции $Q(t)$ всегда меньше волатильности подинтегральной функции $G(t)$, выразим скорость добычи $G(t) = dQ/dt$ как функцию от количества

добытого к моменту времени t ресурса $Q(t)$, а не от времени, как это сделано в работах [12–15]:

$$\frac{dQ}{dt} = f(Q). \quad (\text{П.5})$$

Интегрирование этого дифференциального уравнения даст зависимости от времени величин $Q(t)$ и $G(t) = dQ/dt$. Надеясь функцию $f(Q)$ свойствами непрерывности, можно представить ее в виде полинома (или разложения в степенной ряд Маклорена):

$$dQ/dt = c_0 + c_1 Q + c_2 Q^2 + \dots, \quad (\text{П.6})$$

где $c_0, c_1, c_2, \dots$ — коэффициенты, не зависящие от Q . Если ограничиться первыми тремя членами ряда (П.6) и воспользоваться тремя граничными условиями (П.2)–(П.4), то можно определить коэффициенты этого ряда:

$$c_0 = G_0; \quad c_1 = k_0; \quad c_2 = -\left(\frac{G_0}{M^2} + \frac{k_0}{M}\right). \quad (\text{П.7})$$

Подстановка этих выражений в дифференциальное уравнение (П.6) и приведение его к безразмерному виду с помощью переменных $q = Q/M$ и $T = (1 + 2/\theta)k_0 t$, где $\theta = k_0 M/G_0$, дает каноническую форму дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

$$\frac{dq}{c + bq + aq^2} = dT. \quad (\text{П.8})$$

Здесь безразмерные коэффициенты $a = -(1 + \theta)/(2 + \theta)$, $b = \theta/(2 + \theta)$, $c = 1/(2 + \theta)$. Уравнение (П.8) решается стандартными методами в зависимости от знака дискриминанта Δ квадратичного трехчлена в знаменателе (П.8):

$$\Delta = 4ac - b^2 = -1. \quad (\text{П.9})$$

Поскольку дискриминант отрицателен, то решение уравнения (П.6) в форме (П.8) имеет вид

$$T = \ln \frac{q + 1/(1 + \theta)}{q - 1} \quad (\text{П.10})$$

или $q = \frac{\exp T + 1/(1 + \theta)}{\exp T - 1}.$

Дифференцируя полученную функцию $q(t)$ по времени, находим динамику изменения ежегодной добычи невозобновляемого ресурса в виде следующей функции от безразмерного времени T :

$$\frac{G(t)}{G_0} = \frac{1}{G_0} \frac{dQ}{dt} = \theta \frac{dq}{dT} = (2 + \theta)^2 \frac{\exp(T)}{(\exp(T) + 1 + \theta)^2}. \quad (\text{П.11})$$

Как видно, в начале прогнозного периода, когда $T < 1$ и $\exp(T) < 1 + \theta$, годовая добыча растет почти экспоненциально за счет экспоненты в числителе выражения (П.11). При дальнейшем увеличении T экспонента в знаменателе существенно превышает $(1 + \theta)$, а годовая добыча практически экспоненциально уменьшается как $\exp(-T)$.

Дифференцируя $G(t)$ в (П.11) по времени и приравняв производную нулю, находим параметры пика добычи G_M и T_M (3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hubbert M. King* Nuclear Energy and the Fossil Fuels. American Petroleum Institute. Publication No. 95. Shell Development Company. June, 1956. P. 1–40. [Электронный ресурс.] URL: <http://www.hubbart-peak.com/hubbart/1956/1956.pdf>
2. *Hubbert M. King* Energy Resources. A Report to the Committee on Natural Resources; National Academy of Sciences, National Research Council: Washington, DC, USA, 1962. P. 1–141.
3. *Hubbert M. King* Techniques of prediction as applied to the production of oil and gas. US Department of Commerce, NBS Special Publication 631, May 1982. P. 1–141.
4. *Конторович А.Э., Энов М.И., Эдер Л.В.* Долгосрочные и среднесрочные факторы и сценарии развития глобальной энергетической системы в XXI веке. Геология и геофизика. 2014. Т. 55. № 5–6. С. 689–700.
5. *Новикова О.В., Попова М.Н.* Анализ современных представлений о продолжительности “нефтяной эры” и прогноз нефтедобычи в России в первой половине XXI века. Электронный научный журнал “Георесурсы. Геоэнергетика. Геополитика”. 2010. Выпуск 2(2). 12 с.
6. *Bardi U.* Peak oil and The Limits to Growth: two parallel stories. The Oil Drum: Europe, 2008. [Электронный ресурс.] Режим доступа: <http://Europe.theoil-drum.com>
7. *Campbell C.J., Laherrère J.H.* The End of Cheap Oil. Scientific American, March 1998. P. 78–83.
8. *Свердруп Х.* Мир на пике: рассуждения об устойчивом обществе // Газета.ру, 28.12.2011. (Harald Ulrik Sverdrup.) [Электронный ресурс.] Режим доступа: http://gazeta.ru/science/2011/12/28_a_3949529.shtml.
9. Harald Ulrik Sverdrup, Deniz Koca and Kristín Vala Ragnarsdóttir. Peak Metals, Minerals, Energy, Wealth, Food and Population; Urgent Policy Considerations for A Sustainable Society. Journal of Environmental Science and Engineering. B1. 2012. V. 5. P. 499–533.
10. *Санников В.* Тормоза прогресса: технологические металлы // Популярная механика. № 5. С. 60–64. [Электронный ресурс.] Режим доступа: <http://www.popmech.ru/article/5327-tormoza-progressa/>
11. *Supply of Uranium.* <http://www.world-nuclear.org/information-library/nuclear-fuel-cycle/uranium-resources/supply-of-uranium.aspx>
12. *Харитонов В.В., Кабаев К.В.* Аналитическая модель динамики добычи металлов. Цветные металлы. 2012. № 10. С. 20–24.
13. *Харитонов В.В., Крянев А.В., Курельчук У.Н., Дудин Н.Ю.* Аналитический прогноз динамики добычи урана. Экономические стратегии. 2013. № 3. С. 58–72.
14. *Харитонов В.В.* Динамика развития ядерной энергетики. Экономико-аналитические модели. М.: НИЯУ МИФИ, 2014. 328 с.

15. Харитонов В.В., Кабашев К.В., Маликов Р.Р. Долгосрочные тренды истощения традиционных энергетических ресурсов и перспективы ядерной энергетики: Монография, М.: НИЯУ МИФИ, 2016. 96 с.
16. BP Statistical Review of World Energy. June 2017. [Электронный ресурс.] <http://www.bp.com/en/global/corporate/energy-economics/statistical-review-of-world-energy.html>
17. Uranium 2018: Resources, Production and Demand. OECD 2018, NEA No. 7413. Nuclear energy agency, Organisation for economic co-operation and development. 2018, 462 p.
18. World Distribution of Uranium Deposits (UDEPO) 2016 Edition. IAEA-TECDOC-1843. International Atomic Energy Agency. Vienna, 2018. 262 p.
19. Живов В.Л., Бойцов А.В., Шумилин М.В. Уран: геология, добыча, экономика / М.: РИС “ВИМС”, 2012. 304 с.
20. Тарханов А.В. Современные тенденции развития мировой и российской урановой промышленности (2007–2012 гг.). “Минеральное сырье”. Серия геолого-экономическая. № 33. М.: ВИМС, 2012. 53 с.
21. World Nuclear Association. Information-Library. [Электронный ресурс.] <http://www.world-nuclear.org/Information-Library.aspx>
22. Харитонов В.В., Косолапов Н.В., Ульянин Ю.А. Прогнозирование эффективности инвестиций в многоблочные электростанции. Вестник НИЯУ МИФИ, 2018. Т. 7. № 6. С. 545–562.
23. Харитонов В.В., Костерин Н.Н. Критерии окупаемости инвестиций в ядерную энергетику // Известия вузов. Ядерная энергетика. 2017. № 2. С. 157–168.
24. Ульянин Ю.А., Харитонов В.В., Юришина Д.Ю. Перспективы ядерной энергетики в условиях истощения традиционных энергетических ресурсов. Известия вузов. Ядерная энергетика. 2017. № 4. С. 5–16.
25. Ульянин Ю.А., Харитонов В.В., Юришина Д.Ю. Прогнозирование динамики истощения традиционных энергетических ресурсов. Проблемы прогнозирования. 2018. № 2. С. 60–71.

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta “MIFI”, 2019, vol. 8, no. 4, pp. 372–381

Analytical Modeling of Exhaustion Dynamics of Non-Renewable Traditional Energy Resources

V. V. Kharitonov^{a, #}, Yu. A. Uljanin^b, and D. E. Sliva^a

^a National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia

^b Joint Stock Company TENEX, Moscow, 119017 Russia

[#]e-mail: VVKharitonov@mephi.ru

Received April 4, 2019; revised April 25, 2019; accepted April 26, 2019

Abstract—A new mathematical model has been proposed for predicting the exhaustion dynamics of non-renewable (fossil) resources (hydrocarbons, uranium, other metals, etc.). This model preserves the advantages of previous models by different authors and eliminates their disadvantages. The initial (known) parameters of the model are the explored residual volume of the fossil resource (extracted by traditional methods) M , the annual volume G_0 and the growth rate of resource extraction k_0 in the initial forecast period. Analytical expressions have been obtained for calculating the dynamics of annual production and cumulative extraction of resources Q , as well as the peak of annual production of G_M and the time before its occurrence T_M , depending on the initial parameters. It has been shown that the rate of change in the extraction rate $k(t) = (dG/dt)/G$ decreases linearly with an increase in the extracted resource mass Q from the initial positive value k_0 at $Q = 0$ to the final (negative) value $k_\infty = -k_0(1 + 2/\theta)$ at $Q = M$. The point of intersection of the line $k(Q)$ with the Q axis, where $k = 0$, corresponds to the peak of resource extraction. The model allows predicting the dynamics of the cost of resource extraction. Examples of the use of the proposed model for forecasting the dynamics of production and exhaustion for such traditional energy resources as hydrocarbons and natural uranium are given. It has been shown that for the optimistic scenario of development of world nuclear power industry with a rate of about $k_0 = 3\%/yr$, the peak of uranium mining $G_M \approx 110$ kt U/ year is expected in the middle of the century with $M = 8$ Mt resources with an estimated production cost of up to \$260/kg. Moreover, a shortage of natural uranium mining by 2035 (the forecast horizon of the World Nuclear Association) can reach more than 25 kt/yr (almost half of the current annual production). Since the fields with the minimum cost of production ($< \$40/kg$) will be exhausted first of all, to ensure a given rate of development of nuclear power industry, it is necessary to involve the fields with increasing cost of production, which will increase the cost of production and, probably, market quotations for uranium. The results of calculations of the dynamics of uranium mining in Kazakhstan, Canada, Australia, Namibia, and Niger, which are the largest suppliers of uranium to the world market, are presented. The resources of Kazakhstan and Canada will be depleted most quickly. It has also been shown that the resources of traditional energy sources will be largely exhausted before the end of this century under the assumption of the existing technological and economic possibilities of extraction. Moreover, the peaks of extraction of traditional energy sources are expected to the middle of the century.

Keywords: mathematical model, resource exhaustion dynamics, non-renewable energy resources, proven resource volume, natural uranium, hydrocarbons, annual production, production growth rate, cost of production

DOI: 10.1134/S2304487X19030076

REFERENCES

- Hubbert N. King. Nuclear Energy and the Fossil Fuels. American Petroleum Institute. Publication No. 95. Shell Development Company. June, 1956. P. 1–40. Available at: <http://www.hubbertpeak.com/hubbert/1956/1956.pdf>
- Hubbert M. King. Energy Resources. A Report to the Committee on Natural Resources; National Academy of Sciences, National Research Council: Washington, DC, USA. 1962, p. 1–141.
- Hubbert M. King. Techniaues of prediction as applied to the production of oil and gas. US Department of Commerce, NBS Specisl Publication 631, May 1982, p. 1–141.
- Kontorovich A.E., Epov M.I., Eder L.V. Dolgosrochnie i srednesrochnie factory i scenari razvitiya globalnoy energeticheskoy sistemi v XXI veke [Long-term and medium-term factors and scenarios of global energy system in the XXI century]. Geology and Geophysics. 2014. T. 55. № 5–6, p. 689–700 (in Russian).
- Novikova O.V., Popova M.N. Analiz sovremennih predstavleniyo prodolgitelnosti “neftianoy ery” i prognoz neftedobychi v Rossii v pervoy polovine XXI veka [Analysis of modern views on the duration of the “oil era” and the forecast of oil production in Russia in the first half of the 21st century]. Georesources. Geoenergy. Geopolitics. 2010. Vol. 2 (2). 12 p. (in Russian).
- Bardi U. Peak oil and The Limits to Growth: two parallel stories. Nhe Oil Drum: Europe, 2008. Available at: <http://Europe.theoil Drum.com>
- Campbell C.J., Laherrere J.H. The End of Cheap Oil. Scientific America, March 1998. P. 78–83.
- Sverdrup H.U. The world is at its peak: talk about sustainable society. Gazeta.ru, 28.12.2011. Avialable at: http://gazeta.ru/science/2011/12/28_a_3949529.shtml. (in Russian).
- Sverdrup H.U., Kocal D., Ragnarsdottir K.V. Peak Metals, Minerals, Energy, Wealth, Food and Population: Urgent Policy Considerations for A Sustainable Society. Journal of Environmental Science and Engineering B 1(5). 2012, p. 499–533.
- Sannikov V. Tormoza progressa: tehnologicheskie metally. [Brakes of progress: technological metals]. Popular mechanics. 2009. № 5. C. 60–64. Avialble at <http://www.popmech.ru/article/5327-tormoza-progressa/>. (In Russian.)
- Supply of Uranium. Available at: <http://www.world-nuclear.org/information-library/nuclear-fuel-cycle/uranium-resources/supply-of-uranium.aspx>
- Kharitonov V.V., Kabashev K.V. Analiticheskaya model’ dinamiki dobichi metallov [Analytical Model of Metals Mining Dynamics]. Tsvetnye Metally. 2012. № 10. p. 20–24 (in Russian).
- Kharitonov V.V., Kryanev A.V., Kurelchuk U.N., Dudin N.Y. Analitichesky prognoz dinamiki dobichi urana [Analytical forecast of uranium mining dynamics]. Economic strategies. 2013. № 3. Pp. 58–72.
- Kharitonov V.V. Dinamika razvitiya yadernoy energetiki. Ekonomiko-analiticheskie modeli [Dynamics of nuclear energy developmktent. Economic models]. Moscow. MEPhI Publ., 2014. 328 p. (in Russian).
- Kharitonov V.V., Kabashev K.V., Malikov R.R. Dolgosrochnye trendy ischerpaniya traditsionnykh energeticheskikh resursov i perspektivy yadernoy energetiki [Long-term Exhausting Trends of Traditional Energy Resources and Nuclear Energy Perspectives]. Monograph. Moscow. MEPhI Publ., 2016. 96 p. (in Russian).
- BP Statistical Review of World Energy. June 2017. Available at: <https://www.bp.com/en/global/corporate/energy-economics/statistical-review-of-world-energy.html>
- Uranium 2018: Resources, Production and Demand. OECD 2018, NEA No. 7413. Nuclear energy agency, OECD. 2018. 462 p.
- World Distribution of Uranium Deposits (UDEPO) 2016 Edition. IAEA-TECDOC-1843. International Atomic Energy Agency. Vienna, 2018. 262 p.
- Zhivov V.L., Boytsov A.V., Shumilin M.V. Uran: geology, dobycha, econimica [Uranium: geology, extraction, economocs]. Moscow: All-Russian Scientific–Research Institute of Mineral Raw Materials named after N.M. Fedorovskiy, 2012. 304 p. (in Russian).
- Tarkhanov A.V. Sovremennie tendencii razvitiya mirovoy i rossiyskoy uranovoy promishlennosti (2007–2012) [Modern Trends of World and Russian Uranium Industry (2007–2012 y.y.)]. Minerals. Economic–geological seris, № 33. Moscow: All-Russian Scientific–Research Institute of Mineral Raw Materials named after N.M. Fedorovskiy, 2012. 53 p. (in Russian).
- World Nuclear Association. Information–Library. Available at: <http://www.world-nuclear.org/Information-Library.aspx>
- Kharitonov V.V., Kosolapova N.V., Uljanin Y.A. Prognozirovanie effektivnosti investitsiy v mnogoblochnie elektrostancii [Analytical Forecasting of Investment Performance in Multi–Unit Power Plants]. Vestnik Natsional’nogo issleodvatel’skogo yadernogo universiteta “MIFI”, 2018, vol. 7, no. 6, pp. 545–562 (in Russian).
- Kharitonov V.V., Kosterin N.N. Kriterii okupaemosti investitsiy v yadernouyu energetiku [Criteria of return on investment in nuclear energy]. Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika, 2017. № 2. P. 157–168 (in Russian).
- Uljanin Y.A., Kharitonov V.V., Yurshina D.Yu. Perspektivy yadernoy energetiki v usloviyah ischerpaniya traditsionnykh energeticheskikh resursov [Nuclear perspectives at exhausting trends of traditional energy resources]. Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika, 2017. № 4. P. 5–16 (in Russian).
- Uljanin Y.A., Kharitonov V.V., Yurshina D.Yu. Prognozirovanie dinamiki ischerpaniya tradicionnykh energeticheskikh resursov [Forecasting the Dynamics of the Depletion of Conventional Energy Resources]. Forecasting problems. 2018. № 2. P. 60–71 (in Russian).