

УДК 519.63, 616.314-089.843

Применение математического моделирования и цифровых технологий для оптимизации планирования дентальной имплантации

© 2025 г. К. Д. Савин¹, А. В. Хрестин², Т. В. Брайловская^{1,3}, П. Н. Рябов²

¹ ФГБУ НМИЦ «Центральный научно-исследовательский институт стоматологии и челюстно-лицевой хирургии» Минздрава России, Москва, 119991, Россия

² Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», кафедра прикладной математики, Москва, 115409, Россия

³ ФГАОУ ВО «Первый московский государственный медицинский университет им. И.М. Сеченова Минздрава России (Сеченовский университет)», Москва, 119435, Россия

В данной работе проведено численное исследование напряженно-деформированного состояния верхней челюсти человека при жевательной нагрузке с различными вариантами дентальной имплантации. Для получения результатов используется метод конечных элементов. Геометрическая модель построена с использованием реальных компьютерных томограмм пациента с дентальными имплантатами. Показано, что при росте количества имплантатов, в диапазоне от 4 до 8, величина механических напряжений на кости монотонно убывает. Данный вывод позволяет утверждать, что самым безопасным, с точки зрения эксплуатации, является вариант с наибольшим количеством. Показано, что увеличение размеров имплантата снижает величину механических напряжений как на кости, так и на имплантатах. Продемонстрировано влияние различных углов установки задних имплантатов. Полученные в статье выводы не зависят от задаваемых в модели механических свойств кости, в приближении изотропного и однородного материала челюсти в упругой постановке.

Ключевые слова: дентальная имплантация, альвеолярная костная ткань, ортопедические конструкции, математическое моделирование, модель, механика деформируемого твердого тела, математическая модель, инженерный расчет.

Введение

Современная стоматология переживает период интенсивного развития, в значительной степени обусловленного прогрессом в области дентальной имплантации. Дентальная имплантация является современным и эффективным методом восстановления утраченных зубов, который позволяет восстановить функцию жевания, эстетику улыбки и качество жизни пациентов. Благодаря развитию технологий и материалов, имплантация стала более предсказуемой и доступной, что делает ее одним из наиболее предпочтительных решений в протезировании. Постоянное совершенствование методов и материалов способствует повышению успешности процедур и долговечности результатов, что делает дентальную имплантацию актуальной областью стоматологии на сегодняшний день. Данный метод восстановления утраченных зубов уже давно вышел за рамки узкоспециализированной процедуры и стал полноценной частью комплексного стоматологического лечения, обеспечивающей высокие функциональные и эстетические результаты. Однако, несмотря на накопленный клинический опыт и успехи в разработке новых конструкционных материалов, дентальная имплантация по-прежнему остается предметом научных исследований, направленных на повышение ее надежности и предсказуемости.

✉ П.Н. Рябов: pnryabov@mephi.ru

Поступила в редакцию: 11.09.2025

После доработки: 04.10.2025

Принята к публикации: 07.10.2025

EDN GVVRDE

Одной из ключевых задач современной дентальной имплантации является обеспечение длительной и устойчивой интеграции имплантата с альвеолярной костью. Наряду с клиническими аспектами, в настоящее время большое значение приобретают методы численного моделирования, позволяющие глубже понять биомеханические процессы, происходящие в зоне имплантации. В частности, конечно-элементный анализ (FEA) представляет собой эффективный инструмент для оценки напряженно-деформированного состояния системы «имплантат – костная ткань», что особенно актуально при планировании лечения пациентов с различными анатомическими особенностями и степенью атрофии костной ткани.

Актуальность настоящего исследования обусловлена необходимостью оптимизации параметров и количества дентальных имплантатов с точки зрения распределения нагрузок, возникающих при жевательных движениях. Именно неравномерность и концентрация напряжений в определенных зонах являются основными причинами развития костной резорбции и последующей потери имплантатов. В этой связи, особое внимание уделяется влиянию числа, расположения и геометрии имплантатов, а также особенностям протетической конструкции и направления приложенной нагрузки.

Целью данной работы является численное исследование напряженно-деформированного состояния верхней челюсти с различными вариантами дентальной имплантации, с использованием метода конечных элементов. Работа включает в себя построение анатомически достоверной 3D-модели, моделирование жевательной нагрузки в различных клинических сценариях и оценку распределения напряжений в костной ткани и конструкции имплантатов. Особое внимание уделяется сравнению реализаций с различным числом и размером имплантатов, углом их установки, а также различными свойствами костной ткани.

Научная новизна исследования заключается в систематическом подходе к анализу большого числа клинически значимых параметров в условиях, приближенных к реальной анатомии и биомеханике. Практическая значимость работы определяется возможностью использования полученных данных для обоснованного выбора стратегии имплантации и индивидуализации подхода к протезированию.

Анализ производится при помощи метода конечного элемента, требующего разбиения расчетной области на конечно-элементную сетку. В работе использован пакет программ для конечно-элементного моделирования – Ansys.

Описание расчетной модели

Используемая геометрия

Геометрическая модель верхней челюсти построена, опираясь на поверхность, полученную из реальных компьютерных томограмм пациента с дентальными имплантатами (рис. 1a). Стоит отметить, что исходная поверхность неидеальна, в силу методов обработки снимков. Поэтому конечная модель лишь качественно повторяет геометрию верхней челюсти, включая носовую вырезку и небную кость. Сравнение итоговой геометрии и исходной поверхности продемонстрировано на рис. 1b, c, d.

В зависимости от плана установки дентальных имплантатов добавлено соответствующее количество имплантатов, качественно соответствующих параметрам реального коммерческого имплантата «NobelParallel Conical Connection TiUltra NP 3.75×10 mm» длиной 9.5 мм и внешним диаметром 3.75 мм. Вместо полноценной резьбы рассматривается цилиндрическое тело со скосами на одной из граней и небольшими скруглениями на всех ребрах. Под каждый имплантат в челюсти вырезается соответствующее отверстие, внешние края которого скругляются для большего соответствия реальной геометрии челюсти. В случае, если имплантат превышает высоту кости (в области верхнечелюстной пазухи), в области установки дентального имплантата происходит наращивание альвеолярной кости костно-пластическим материалом. Данное действие соответствует процедуре синус-лифтинга или костной пластике на верхней челюсти. Так же при помощи проекции верхней челюсти был создан каркас ортопедической конструкции (в стоматологических терминах «балка»), на которую в реальности фиксируется протез. Для упрощения постановки, каркас и имплантаты рассматриваются как единое целое, в дальнейшем будем называть этот каркас термином «ортопедическая конструкция» или просто «конструкция».

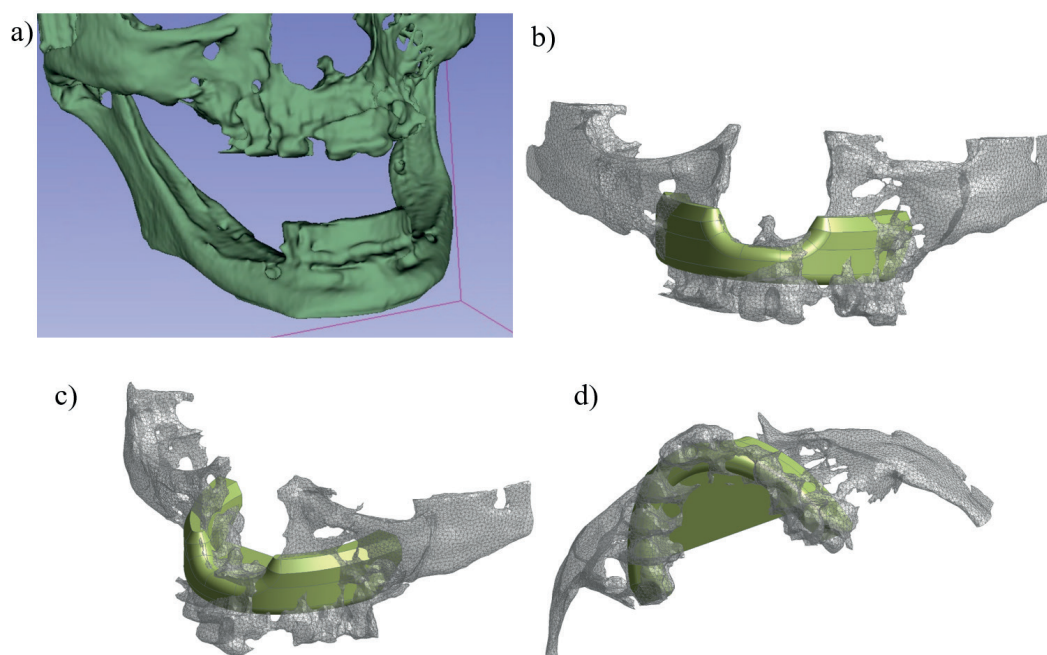


Рис. 1. а) – геометрия челюсти, полученная из снимков КТ; б), с), d) – внешний вид челюсти, полученной из снимков КТ (прозрачным) и итоговой геометрической модели (сплошным)

Количество имплантатов	4 (45°)	4 (30°)	4 (17°)
Геометрия в сборе (сечение)			
Верхняя кость и конструкция			

Рис. 2. Варианты геометрии для 4 имплантатов, при различном угле установки задних

Количество имплантатов	4	6	8
Геометрия в сборе			
Верхняя кость и конструкция (дополнительно указана нумерация)			

Рис. 3. Варианты геометрии для разного количества вертикально расположенных имплантатов

В данной работе рассматриваются различные вариации геометрии, которые можно разделить на две группы (рис. 2 и 3).

Группа № 1 – варианты с четырьмя дентальными имплантатами, с различными углами (к вертикали) для дистальных имплантатов.

Группа № 2 – варианты с вертикальным расположением всех имплантатов. Нумерация имплантатов начинается всегда с одного края и последовательно увеличивается на единицу.

Используемые материалы

Вся верхняя челюсть рассматривается как единое тело, состоящее из изотропного материала, без пор и пазух. Конструкция изготовлена из чистого титана. В открытых источниках можно найти, что значение модуля Юнга для компактной кости лежит в диапазоне 0.4–30 ГПа, а для губчатой кости 0.05–6.5 ГПа [2–7]. В данной работе механические свойства для кости были выбраны в соответствии

Таблица 1. Механические свойства рассматриваемых материалов

Материал	Модуль Юнга, ГПа	Коэфф. Пуассона	Критическое значение по деформации	Критическое значение напряжения, МПа
Титан	105	0.3	–	300
Кость	18	0.3	0.4 %	72

со статьей [1], в которой проводилось моделирование и сравнение с экспериментом схожей задачи, но для нижней челюсти.

Несмотря на тот факт, что большую часть верхней челюсти составляет губчатая кость, значительную часть нагрузки от дентального имплантата воспринимает на себя объем, состоящий из кортикальной кости (наружный слой). Как показано авторами в работе [8], самое напряженное место дентального имплантата, а как следствие и альвеолярной кости, находится у первого витка резьбы имплантата, в области кортикальной кости.

Граничные условия и сеточная модель

В данной работе рассматривается стационарная задача напряженно-деформированного состояния верхней челюсти. Жевательная нагрузка передается на верхнюю челюсть путем приведения нижней. В случае установки ортопедической конструкции, нагрузка вначале передается на конструкцию, после чего на имплантаты, а с имплантатов на верхнюю челюсть. В модели в качестве имитации сжатия челюстей задается сила, величиной 100 [Н], действующая на поверхность «конструкции» (поверхность окрашена красным, вид снизу). При сжатии зубов нижняя челюсть приводится к верхней, с помощью мышц, прикрепленных к височной кости, которая через скуловую кость крепится к верхней челюсти. Получается, что для всего черепа силы, связанные с процессом жевания, являются внутренними и не требуют компенсации извне. Но если рассматривать только часть верхней челюсти, то силу, создаваемую нижней челюстью, нужно скомпенсировать. Это можно сделать путем закрепления части модели.

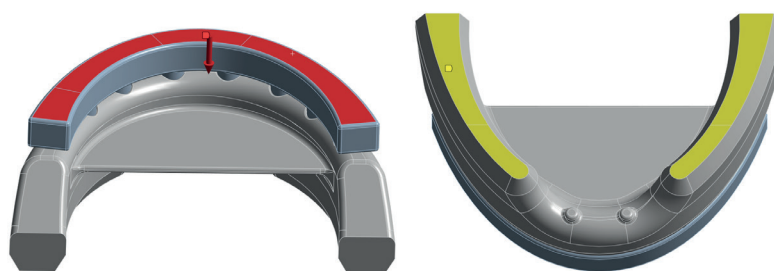


Рис. 4. Визуализация используемых граничных условий: красный – область приложения силы, желтый – область закрепления

Закрепление прикладывается на верхнюю часть челюсти, окрашенную на рис. 4 в желтый цвет, что означает запрет нормальных перемещений для данной поверхности.

Между отверстиями для имплантатов в челюсти и имплантатами попарно задан контакт типа «склейка», не позволяющий поверхностям отрываться и проскальзывать относительно друг друга. Этот контакт аналогичен склеиванию поверхностей, что достаточно хорошо описывает резьбовые соединения. Такой контакт используется в работе [1], где имплантат рассматривается как простой цилиндр, и в работе [8], где учитывается резьба. Для решения контактной задачи применялись метод штрафных функций и итерационный метод пошагового приращения нагрузки Ньютона – Рафсона.

Используемый численный метод требует разбиения геометрии на конечно-элементную сетку. Построена тетраэдральная сетка второго порядка (рис. 5). Характерный размер ячейки на контактных

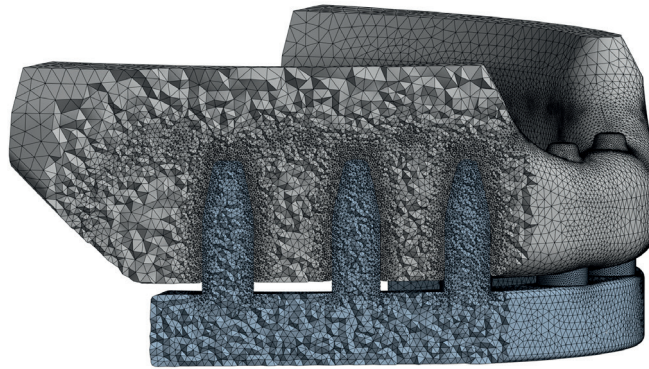


Рис. 5. Конечно-элементная модель, используемая в расчете

поверхностях – 0.15 мм, в области челюсти максимальный размер элемента – 1 мм, а в области конструкции – 0.5 мм. Сетка внутри областей продемонстрирована при помощи сечения модели плоскостью.

Сравнение для разного количества имплантатов

В качестве итоговой величины рассматриваются эквивалентные напряжения по теории Мизеса. В каждой точке геометрии существует 6 независимых напряжений: 3 нормальные компоненты σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} и 3 касательные τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} . Теория Мизеса позволяет свести 6 переменных к одной эквивалентной скалярной величине, что значительно упрощает анализ полученных результатов. Эквивалентное напряжение по теории Мизеса вычисляется по формуле:

$$\sigma_e = \sqrt{0.5 [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]},$$

где σ_1 , σ_2 , σ_3 – главные нормальные напряжения, которые, согласно определению, являются действующими по главным площадкам (то есть площадкам, на которых отсутствуют касательные напряжения).

Для визуального сравнения полученных численных результатов на рис. 6 представлено пространственное распределение эквивалентных напряжений.

Напряжения для альвеолярной кости значительно сконцентрированы вблизи лунки имплантата, и их пиковые значения достаточно сильно отличаются для различного количества установленных дентальных имплантатов. Поэтому цветовые шкалы специально подобраны так, чтобы максимально была видна разница между всеми реализациями. Под словом «реализация», в дальнейшем, будем понимать совокупность геометрической модели и получаемых напряжений для одного конкретного количества имплантатов. Самой напряженной частью альвеолярной кости является поверхность лунки дентального имплантата, а именно две области: первая соответствует основанию лунки, вторая – ее краю. Для титана самыми напряженными частями являются внешняя поверхность имплантата, шейка импланта-

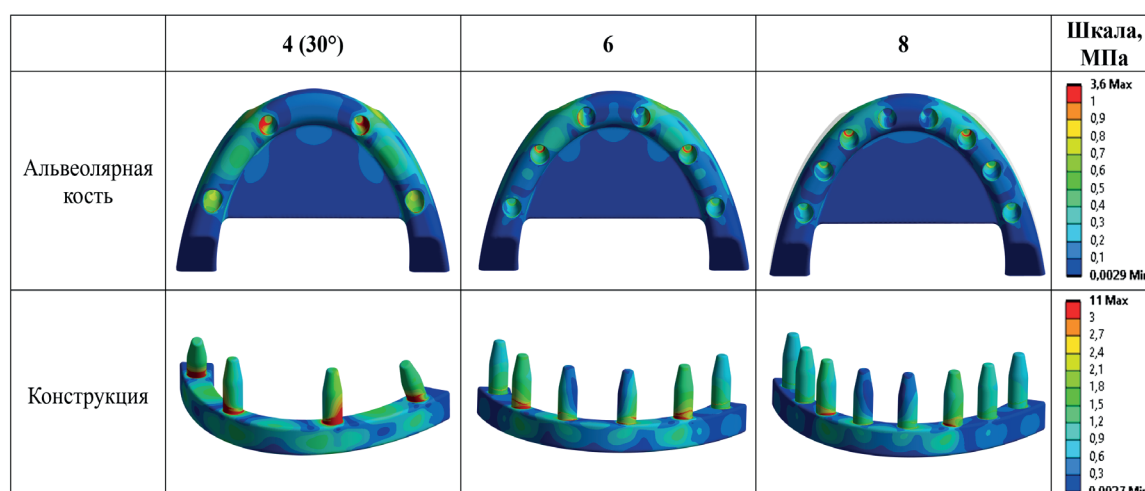


Рис. 6. Распределение эквивалентных напряжений по теории Мизеса для различного количества имплантатов

та, контактирующая с альвеолярной костью, а также область контакта имплантата и ортопедической конструкции. Местоположение максимальных напряжений качественно согласуется с результатами, полученными в [1] и [8].

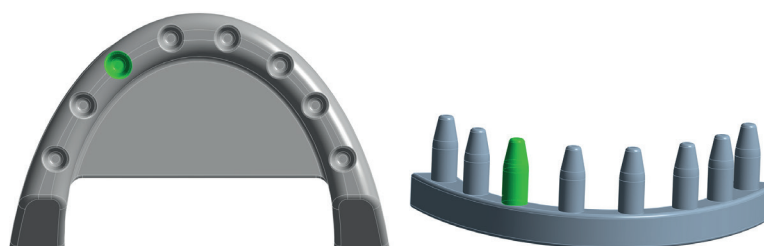


Рис. 7. Визуализация рассматриваемой поверхности лунки (слева) и поверхности имплантата (справа) для имплантата № 3

Для более подробного анализа рассмотрим следующие величины.

1. Выделим поверхность лунки имплантата на челюсти для n -го имплантата.

Пример выделения представлен на рис. 7. Имплантат № 3, поверхность зеленого цвета слева.

2. Определим на этой поверхности максимальное значение напряжения по Мизесу. Эта величина является важной, так как при достижении значения выше критического (предела упругости материала), произойдет пластическая деформация, которая приведет к необратимым изменениям геометрии конструкции и/или костной ткани.

3. Определим на этой поверхности среднее значение напряжения по Мизесу.

Данная величина позволяет понять, как нагрузка распределяется по конкретным имплантатам и соответствующим отверстиям.

4. Аналогично выделим поверхность, принадлежащую конструкции для n -го имплантата (пример выделения для 3-го имплантата зеленым цветом справа).

5. Определим на этой поверхности максимальное значение напряжения по Мизесу.

6. Определим на этой поверхности среднее значение напряжения по Мизесу.

Нагрузки в данной части симметричны, тем не менее, есть небольшая асимметрия, связанная с численным методом. Для удобства отображения, на рис. 8–9 приведены данные только для половины всех имплантатов (с учетом усреднения по двум, для минимизации влияния численного метода).

На основании этих данных найдем четыре величины, для каждой из реализаций (4 имплантата, 6 имплантатов, 8 имплантатов):

1. Максимальные напряжения, возникающие на всей альвеолярной кости.
2. Максимальные напряжения, возникающие на всей конструкции.

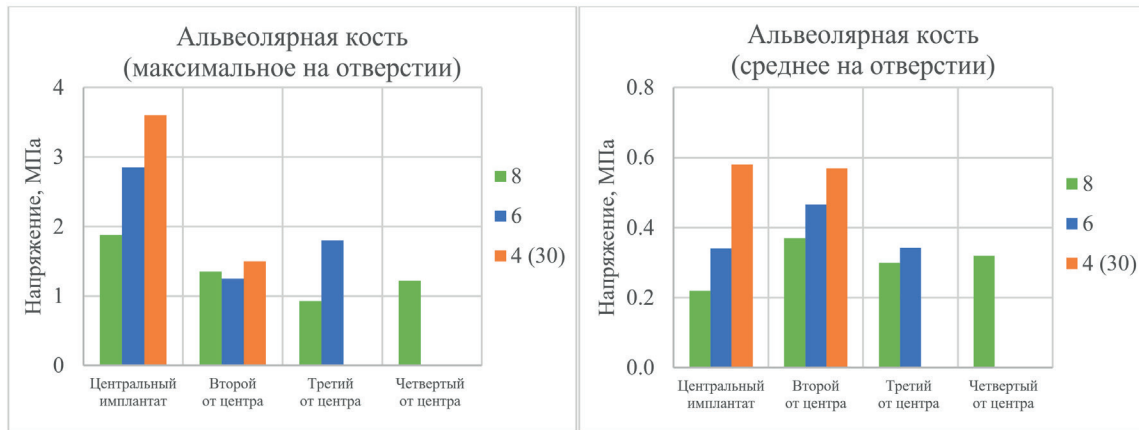


Рис. 8. Распределения максимальных (слева) и усредненных по площади лунки (справа) эквивалентных напряжений для различного количества имплантатов

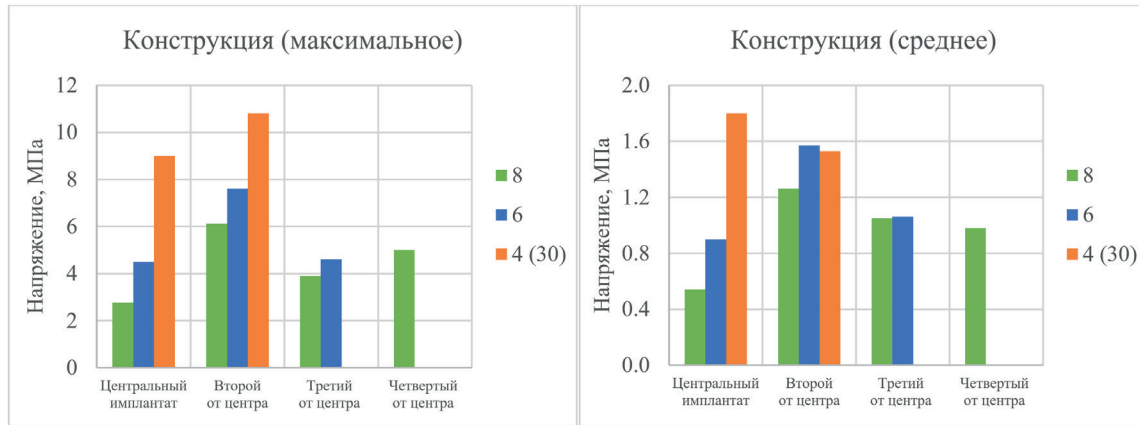


Рис. 9. Распределения максимальных (слева) и усредненных по площади имплантата (справа) эквивалентных напряжений для различного количества имплантатов

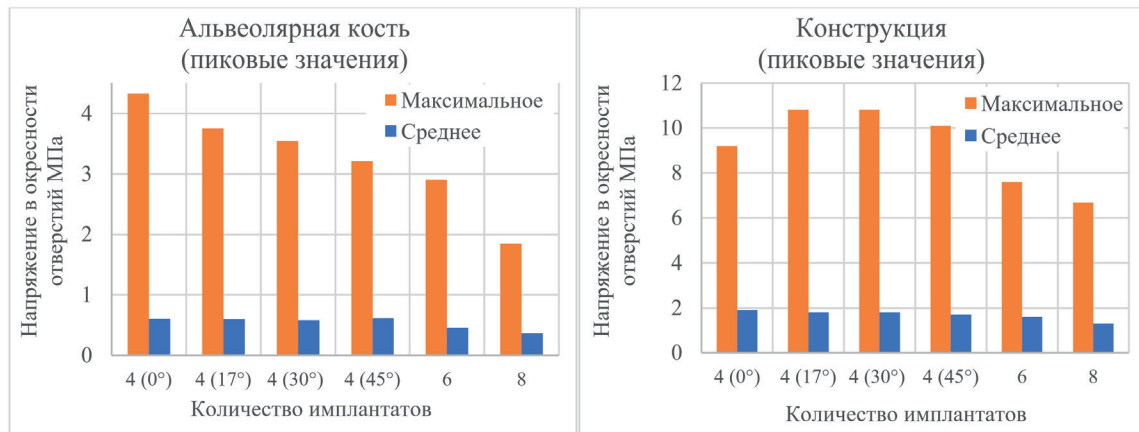


Рис. 10. Распределения пиковых эквивалентных напряжений для различных конструкций с числом имплантатов от 4 до 8, а также различным углом их наклона от 17° до 45° в случае четырех имплантатов

3. Самое большое значение среднего напряжения по отверстию для альвеолярной кости.

4. Самое большое значение среднего напряжения по отверстию для конструкции.

Назовем полученные величины пиковыми.

Из рис. 10 видно, что с увеличением количества имплантатов монотонно уменьшаются пиковые напряжения на челюсти и на конструкции. Сравнивая реализации 4 (30) и 8, уменьшение напряжений

на кости произошло на 47 % по максимальным и на 36% по средним. Для конструкции уменьшение произошло на 38 % по максимальным и 28 % по средним. Откуда следует вывод, что увеличение количества имплантатов (в диапазоне от 4 до 8) значительно снижает риск осложнений при эксплуатации. Помимо этого, мы наблюдаем, что изменение угла наклона в случае четырех имплантатов сказывается не существенным образом на величину максимальной и средней нагрузки.

Влияние размеров имплантатов

Все вышеприведенные расчеты производились для одного имплантата. Для практических приложений полезно понимать, как качественно на результаты влияет изменение размеров имплантата. Дополнительно приведены два расчета, для длины 12.5 мм и диаметров 4.5 мм и исходного 3.75 мм.

Из графиков, особенно из усредненных напряжений, отчетливо видна тенденция. Сравним их попарно. Сравнивая первую (синим) и вторую (оранжевым) реализации, можно понять, как изменяются показатели при увеличении длины имплантата. При увеличении длины на 31 %, напряжения на кости падают на 20 %, а на конструкции на 10 %. Если сравнить третью (серым) и вторую реализации, то можно сделать вывод о влиянии диаметра. При увеличении диаметра на 20 %, напряжения на кости падают на 17 %, а на конструкции на 20 %.

Откуда следует вывод, что увеличение размеров имплантата уменьшает напряжения, возникающие при эксплуатации.

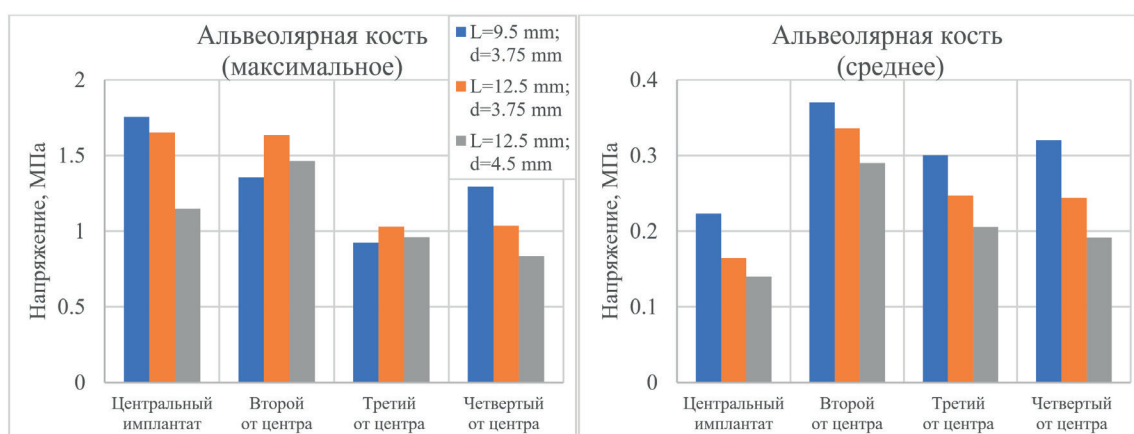


Рис. 11. Распределения максимальных (слева) и усредненных по площади лунки имплантата (справа) эквивалентных напряжений для различных размеров имплантата

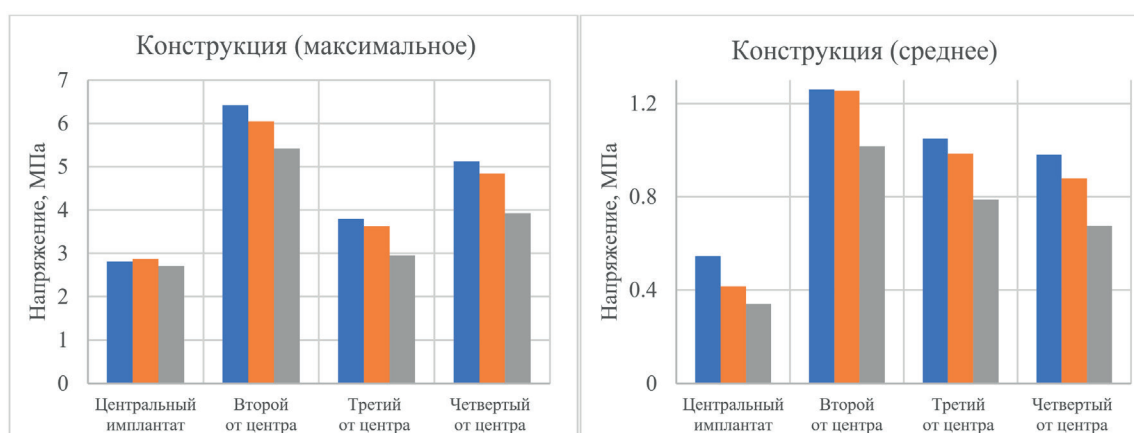


Рис. 12. Распределения максимальных (слева) и усредненных по площади имплантата (справа) эквивалентных напряжений для различных размеров имплантата

Сравнение различных типов костей

Рассмотрим различие между результатами для модуля Юнга (E) 18 ГПа (компактная кость) и 6 ГПа (губчатая кость). Интуитивно ожидается прямо пропорциональное изменение напряжений, с сохранением распределений в объеме и распределений нагрузок по имплантатам. Количество имплантатов взято равным 6.

На рис. 13 видно, что средние напряжения на альвеолярной кости уменьшаются, при уменьшении модуля Юнга. Но в то же время средние напряжения на конструкции возрастают. Для более подробного анализа были построены диаграммы напряжений для каждого из имплантатов (рис. 14–15).

Действительно, заметно уменьшение усредненных напряжений на альвеолярную кость и увеличение на конструкции. Видно, что усредненные значения отличаются не более чем на 33 %. Аналогичная ситуация с максимальными значениями для конструкции, отличие не более 30 %. Для челюсти максимальные значения отличаются не только количественно, но и качественно. Максимальное напряжение – это экстремальная величина, которая чувствительна ко многим факторам. Особенно сильно это проявляется при контакте кривых поверхностей, как в данном случае. Тем не менее, отличие составляет не более 40 %. Учитывая вышесказанное и тот факт, что основной целью работы является демонстрация относительных значений, а не абсолютных, можно сделать вывод, что изменение модуля Юнга качественно не повлияет на выводы статьи.

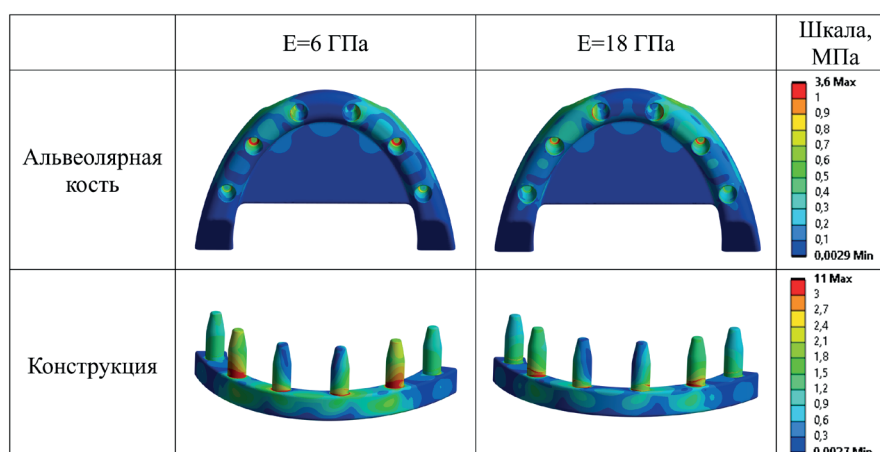


Рис. 13. Распределение эквивалентных напряжений по теории Мизеса для различных механических свойств кости

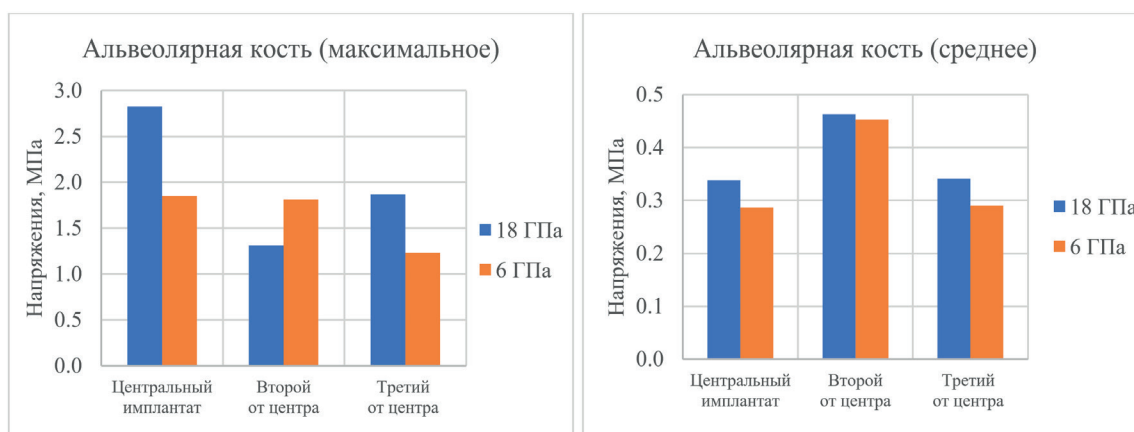


Рис. 14. Распределения максимальных (слева) и усредненных по площади лунки (справа) эквивалентных напряжений для различных модулей Юнга кости

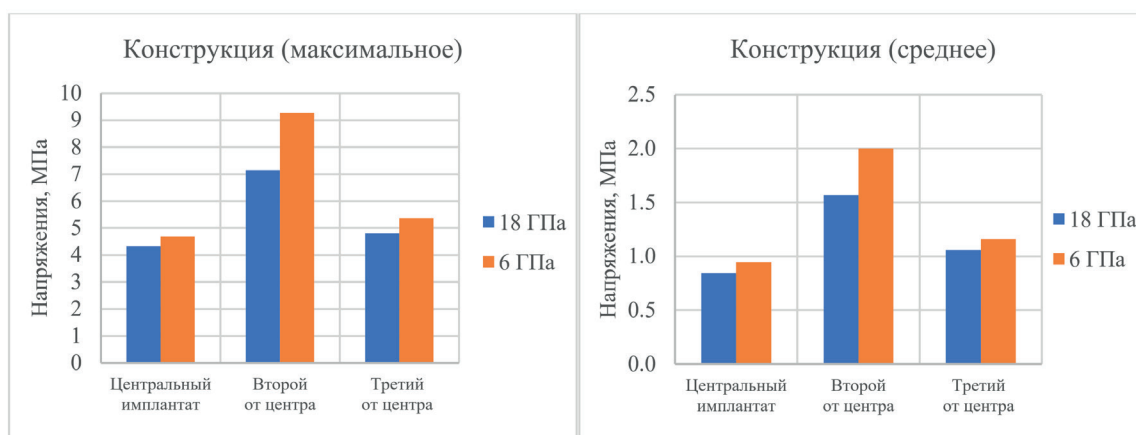


Рис. 15. Распределения максимальных (слева) и усредненных по площади имплантата (справа) эквивалентных напряжений для различных модулей Юнга кости

Выводы

Установка 8 имплантатов снижает максимальные и средние напряжения на альвеолярную кость в области контакта на 41–56 % и 37–40 % соответственно, по сравнению с установкой 4, и на 34 и 20 %, по сравнению с установкой 6.

Самой напряженной частью альвеолярной кости является область, находящаяся ближе к внешнему краю шейки имплантата. Для конструкции самыми напряженными частями являются область соединения шейки имплантата и конструкции.

Увеличение длины и диаметра дентального имплантата снижает напряжения на альвеолярной кости и на конструкции. При увеличении длины на 31 % напряжения на альвеолярной кости падают на 20 %, а на конструкции на 10 %. При увеличении диаметра на 20 %, напряжения на альвеолярной кости падают на 17 %, а на конструкции на 20 %.

При изменении модуля Юнга кости в три раза результаты качественно не изменяются. Что говорит о том, что все вышеописанные выводы справедливы и для иных значений модуля Юнга.

Финансирование

Авторы заявляют об отсутствии источников финансирования.

Конфликт интересов

Конфликт интересов отсутствует.

Вклад авторов

К.Д. Савин – постановка задачи; обработка результатов исследования, выявление закономерностей; верификация результатов; подготовка текста статьи.

А.В. Хрестин – разработка математической модели; проведение численных расчетов; анализ результатов; выявление закономерностей, подготовка текста статьи.

Т.В. Брайловская – формулировка идеи и целей исследования, выбор методов исследования; анализ результатов; подготовка текста статьи.

П.Н. Рябов – разработка математической модели; подготовка текста статьи.

Список литературы

1. *Brunski J.* Biomechanical aspects of the optimal number of implants to carry a cross-arch full restoration // *European Journal of Oral Implantology*, 2014. № 7 (2). P. 111–131.
2. *Хлусов И.А., Пичугин В.Ф., Сурменова М.А., Сурменев Р.А.* Основы биомеханики биосовместимых материалов и биологических тканей: учебное пособие. Томск: Издательство ТПУ, 2023. 163 с.

3. Olson S.A. Designing a biomechanics investigation: choosing the right model // J Orthop Trauma, 2012 Dec. № 26(12). P. 672–677. DOI: 10.1097/BOT.0b013e3182724605

4. Абросимов В.Г. Механические свойства костей, некоторые особенности обмена металлов с биологической средой, анализ конструктивных особенностей имплантов // Вопросы реконструктивной и пластической хирургии, 2008. № 3(26). С. 32–40.

5. Аврунин А.С. Механизм жесткости и прочности кости в норме и при старении организма. Наноразмерная модель // Гений Ортопедии, 2008. № 3. С. 59–66.

6. Акулич Ю.В. Биомеханика адаптационных процессов в костной ткани нижней конечности человека: автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Саратов, 2011. 37 с.

7. Федорова Н.В. Определение напряженно-деформированного состояния контактирующих тел и моделирование их хрупкого разрушения: автореф. дис. ... к-та тех. наук. Новосибирск, 2020. 20 с.

8. Перельмутер М.Н. Исследование напряженно-деформированного состояния стоматологических имплантатов методом граничных интегральных уравнений // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика, 2018. № 2. С. 83–95.

Vestnik Natsional'nogo Issledovatel'skogo Yadernogo Universiteta «MIFI», 2025, vol. 14, no. 5, pp. 402–413

Application of mathematical modeling and digital technologies for optimizing dental implantation planning

K. D. Savin¹, A. V. Khrestin², T. V. Brailovskaya^{1,3}, P. N. Ryabov^{2,✉}

¹ Central Research Institute of Dentistry and Maxillofacial Surgery, Moscow, 119991, Russia;

² National Research Nuclear University «MEPhI» (Moscow Engineering Physics Institute), Department of Applied Mathematics, Moscow, 115409, Russia

³ I.M. Sechenov First Moscow State Medical University (Sechenov University), Moscow, Russia

✉ pnryabov@mephi.ru

Received September 11, 2025; revised October 04, 2025; accepted October 7, 2025

This work presents a numerical study of the stress-strain state of the human maxilla under masticatory load with different dental implantation options. The finite element method was used to obtain the results. The geometric model is constructed using real computed tomography scans of a patient with dental implants. It is shown that as the number of implants increases, in the range from 4 to 8, the magnitude of mechanical stress on the bone monotonically decreases. This finding allows us to state that the option with the largest number of implants is the safest in terms of operation. It has been shown that increasing the size of the implant reduces the amount of mechanical stress on both bones and implants. The influence of different angles of posterior implant placement is demonstrated. The conclusions obtained in the article are independent of the mechanical properties of the bone set in the model, under the approximation of an isotropic and homogeneous jaw material in an elastic formulation.

Keywords: dental implantation, alveolar bone tissue, orthopedic structures, mathematical modeling, model, solid mechanics, mathematical model, engineering calculation.

References

1. Brunski J. Biomechanical aspects of the optimal number of implants to carry a cross-arch full restoration. European Journal of Oral Implantology, 2014. No.7(2). Pp. 111–131.

2. Hlusov I.A., Pichugin V.F., Surmeneva M.A., Surmenev R.A. Osnovy biomekhaniki biosovmestimyh materialov i biologicheskikh tkanej: uchebnoe posobie [Fundamentals of Biomechanics of Biocompatible Materials and Biological Tissues: A Textbook]. Tomsk. TPU Publ., 2023. 163 p.

3. *Olson S.A.* Designing a biomechanics investigation: choosing the right model. *J Orthop Trauma*, 2012 Dec. No. 26(12). Pp. 672–677. DOI: 10.1097/BOT.0b013e3182724605 .
4. *Abrosimov V.G.* Mekhanicheskie svoystva kostej, nekotorye osobennosti obmena metallov s biologicheskoy sredoy, analiz konstruktivnyh osobennostej implantov [Mechanical properties of bones, some features of metal exchange with the biological environment, analysis of the design features of implants]. *Voprosy rekonstruktivnoj i plasticheskoy hirurgii*, 2008. No. 3(26). Pp. 32–40 (in Russian).
5. *Avrunin A.S.* Mekhanizm zhestkosti i prochnosti kosti v norme i pri starenii organizma. Nanourovnevaya model' [Mechanisms of bone stiffness and strength in normal and aging organisms. A nanoscale model]. *Genij Ortopedii*, 2008. No. 3. Pp. 59–66 (in Russian).
6. *Akulich YU.V.* Biomekhanika adaptacionnyh processov v kostnoj tkani nizhnej konechnosti cheloveka. avtoref. Diss. dokt. fiz.-mat. nauk [Biomechanics of adaptation processes in the bone tissue of the human lower limb. Abs. Dr.phys.-math. sci.Diss]. Saratov, 2011. 37 p.
7. *Fedorova N.V.* Opredelenie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya kontaktiruyushchih tel i modelirovanie ih hrupkogo razrusheniya: avtoref. dis. kand. tekh. nauk [Determination of the stress-strain state of contacting bodies and modeling their brittle fracture. Abs. cand. techn. sci. Diss.]. Novosibirsk, 2020. 20 p.
8. *Perel'muter M.N.* Issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya stomatologicheskikh implantatov metodom granichnyh integral'nyh uravnenij [Study of the stress-strain state of dental implants using the boundary integral equation method]. *Vestnik PNIPU. Mekhanika*, 2018. No. 2. Pp. 83–95 (in Russian).