

<https://vestnikmephi.elpub.ru>

# ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЯДЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА «МИФИ»



# ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЯДЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА «МИФИ»

Том 11 № 5 2022 СЕНТЯБРЬ - ОКТЯБРЬ

Основан в июле 2012 г.  
Выходит 6 раз в год  
ISSN: 2304-487X

**Главный редактор**  
М.Н. Стриханов

**Редакционная коллегия:**

А.В. Аксёнов, Pavel Bedrikovetsky,  
А.М. Гальпер, С.Г. Гаранин, Vladimir S. Gerjikov, Н.Н. Евтихийев,  
Yalchin Efendiev, Alexei I. Zhurov, Н.П. Калашников, Н.И. Каргин,  
С.А. Кащенко, О.Н. Крохин,  
Н.А. Кудряшов (*заместитель главного редактора*),  
Raytcho Lazarov, А.И. Маймистов, О.В. Нагорнов, А.Д. Полянин,  
В.В. Цегельник, Б.Н. Четверушкин,  
М.А. Чмыхов (*ответственный секретарь*), William E. Schiesser

*Адрес редакции:* 115409, Москва, Каширское ш., 31,  
Вестник НИЯУ МИФИ  
Интернет: <https://vestnikmephi.elpub.ru>  
Электронная почта: [vestnik@mephi.ru](mailto:vestnik@mephi.ru)

**Москва**  
**НИЯУ МИФИ**

# СОДЕРЖАНИЕ

---

Том 11, № 5, 2022

---

## ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- Параметрическая идентификация тензора теплопроводности в цилиндрических координатах**  
*Н.О. Борщев* 329
- Исследование вольт-амперных характеристик светодиодов видимого диапазона**  
*А.Ю. Рыбальченко, Н.В. Ермолаева, В.И. Ратушный* 343
- 

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

- Методы обработки больших данных в задачах финансового контроля**  
*В.М. Сушков, П.Ю. Леонов* 348
- Имитационная модель системы управления динамической платформой подвижности на базе гексапода для тренажерных комплексов**  
*Л.А. Рыбак, Д.И. Мальшев, Е.В. Гапоненко, В.С. Перевузник, А.А. Волошкин* 358
- Математическая модель с запаздыванием для динамических систем управления**  
*Д.Е. Иванов, О.В. Полехина, Т.Н. Швецова-Шиловская, Е.Н. Морозова, Е.В. Казарезова* 366
- 

## ЯДЕРНАЯ ЭНЕРГЕТИКА И ЯДЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

- Обеспечение условий облучения образцов металла в составе материаловедческой сборки для обоснования продления срока эксплуатации реактора БН-600**  
*Е.С. Кирилова, А.А. Радионьчева, М.Р. Фаракин* 379

# Contents

---

Volume 11, Number 5, 2022

---

## TECHNICAL PHYSICS

- Parametric identification of the heat conductivity tensor in cylindrical coordinates**  
*N.O. Borshchev* 329
- Investigation of volt-ampere characteristics of visible leds**  
*A.Yu. Rybalchenko, N.V. Ermolaeva, V.I. Ratushny* 343
- 

## MATHEMATICAL MODELS AND NUMERICAL METHODS

- Big data processing techniques in financial control tasks**  
*V.M. Sushkov, P.Y. Leonov* 348
- Simulation model of the control system of a dynamic mobility platform based on a hexapode for training complexes**  
*L.A. Rybak, D.I. Malyshev, E.V. Gaponenko, V.S. Perevuznik, A.A. Voloshkin* 358
- Mathematical model with delay for dynamic control systems  
*D.E. Ivanov, O.V. Polekhina, T.N. Shvetsova-Shilovskaya, E.N. Morozova, E.V. Kazarezova* 366
- 

## NUCLEAR POWER AND NUCLEAR TECHNOLOGIES

- Ensuring irradiation conditions for metal specimens within a materials science assembly to validate the BN-600 operation life extension**  
*Ye.S. Kirilova, A.A. Radionycheva, M.R. Farakshin* 379

УДК 536.2.083

## ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕНЗОРА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

© 2022 Н.О. Борщев

*Астрокосмический центр Федерального государственного учреждения науки институт  
им. С.А. Лебедева, Москва, 119991, Россия*

*\*e-mail: moriarty93@mail.ru*

Поступила в редакцию: 4.12.2022

После доработки: 11.12.2022

Принята к публикации: 13.12.2022

При проектировании теплового режима композиционных конструкций и конструкций для которых характерен смешанный вид теплообмена из-за его сложной физико-химической и геометрической структуры, зачастую необходимо знать именно его эффективные теплофизические характеристики. В данной работе предлагается метод восстановления эффективного тензора теплопроводности как функции от температуры на основе минимизации среднеквадратичной ошибки между теоретическим и экспериментальным полем температур в местах установки датчиков температур. Данная методика апробирована на шпангоуте спускаемого космического аппарата «Орел». Поскольку данные задачи считаются некорректными, то необходимо применить регуляризацию, смягчающую погрешность входных зашумленных данных. В качестве метода минимизации выбран алгоритм сопряженных градиентов, как наиболее точный метод первого порядка сходимости.

*Ключевые слова:* обратная задача теплопроводности, коэффициент теплопроводности, базисная функция, регуляризация А.Н. Тихонова.

**DOI:** 10.26583/vestnik.2022.242

### ВВЕДЕНИЕ

При определении теплофизических параметров объекта необходимо иметь представления о его начально-граничных условиях, характерных в ходе проведения экспериментальной тепловой отработки. Вид объекта испытаний представлен на рис. 1.

При спуске в плотных слоях атмосферы Земли на шпангоут воздействует аэродинамический тепловой поток (приходящие стрелки). Одновременно происходит излучение тепловой энергии (уходящие стрелки) в атмосферу.

По торцу стыковочного агрегата (см. рис. 1) расположен шпангоут шириной 200 мм. На корабль и стыковочный агрегат нанесено теплоизолирующее покрытие для предотвращения перегрева при прохождении плотных слоев атмосферы. На переднюю часть шпангоута теплоизоляция не наносится, так как этой частью шпангоута стыковочного агрегата транспорт-

ный корабль сопрягается при стыковке со станцией.

При спуске корабля в плотных слоях атмосферы на него воздействует аэродинамический тепловой поток, достигающий 70 кВт/м<sup>2</sup>. Под воздействием теплового потока температурное поле шпангоута изменяется в широком диапазоне, что может приводить к значительной его деформации.

При проведении термосиловых испытаний на передний торец шпангоута симметрично установлены 12 термопар. По данным термопар идентифицируется его тепловая математическая модель шпангоута для нахождения ориентации главных осей теплопроводности относительно выбранной системы координат (см. рис. 1).

Для идентификации теплофизических характеристик первоочередной задачей является составление тепловой физико-математической модели, по которой будет происходить восстановление целевых характеристик [1–4].

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \right) = C(T) \rho \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \tau}; \quad z \in [0; l_z], \quad \theta \in [0; \pi], \quad \tau > 0.$$

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕНЗОРА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

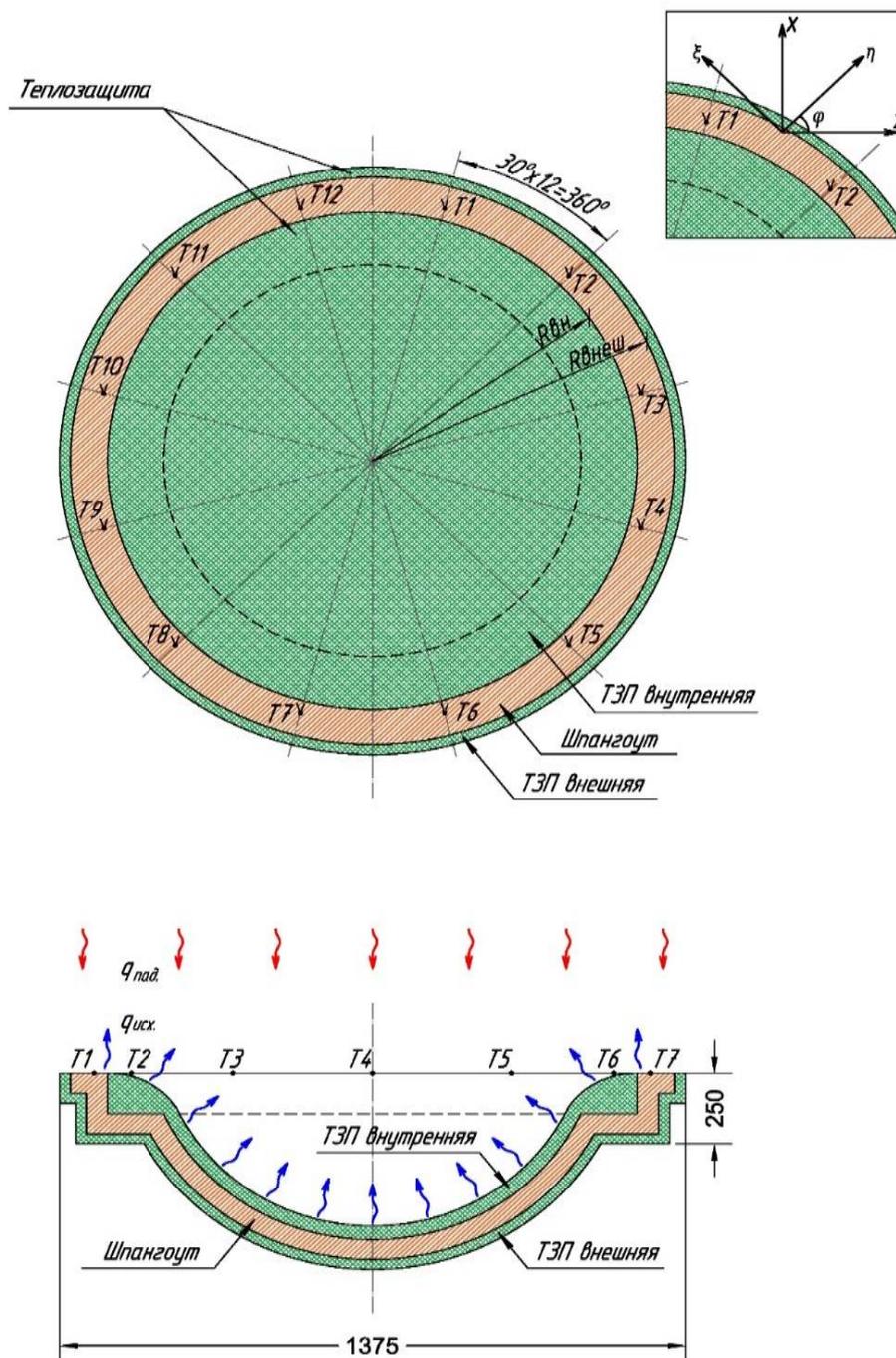


Рис. 1. Расчетная схема АСА в одной плоскости симметрии

Граничные условия будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & - \left[ \lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right] = 0, z \in [0; l_z], \theta = 0, \tau > 0; \\
 & \left[ \lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right] = 0, z \in [0; l_z], \theta = 0, \tau > 0; \\
 & \left[ \lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial r} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right] = 0, z \in [0; l_z], \theta = \pi, \tau > 0;
 \end{aligned}$$

$$-\left[ \lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial r} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right] = 0, z \in [0; l_z], \theta = \pi, \tau > 0.$$

Расчетные формулы по определению эффективного теплового потока имеют вид [5, 7]:

$$q^{pez}(T^4) = \sum_{i=1}^N q_M^{\text{эф}} - \varepsilon_M \sigma T(M, \tau)^4,$$

где эффективный тепловой поток определяется выражением:

$$q_M^{\text{эф}} = \sum_{j=1}^N q_j^{\text{изл}} + \frac{(1-\varepsilon_j)}{F_j} \int_{F_j} q_j(M, \tau) \varphi_{M \rightarrow j} dF_j.$$

Угловой коэффициент переизлучения или ядро интегрального уравнения определяется выражением:

$$\varphi_{M \rightarrow j} = \frac{\cos \theta_M \cos \theta_j}{\pi l^2},$$

где  $\theta_M$  – угол между нормалью к рассматриваемой площадке конструкции и направлением на ИК-имитатор;  $\theta_j$  – угол между нормалью к рассматриваемой площадкой конструкции и направлением на ОИ;  $N$  – количество ИК-имитаторов;  $\varepsilon_M$  – интегральная степень черноты поверхности материала  $i$ -й поверхности;  $T$  – средняя температура  $i$ -й поверхности.

Тепловой конвективный поток определяется следующими зависимостями:

$$q_{i,j}^k = \alpha_k(T)(T(r, \theta, \tau) - T_c),$$

где  $\alpha_k(T)$  – коэффициент теплоотдачи нагреваемого объекта в окружающую среду. Вычисляется этот коэффициент из решения критериального уравнения вида:

$$\alpha_k(T) = Nu_l(T) \frac{\lambda_B(T_c)}{l_{\text{эф}}},$$

где  $\lambda_B$  – коэффициент теплопроводности воздуха,  $\frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$ ;  $l_{\text{эф}}$  – характерный размер (размер, вдоль которого движется тепловой конвективный поток), м;  $T_c$  – температура окружающей среды, К;  $Nu_l(T)$  – критерий Нуссельта.

Рассмотрим задачу восстановления функций:  $\lambda_{zz}(T), \lambda_{\theta z}(T), \lambda_{\theta\theta}(T)$  на основании информации о мгновенных значениях температур в определенных точках замеров тепловых потенциалов цилиндрической области.

Подлежащие определению искомые теплофизические функции  $\lambda_{zz}(T), \lambda_{\theta z}(T), \lambda_{\theta\theta}(T)$  будем искать в следующем виде:

$$\lambda_{\theta\theta}(T) \approx \sum_{m=1}^M \lambda_m^{\theta\theta} N_m(T),$$

$$\lambda_{\theta z}(T) \approx \sum_{m=1}^M \lambda_m^{\theta z} N_m(T),$$

$$\lambda_{zz}(T) \approx \sum_{m=1}^M \lambda_m^{zz} N_m(T).$$

Для аппроксимации компонент вектора теплопроводности воспользуемся линейно-непрерывными базисными функциями:

$$N_m^\lambda(T) = \begin{cases} 0, T < T_{m-1} \\ \frac{T - T_{m-1}}{T_m - T_{m-1}}, T_{m-1} \leq T \leq T_m, \\ \frac{T_{m+1} - T}{T_{m+1} - T_m}, T_{m-1} \leq T \leq T_m, \\ 0, T > T_m, m = \overline{1, M}. \end{cases}$$

Рассмотрим общий подход к построению устойчивых вычислительных алгоритмов решения некорректных задач, предложенный А.Н. Тихоновым [7, 8]. Метод основан на переходе от исходного уравнения первого рода к задаче минимизации целевого функционала невязки между теоретическими величинами и экспериментальными с дополнительным стабилизирующим слагаемым:

$$S(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K ([T(\lambda_p^{(n)}, z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}]^2) d\tau,$$

$$p = \theta\theta, z\theta, zz.$$

Приближенное решение исходной задачи есть экстремаль этого функционала:

$$S(\lambda_p) = \min S(T);$$

где  $\gamma$  – параметр регуляризации, величина которого согласуется с погрешностью задания входных данных, а именно погрешность замеров температур в местах установки термомпар.

Функционал имеет вид

$$S(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K ([T(\lambda_p^{(n)}, z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}]^2 + \frac{1}{2} \gamma(\delta) \|\lambda_p\|^2) d\tau;$$

где норма вычисляется из стабилизирующего функционала первого порядка:

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕНЗОРА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

$$\|\lambda_p\|^2 = \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left[ |\lambda(S)|^2 + \left| \frac{\partial \lambda(S)}{\partial S} \right|^2 \right] d\tau,$$

$$p = \theta\theta, z\theta, zz,$$

где

$$|\lambda(S)| = \lambda_{\theta\theta}(T)^2 + \lambda_{z\theta}(T)^2 + \lambda_{zz}(T)^2;$$

$$\frac{\partial \lambda(S)}{\partial S} = \frac{\lambda^{n+1} - \lambda^{(n)}}{S^{n+1} - S^{(n)}}.$$

Это позволяет гарантировать сходимость приближенных решений к точному в выбранной метрике пространства, а, следовательно, и равномерную сходимость.

В работе используется метод безусловной минимизации функционала  $S(\lambda_p)$  с помощью градиентного метода сопряженных направлений, как наиболее точного метода первого порядка точности, позволяющего достичь требуемой сходимости за минимальное число итераций.

Последовательный алгоритм метода сопряженных градиентов можно представить в следующем виде:

$$\vec{\lambda}^{n+1} = \vec{\lambda}^n + \Delta \vec{\lambda}^{n+1},$$

$$\Delta \vec{\lambda}^{n+1} = -\beta_n p^{(n)}.$$

где

Направление спуска определяется из:

$$\vec{p}^n = \text{grad } S(\vec{\lambda}^n) + \beta_n \vec{p}^{n-1};$$

$$\beta_0 = 0, p^{(0)} = \text{grad } S(\lambda^{(0)});$$

$$\beta_n = \frac{|\text{grad } S(\lambda^{(n)})|^2}{|\text{grad } S(\lambda^{(n-1)})|^2}.$$

Критерием останова итерационного процесса является выражение:

$$|\text{grad } S(\lambda^{(0)})| = \sqrt{\left\{ \sum_{p=1}^3 \left[ \frac{\partial S(\lambda^{(n)})}{\partial \lambda_p} \right]^2 \right\}} \leq \delta_{\text{sum}}.$$

$$L(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left( [T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}]^2 + \frac{1}{2} \gamma(\delta) \left\| \lambda_m^{\theta\theta^2} + \lambda_m^{z\theta^2} + \lambda_m^{\theta\theta^2} \right\| \right) d\tau +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left[ \frac{\Psi(z_j, \theta_k, \tau)}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \right) + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda_{\theta z}(T) \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \right) - C(T) \rho \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \tau} \right] d\tau.$$

В этом случае останов итерационного процесса осуществляется при выполнении условия:

$$L^S \leq \delta_{\text{sum}},$$

где  $\delta_{\text{sum}}$  – погрешность входных данных, вычисленная в той же метрике, что и целевой функционал:

$$\delta_{\text{sum}} = \delta_a + \delta_f + \delta_{\text{окр}},$$

$\delta_f$  – погрешность входных температур, определяемая следующим выражением:

$$\delta_f = \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \delta_L(\tau) d\tau,$$

где  $\delta_L$  – оценка изменения среднеквадратичного отклонения измеренных температур в точке с заданной координатой по времени  $t$  от истинного значения;  $\delta_a$  – погрешности, обусловленные аппроксимацией исходной задачи конечно-разностным аналогом и соответствующей параметризацией искомых функций;  $\delta_{\text{окр}}$  – погрешности округления.

Поэтому погрешностями, связанными с округлением результатов арифметических операций, обычно пренебрегают.

#### СОСТАВЛЕНИЕ ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА НЕВЯЗКИ

Для получения формулы градиента функционала  $J$  будем решать задачу минимизации функционала невязки как задачу на условный экстремум методом множителей Лагранжа при ограничениях, определяемых условиями постановки «прямой» задачи теплообмена [6–11].

Составим функционал  $L$  Лагранжа. При использовании метода регуляризации А.Н. Тихонова, ограничиваясь слагаемыми первого порядка точности, получаем:

СОСТАВЛЕНИЕ ВАРИАЦИИ  
ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА

Дадим теперь векторам значений параметров искомых функций малые возмущения, причем такие, чтобы относительные величины возмущений каждой координаты всех векторов были

одинаковыми, тогда температурное поле также получит приращение некоторой величины.

Таким образом, имеем для искомых теплофизических характеристик следующие приращения.

Для первой компоненты тензора:

$$\lambda_m^{zz}(T + \Delta T) = (1 + \bar{\Delta}) \sum_{m=1}^M \left( \lambda_m^{zz} N_m(T) + \lambda_m^{zz} \frac{N_m(T)}{dT} \Delta T \right) = (1 + \bar{\Delta}) \left( \lambda_{zz}(T) + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \Delta T \right).$$

Для второй компоненты тензора:

$$\lambda_m^{z\theta}(T + \Delta T) = (1 + \bar{\Delta}) \sum_{m=1}^M \left( \lambda_m^{z\theta} N_m(T) + \lambda_m^{z\theta} \frac{N_m(T)}{dT} \Delta T \right) = (1 + \bar{\Delta}) \left( \lambda_{z\theta}(T) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \Delta T \right).$$

Для третьей компоненты тензора:

$$\lambda_m^{\theta\theta}(T + \Delta T) = (1 + \bar{\Delta}) \sum_{m=1}^M \left( \lambda_m^{\theta\theta} N_m(T) + \lambda_m^{\theta\theta} \frac{N_m(T)}{dT} \Delta T \right) = (1 + \bar{\Delta}) \left( \lambda_{\theta\theta}(T) + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \Delta T \right).$$

Тогда первое и третье слагаемые в левой части уравнения теплопроводности примут следующий вид.

Первое слагаемое:

$$\begin{aligned} & (1 + \bar{\Delta}) \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)) \frac{\partial(T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau))}{\partial z} \right) = \\ & = (1 + \bar{\Delta}) \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial r} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) \right] = \\ & = (1 + \bar{\Delta}) \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) \right]; \end{aligned}$$

Третье слагаемое:

$$\begin{aligned} & (1 + \bar{\Delta}) \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda_{\theta\theta}(T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)) \frac{\partial(T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau))}{\partial \theta} \right) = \\ & = (1 + \bar{\Delta}) \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) \right] = \\ & = (1 + \bar{\Delta}) \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) \right]. \end{aligned}$$

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕНЗОРА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

Второе слагаемое в левой части:

$$(1 + \bar{\Delta}) \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{z\theta}(T(\theta, z, \tau) + \Delta T) \frac{\partial(T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau))}{\partial \theta} \right) =$$

$$= (1 + \bar{\Delta}) \frac{2}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{r\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) \right].$$

Тогда возмущенное уравнение теплопроводности при изменении параметров на величину  $\Delta$  будет иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) +$$

$$+ \frac{2}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{r\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) \right] +$$

$$+ \frac{2}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{r\theta}(T) \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) \right] = \frac{C(T)}{1 + \bar{\Delta}} \frac{\partial \Delta T(r, \theta, \tau)}{\partial \tau}.$$

Выражение для возмущенного теплового лучистого удельного потока примет следующий вид при допущении о незначительном вкладе диффузного переизлучения между ИК- и испытуемым объектом на температурное поле объекта: имитаторами

$$q_{\text{эф}}(T + \Delta T) = q_{\text{пад}} - \varepsilon \sigma T(\theta, z, \tau)^4 - 4\varepsilon \sigma T(\theta, z, \tau)^3 \Delta T(\theta, z, \tau).$$

Выражение для возмущенного теплового конвективного потока примет следующий вид:

$$q^k(T + \Delta T) = \alpha_k(T + \Delta T)(T + \Delta T - T_c) = \left( \alpha_k(T) + \frac{d\alpha_k(T)}{dT} \right) (T + \Delta T - T_c).$$

Выражение для производной от коэффициента теплоотдачи по температуре:

$$\frac{\partial \alpha_k(T)}{\partial C_m} = \frac{\lambda_b(T_c)}{l} \frac{\partial Nu_l(T)}{\partial C_m} = \frac{\lambda_b(T_c)}{l} \times$$

$$\times \left[ \frac{3}{16(Gr_l Pr(T_c))^{\frac{3}{4}}} \left( \frac{2Pr(T_c)}{5(1 + 2Pr(T_c))^{\frac{1}{2}} + 2Pr(T_c)} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{\partial Gr_l(T)}{\partial T} \text{ при } Re < 2300; \right.$$

$$\left. \frac{0.0425}{(Gr_l Pr(T_c))^{\frac{3}{4}}} \frac{\partial Gr_l(T)}{\partial C_m} \text{ при } Re > 2300. \right]$$

Выражение для производной от критерия Гросгофа по компоненте тензора теплопроводности  $T$ :

$$\frac{\partial Gr_l(T)}{\partial T} = \frac{g\beta l^3}{\nu(T_c)^2}.$$

Возмущенные граничные условия будут иметь вид:

$$-\left[ \lambda_{z\theta}(T) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \Delta T(\theta, z, \tau) \frac{\partial T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( \lambda_{\theta\theta}(T) + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) \frac{1}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Bigg] = 0, \\
 & \quad z \in [0; l_z], \theta = 0, \tau > 0; \\
 & \left( \lambda_{z\theta}(T) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \\
 & + \left( \lambda_{\theta\theta}(T) + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) \frac{1}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} = 0, \\
 & \quad z \in [0; l_z], \theta = \pi, \tau > 0; \\
 & - \left[ \lambda_{zz}(T) + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \Delta T \frac{\partial T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \right. \\
 & \left. + \left( \lambda_{z\theta}(T) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \right] = 0, \\
 & \quad z = 0, \theta \in [0; \pi], \tau > 0; \\
 & \left( \lambda_{zz}(T) + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \\
 & + \left( \lambda_{z\theta}(T) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} = q^{\text{эф}}(T^4) - q^{\text{к}}(T), \\
 & \quad z = l_z, \theta \in [0; \pi], \tau > 0.
 \end{aligned}$$

Теперь вычтем из возмущенного уравнения теплопроводности невозмущенное, получим уравнение, определяющее поле приращения температур при возмущении параметров на величину  $\Delta$ :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) \right] + \\
 & + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) \right) = C(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \tau}.
 \end{aligned}$$

Выражения для потоков будут иметь следующий вид.

Для диффузного лучистого потока:

$$q_{\text{эф}}(\Delta T) = -4\epsilon\sigma T^3 \Delta T(\theta, z, \tau).$$

Для конвективного естественного потока выражение относительно возмущающей температуры при линеаризации коэффициента теплоотдачи:

$$q^{\text{к}}(\Delta T) = \alpha_{\text{к}}(T) \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\alpha_{\text{к}}(T)}{dT} \Delta T(\theta, z, \tau).$$

Граничные условия будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & - \left[ \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{1}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \right. \\
 & \left. + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \right] = 0, \\
 & \quad z \in [0; l_z], \theta = 0, \tau > 0;
 \end{aligned}$$

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕНЗОРА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

$$\begin{aligned}
 & \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{1}{r} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \\
 & + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \frac{\lambda_{\theta\theta}(T)}{r} \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial \theta} = 0, \\
 & z \in [0; l_z], \theta = \pi, \tau > 0; \\
 & - \left[ \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \right. \\
 & \left. + \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \right] = 0, \\
 & z = 0, \theta \in [0; \pi], \tau > 0; \\
 & \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(\theta, z, \tau) + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} \Delta T(\theta, z, \tau) + \\
 & + \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{\partial z} + \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(\theta, z, \tau)}{r \partial \theta} = -4\varepsilon\sigma T^3 \Delta T(\theta, z, \tau) - \alpha_k(T) \Delta T(\theta, z, \tau) - \\
 & - \frac{d\alpha_k(T)}{dT} \Delta T(\theta, z, \tau), \\
 & z = l_z, \theta \in [0; \pi], \tau > 0.
 \end{aligned}$$

При возмущении параметров искомым функций обобщенный функционал  $L$  (функционал Лагранжа) получит вариацию

$$\Delta L = \delta L + I_1.$$

При решении методом регуляризации А.Н. Тихонова

$$\Delta L = \delta L + I_1 + I_\gamma.$$

Выражение для линейной части приращения функционала невязки имеет вид

$$\delta L(r, \theta, \tau) = \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}] \Delta T(\theta, z, \tau) d\tau.$$

Выражение  $I_1$  получено таким образом, что в него входит

$$\begin{aligned}
 I_1(\theta, z, \tau) = & \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left( \psi(z_j, \theta_k, \tau) \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) \right] + \right. \\
 & \left. + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) \right] + \right. \\
 & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(\theta, z, \tau)}{\partial z} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) \right) - \right. \\
 & \left. - C(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \tau} \right) d\tau; \\
 I_\gamma = & \Delta \gamma [\lambda_m^{zz} + \lambda_m^{\theta z} + \lambda_m^{\theta\theta}] d\tau.
 \end{aligned}$$

Таким образом, запишем новый вид вариации функционала

$$\begin{aligned} \delta L = & \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}] \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) + \\ & + \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left( \Psi(z_j, \theta_k, \tau) \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) \right] + \right. \\ & + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) \right] + \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) \right) - \right. \\ & \left. - C(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \tau} \right) d\tau. \end{aligned}$$

При решении задачи методом А.Н. Тихонова

$$\begin{aligned} \delta L = & \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K ([T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}] \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) + \\ & + \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \left( \Psi(z_j, \theta_k, \tau) \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{\theta\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) \right] + \right. \\ & + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} + \frac{d\lambda_{z\theta}(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) \right] + \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} + \frac{d\lambda_{zz}(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) \right) - \right. \\ & \left. - C(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \tau} + \Delta \gamma [\lambda_m^{zz} + \lambda_m^{\theta z} + \lambda_m^{\theta\theta}] \right) d\tau. \end{aligned}$$

Исходя из условия глобального минимума функционала можно выразить множитель Лагранжа:

$$\Psi(z_j, \theta_k, \tau) = \frac{[T(z_j, \theta_k, \tau) - \tilde{T}] \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta \gamma [\lambda_m^{zz} + \lambda_m^{\theta z} + \lambda_m^{\theta\theta}]}{\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \lambda_{\theta\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \right] + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda_{z\theta}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{zz}(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \right)}$$

#### КОМПОНЕНТЫ ГРАДИЕНТОВ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Для получения формулы градиента целевой функции преобразуем выражение для  $\delta L(r, \theta, \tau)$ . Линейную часть приращения целевого функционала представим в виде:

$$\sum_{m=1}^M \frac{\partial \delta I}{\partial \lambda_m^{zz}} \Delta \lambda_m^{zz} + \sum_{m=1}^M \frac{\partial \delta I}{\partial \lambda_m^{\theta z}} \Delta \lambda_m^{\theta z} + \sum_{m=1}^M \frac{\partial \delta I}{\partial \lambda_m^{\theta\theta}} \Delta \lambda_m^{\theta\theta},$$

который соответствует трактовке градиента функционала в данном конкретном случае (в данной задаче). Второе слагаемое в выражении для  $\delta L$  представим несколько иначе, чем в соотношении для предыдущего функционала. Для этого воспользуемся приведенными выше выражениями для возмущенных значений искомых функций, т.е. выражениями для  $\lambda_m^{zz}(T + \Delta T)$ ,  $\lambda_m^{\theta z}(T + \Delta T)$ ,  $\lambda_m^{\theta\theta}(T + \Delta T)$ .

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕНЗОРА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

Другой вид возмущенного уравнения теплопроводности при изменении параметров на величину  $\Delta$  будет иметь вид:

первое слагаемое

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{m=1}^M (\lambda_m^{zz} + \Delta \lambda_m^{zz}) \left( N_m(T) + \frac{N_m(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial (T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau))}{\partial z} \right).$$

третье слагаемое

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sum_{m=1}^M (\lambda_m^{\theta\theta} + \Delta \lambda_m^{\theta\theta}) \left( N_m(T) + \frac{N_m(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial (T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau))}{\partial \theta} \right)$$

второе слагаемое в левой части

$$\frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{m=1}^M (\lambda_m^{z\theta} + \Delta \lambda_m^{z\theta}) \left( N_m(T) + \frac{N_m(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial (T(\theta, z, \tau) + \Delta T(\theta, z, \tau))}{\partial \theta} \right).$$

Теперь, как и раньше, вычтем из возмущенного уравнения теплопроводности невозмущенное, чтобы получить уравнение, определяющее поле приращения температур при возмущении параметров на величину  $\Delta$ .

Таким образом, перепишем наш функционал в немного другом виде:

$$\begin{aligned} \Delta L(r, \theta, \tau) = & \sum_{m=1}^M \frac{\partial \delta I}{\partial \lambda_m^{zz}} \Delta \lambda_m^{zz} + \sum_{m=1}^M \frac{\partial \delta I}{\partial \lambda_m^{\theta r}} \Delta \lambda_m^{\theta r} + \sum_{m=1}^M \frac{\partial \delta I}{\partial \lambda_m^{\theta\theta}} \Delta \lambda_m^{\theta\theta} + \\ & + \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \{ (\Psi(z_j, \theta_k, \tau) \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sum_{m=1}^M \Delta \lambda_m^{\theta\theta} \left( N_m(T) + \frac{dN_m(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial \theta} \right) \right] + \right. \\ & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sum_{m=1}^M \lambda_m^{\theta\theta} (N_m(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} + \frac{N_m(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \Delta T) \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{m=1}^M \Delta \lambda_m^{zz} \left( N_m(T) + \frac{N_m(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{m=1}^M \Delta \lambda_m^{zz} \left( N_m(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} + \frac{N_m(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial z} \Delta T \right) \right) + \\ & + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{m=1}^M \Delta \lambda_m^{z\theta} \left( N_m(T) + \frac{N_m(T)}{dT} \Delta T \right) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial \theta} \right) + \\ & + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{m=1}^M \lambda_m^{z\theta} \left( N_m(T) \frac{\partial \Delta T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} + \frac{N_m(T)}{dT} \frac{\partial T(z_j, \theta_k, \tau)}{\partial \theta} \Delta T \right) \right) - \\ & \left. - \frac{\partial C(T)}{\partial T} \Delta T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta \gamma [\lambda_m^{zz} + \lambda_m^{\theta z} + \lambda_m^{\theta\theta}] \right\} d\tau. \end{aligned}$$

Выражение для первой компоненты тензора теплопроводности:

$$\frac{\partial \delta L}{\partial \lambda_m^{zz}} = - \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \Psi(\theta, z, \tau) \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sum_{m=1}^M N_m(T) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial z} \right] + \Delta \gamma \lambda_m^{zz} \right] d\tau.$$

Выражение для второй компоненты тензора теплопроводности:  
при использовании метода А.Н. Тихонова

$$\frac{\partial \delta L}{\partial \lambda_m^{\theta z}} = - \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{\Psi(z_j, \theta_k, \tau)}{r^2 \partial \theta} \left[ \left( \sum_{m=1}^M N_m(T) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial \theta} \right) + \Delta \gamma \lambda_m^{\theta z} \right] d\tau;$$

при использовании метода А.Н. Тихонова

$$\frac{\partial \delta L}{\partial \lambda_m^{\theta \theta}} = -2 \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{\Psi(z_j, \theta_k, \tau)}{r \partial z} \left[ \left( \sum_{m=1}^M N_m(T) \frac{\partial (T(z_j, \theta_k, \tau) + \Delta T(z_j, \theta_k, \tau))}{\partial \theta} \right) + \Delta \gamma \lambda_m^{\theta \theta} \right] d\tau.$$

Результаты теплофизических испытаний проводились при воздействии аэродинамической падающей тепловой нагрузки. Угловое распределение по пространству шпангоута и элементов теплозащитного покрытия (сфера ТЗП, кольцо ТЗП) представлены на рис. 2.

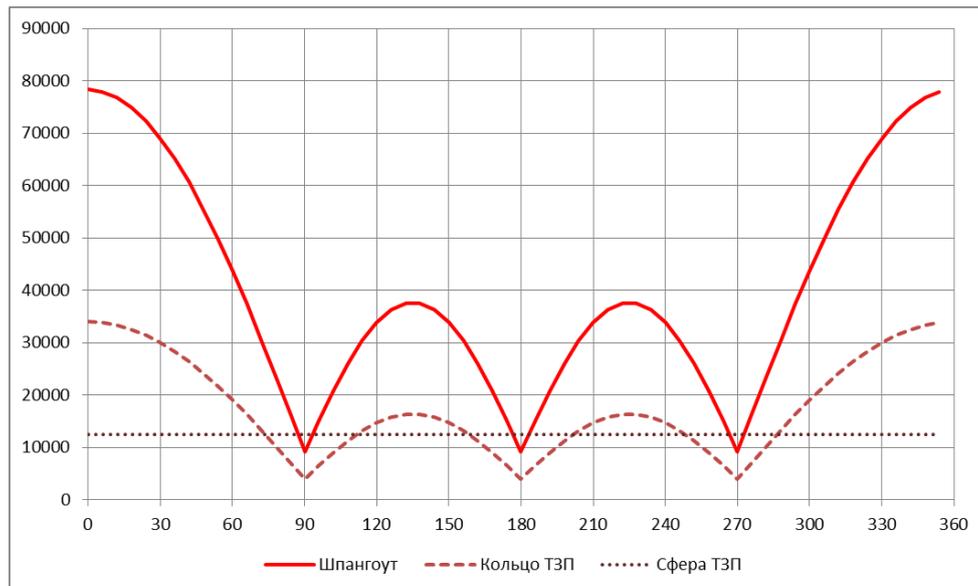


Рис. 2. Угловое распределения потоков для трех рассматриваемых зон при максимальной тепловой нагрузке

Замеры экспериментальных температур в местах установки датчиков температур как функция от времени представлены на рис. 3, где Тп<sub>i</sub> – место установки термопары.

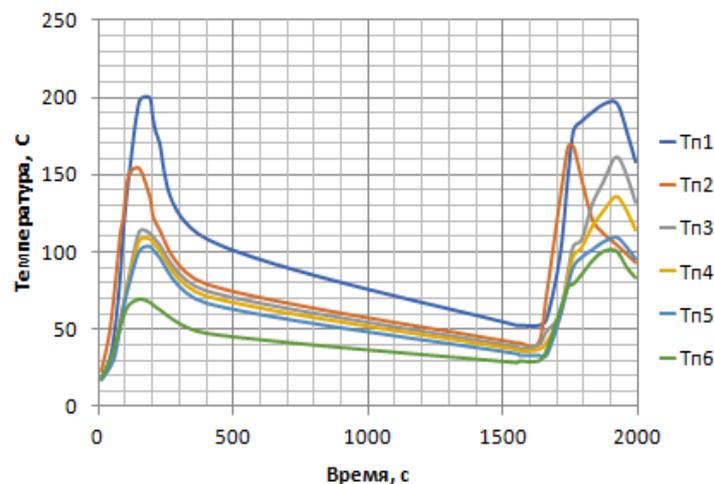


Рис. 3. Зависимость замеров температур от времени

При идентификации теплофизических параметров теоретическое температурное поле будет итерационно приближаться к экспериментальному. На рис. 4, 5 показано изменение теоретического температурного поля в местах установки датчиков температур для 1 и 5 итерации.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕНЗОРА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

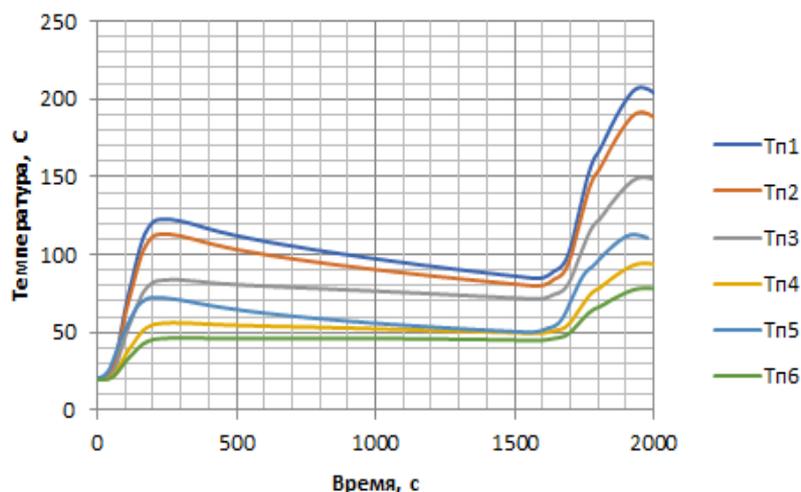


Рис. 4. Температурное поле на 1 итерации

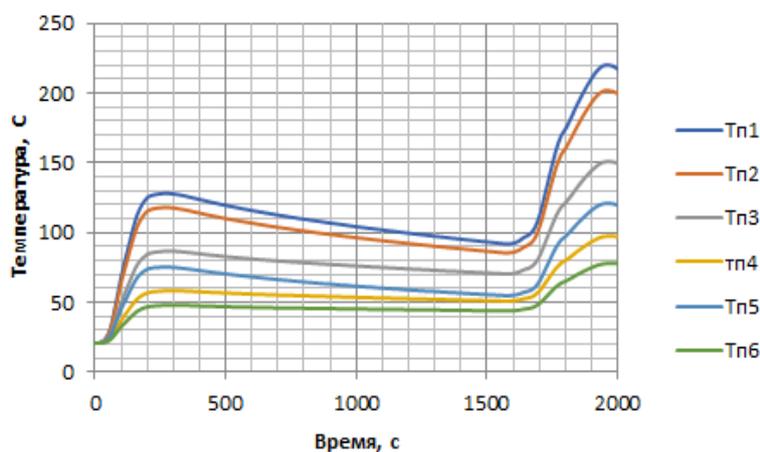


Рис. 5. Температурное поле на 5 итерации

Результаты восстановленных компонент тензора теплопроводности как функций от температуры при переходе в декартовую систему координат представлены на рис. 6.

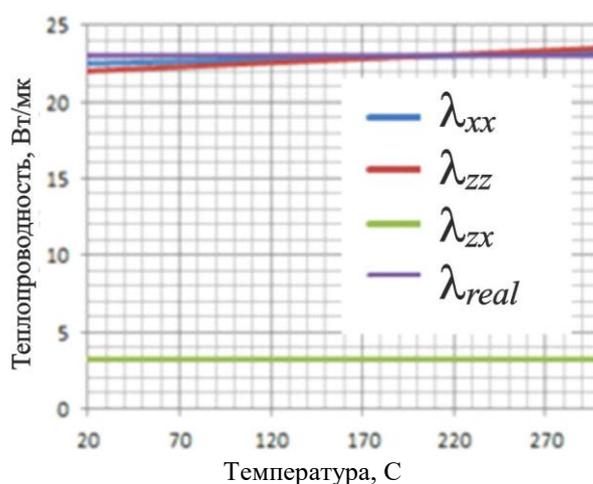


Рис. 6. Значения восстановленного симметричного тензора теплопроводности методом регуляризации А.Н. Тихонова

Главные компоненты тензора теплопроводности и угол ориентации главных осей определяются по следующим зависимостям:

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\lambda_{xy}(T)}{\lambda_{xx}(T) - \lambda_{yy}(T)};$$

$$\lambda_{\xi}(T) = \lambda_{xx}(T)\cos^2(\varphi) + \lambda_{yy}(T)\sin^2(\varphi) + \lambda_{xy}(T)\sin(2\varphi);$$

$$\lambda_{\eta}(T) = \lambda_{yy}(T)\cos^2(\varphi) + \lambda_{xx}(T)\sin^2(\varphi) + \lambda_{xy}(T)\sin(2\varphi).$$

Результаты представлены на рис. 7.

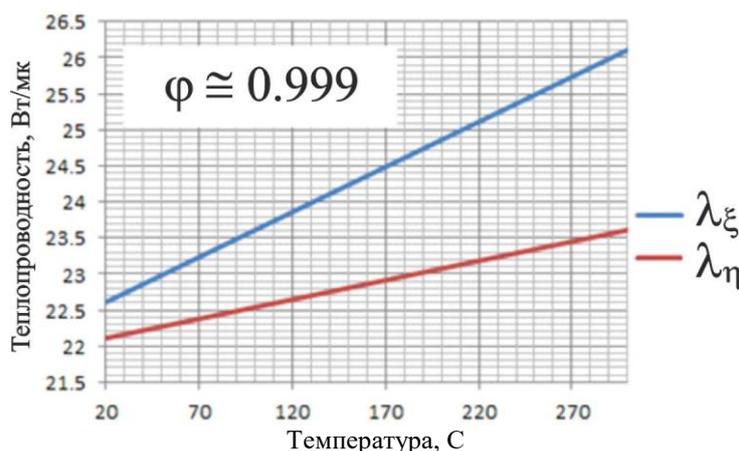


Рис. 7. Значения относительных погрешностей восстановленных главных тензоров теплопроводности методом регуляризации А.Н. Тихонова

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработан метод и алгоритм идентификации симметричного тензора теплопроводности как функции от температуры с помощью регуляризации А.Н. Тихонова.

2. Произведена апробация разработанного метода на примере шпангоута стыковочного агрегата перспективного транспортного корабля «Орел».

3. Симметричная компонента тензора теплопроводности является около нулевой при малом отличии двух ортогональных компонент тензора друг от друга, что говорит о том, что материал при таком уровне температур не проявляет явно выраженную анизотропию.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крейн С.Г., Прозоровская О.И. Аналитические полугруппы и некорректные задачи для эволюционных уравнений // Доклады Академии наук СССР. 1960. Т. 133. № 2. С. 277–280.

2. Басистов Ю.А., Яновский Ю.Г. Некорректные задачи в механике (реологии) вязкоупругих сред и их регуляризация // Механика композиционных материалов и конструкций. 2010. Т. 16. № 1. С. 117–143.

3. Бакушинский А.Б., Кокурин М.Ю., Кокурин М.М. Прямые и обратные теоремы для итерационных методов решения нерегулярных операторных уравнений и разностных методов решения некорректных задач Коши // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2020. Т. 60. № 6. С. 939–962.

4. Васин В.В. Модифицированный метод наискорейшего спуска для нелинейных регулярных операторных уравнений // Доклады Академии наук. 2015. Т. 462. № 3. С. 264.

5. Голицев И.И. Модифицированный градиентный метод наискорейшего спуска решения нелинейной задачи для нестационарных уравнений Навье–Стокса // Уфимский математический журнал. 2013. Т. 5. № 4. С. 60–76.

6. Блох А.Г., Журавлев Ю.А., Рыжков Л.Н. Теплообмен излучением. М.: Энергоатомиздат, 1991.

7. Залетаев В.М., Капинос Ю.В., Сургучев О.В. Расчет теплообмена космического аппарата. М.: Машиностроение, 1979.

8. Фаворский О.Н., Каданер Я.С. Вопросы теплообмена в космосе. М.: Высшая школа, 1967.

9. Карслоу У., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.

10. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 288 с.

11. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988. 280 с.

## PARAMETRIC IDENTIFICATION OF THE HEAT CONDUCTIVITY TENSOR IN CYLINDRICAL COORDINATES

N.O. Borshchev

*Astrocsmic Center of the Federal State Institution of Science S.A. Lebedev Institute, Moscow, 119991, Russia*

*\*e-mail: moriarty93@mail.ru*

Received December 4, 2022; revised December 11, 2022; accepted December 13, 2022

When designing the thermal regime of composite structures and structures characterized by a mixed type of heat exchange due to its complex physico-chemical and geometric structure, it is often necessary to know its effective thermophysical characteristics. In this paper, we propose a method for restoring the effective thermal conductivity tensor as a function of temperature based on minimizing the root-mean-square error between the theoretical and experimental temperature field at the temperature sensor installation sites. This technique has been tested on the frame of the descent spacecraft "Eagle". Since these tasks are considered incorrect, it is necessary to apply regularization that mitigates the error of the input noisy data. The algorithm of conjugate gradients is chosen as the minimization method, as the most accurate method of the first order of convergence.

*Keywords:* inverse problem of thermal conductivity, coefficient of thermal conductivity, basic function, regularization of A.N. Tikhonov.

### REFERENCES

1. *Krein S.G., Prozorovskaya O.I.* Analiticheskie polugruppy i nekorrektnye zadachi dlya evolyucionnykh uravnenij [Analytical semigroups and ill-posed problems for evolutionary equations] // Reports of the Academy of Sciences of the USSR. 1960. Vol. 133. № 2. P. 277–280 (in Russian).

2. *Bassistov Yu.A., Yanovsky Yu.G.* Nekorrektne zadachi v mekhanike (reologii) vyazkoupругih sred i ih regulyazaciya [Uncorrected problems in mechanics (rheology) of viscoelastic media and their regularization] // Mechanics of composite materials and structures. 2010. Vol. 16. № 1. P. 117–143 (in Russian).

3. *Bakushinsky A.B., Kokurin M.Yu., Kokurin M.M.* Pryamye i obratnye teoremy dlya iteracionnykh metodov resheniya neregulyarnykh operatornykh uravnenij i raznostnykh metodov resheniya nekorrektnykh zadach Koshi [Direct and inverse theorems for iterative methods for solving irregular operator equations and difference methods for solving ill-posed Cauchy problems] // Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2020. Vol. 60. № 6. P. 939–962 (in Russian).

4. *Vasin V.V.* Modificirovannyj metod naiskorejshego spuska dlya nelinejnykh regulyarnykh operatornykh uravnenij [Modified steepest descent method for nonlinear regular operator equations] // Reports of the Academy of Sciences. 2015. Vol. 462. № 3. P. 264 (in Russian).

5. *Golichev I.I.* Modificirovannyj gradientnyj metod naiskorejshego spuska resheniya neleniarizovannoj zadachi dlya nestacionarnykh uravnenij Nav'e-Stoksa [Modified gradient method of the steepest descent of the solution of the non-linearized problem for non-stationary Navier-Stokes equations] // Ufa Mathematical Journal. 2013. Vol. 5. № 4. P. 60–76 (in Russian).

6. *Bloch A.G., Zhuravlev Yu.A., Ryzhkov L.N.* Teploobmen izlucheniem [Heat exchange by radiation]. M.: Enegoatomizdat Publ., 1991.

7. *Zaletaev V.M., Kapinos Yu.V., Surguchev O.V.* Raschet teploobmena kosmicheskogo apparata [Calculation of heat exchange of the spacecraft]. M.: Mashinostroenie Publ., 1979.

8. *Favorsky O.N., Kadaner Ya.S.* Voprosy teploobmena v kosmose [Questions of heat exchange in space]. M.: Higher School Publ., 1967.

9. *Karlsow U., Jaeger D.* Teploprovodnost' tverdykh tel [Thermal conductivity of solids]. M.: Nauka Publ., 1964. 487 p.

10. *Alifanov O.M., Artyukhin E.A., Rumyantsev S.V.* Ekstremal'nye metody resheniya nekorrektnykh zadach [Extreme methods of solving incorrect problems]. M.: Nauka. Gl. ed. phys.-mat. lit Publ., 1988. 288 p.

11. *Alifanov O.M.* Obratnye zadachi teploobmena [Inverse problems of heat transfer]. M.: Mechanical Engineering Publ., 1988. 280 p.

УДК 621.317: 621.382+538.9

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СВЕТОДИОДОВ ВИДИМОГО ДИАПАЗОНА

© 2022 А.Ю. Рыбальченко\*, Н.В. Ермолаева\*\*, В.И. Ратушный\*\*\*

Волгодонский инженерно-технический институт НИЯУ МИФИ, г. Волгодонск,

Ростовская обл., 347360, Россия

\*e-mail: payalnik07@yandex.ru

\*\*e-mail: NVErmolayeva@mephi.ru

\*\*\*e-mail: viratush@mail.ru

Поступила в редакцию: 25.12.2022

После доработки: 26.12.2022

Принята к публикации: 27.12.2022

В работе представлена установка для исследования вольт-амперных характеристик светодиодов, а также определения ширины запрещенной зоны материала и длины волны излучения светодиода. Установка конструктивно представляет собой моноблок с исследуемыми светодиодами, имеющий разъемы для подключения внешнего блока питания и измерителей напряжения и тока. Приведены электронная схема и описан принцип ее работы, измерительная схема, рисунок печатной платы. Описана методика проведения измерений ширины запрещенной зоны и длины волны светодиода по вольт-амперной характеристике. Представленная установка используется в учебном процессе для проведения лабораторных занятий по общей физике при изучении темы «Элементы зонной теории твердых тел». Также установку можно использовать для проведения научных исследований по физике полупроводников.

*Ключевые слова:* светодиод, ширина запрещенной зоны, длины волны излучения, вольт-амперная характеристика.

**DOI:** 10.26583/vestnik.2022.240

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в России имеется ряд компаний, предлагающих высокотехнологичное учебное лабораторное оборудование по физике для вузов (см., например, [1], [2]). Основным недостатком этого оборудования является его высокая стоимость. Поэтому одним из способов снижения финансовых затрат на модернизацию учебно-лабораторного оборудования является разработка и конструирование простых лабораторных установок силами самих вузов. Кроме того, такие установки могут составить предмет студенческих опытно-конструкторских разработок.

В настоящей работе описана установка для определения ширины запрещенной зоны материала светодиода по прямой ветви вольт-амперной характеристики. Установка конструктивно представляет собой моноблок с исследуемыми светодиодами, разъемом питания и разъемами для подключения измерителей напряжения и тока.

Установка используется в учебном процессе для проведения лабораторных занятий по об-

щей физике при изучении темы «Элементы зонной теории твердых тел». Использование установки в учебном процессе является эффективным практическим методом освоения указанной темы. Студент, освоивший данную тему, сможет разобраться с инновациями, в которые внедрены и используются светодиоды.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Общий вид установки приведен на рис. 1. В левой части установки расположен регулируемый стабилизатор напряжения с ограничением тока, подключаемый к внешнему блоку питания (на рис. 1 не показан) с помощью разъема на левой панели корпуса. В правой части установки расположен радиатор, на котором установлены изучаемые светодиоды, смонтированные на алюминиевые платы типа «звезда» и снабженные светорассеивателями. На правой панели установки закреплен многооборотный потенциометр для регулирования напряжения, подаваемого на светодиод. Там же установлены разъемы для подключения измерителей напряжения и тока.

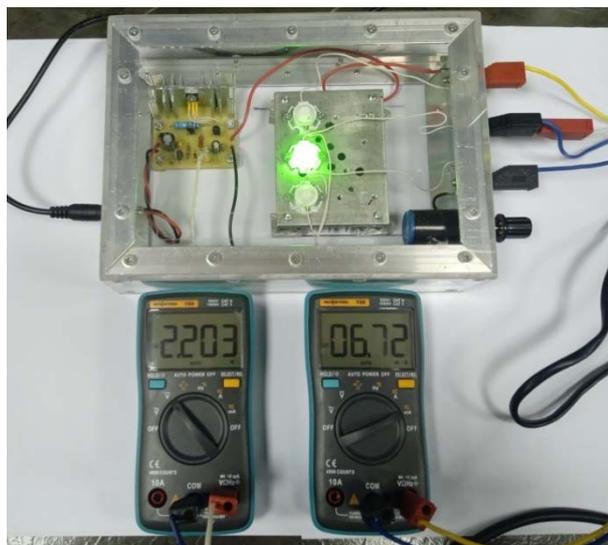


Рис. 1. Общий вид установки

На рис. 2 представлена схема регулируемого стабилизатора напряжения (РСН). К выводам J1 и J2 подключается внешний блок питания с выходным напряжением 9–15 В и током не менее 250 мА. Диод D2 защищает устройство от неправильной полярности питающего напряжения. Конденсаторы C1 и C2 образуют сглаживающий фильтр, причем C2 – электролитический, а C1 – пленочный или керамический, обеспечивающий подавление высокочастотных пульсаций. Стабилитрон D1 с балластным резистором R4 и многооборотным потенциометром RV1 формируют опорное напряжение, которое управляет регулирующим элементом – составным транзистором Q3Q4, включенным по схеме

эмиттерного повторителя. Транзисторы Q3 и Q4 имеют обратную проводимость и соединяются по схеме Дарлингтона для получения большого коэффициента усиления по току. На элементах Q1, Q2, R2, R1, R3 выполнен узел ограничения тока, защищающий светодиод от выхода из строя. Ток нагрузки создает падение напряжения на резисторе R2; когда оно достигает ~0.5–0.6 В, транзистор Q1 открывается и открывает транзистор Q2, который, в свою очередь, шунтирует стабилитрон D1, в результате чего потенциал базы составного транзистора Q3Q4 становится равным нулю и последний закрывается. При R2 = 2,2 Ом ток нагрузки РСН не превышает 250 мА. Конденсатор C3 обеспечивает фильтрацию опорного напряжения. Резистор R5 обеспечивает установление на выходе стабилизатора нулевого напряжения при отрыве скользящего контакта потенциометра. К выводам J4 и J3 подключаются исследуемый светодиод и измерительные приборы.

На рис. 3 изображены печатная плата (рис. 3,а) и схема размещения компонентов на плате (рис. 3,б).

На рис. 4 показан вид правой торцевой панели моноблока, на которой находятся выходные разъемы РСН, дополнительные разъемы и потенциометр. К выходным разъемам РСН подключается вольтметр. Дополнительные разъемы соединены с анодами светодиодов (СД) внутри блока. Катоды СД подключены к отрицательному полюсу РСН внутри блока. Амперметр включается в разрыв между положительным полюсом РСН и анодом исследуемого светодиода.

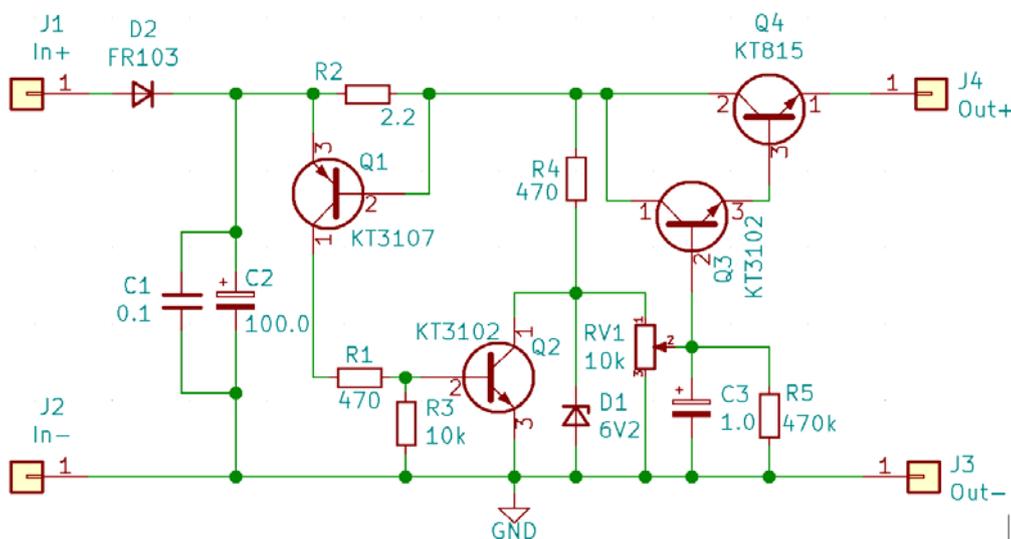
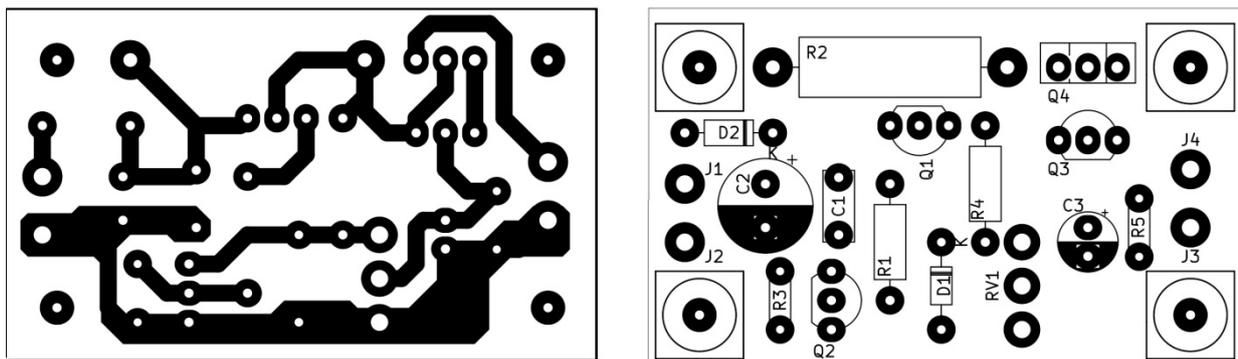


Рис. 2. Электрическая принципиальная схема регулируемого стабилизатора напряжения (РСН)

В установке исследуются три светодиода, представляющие собой полупроводниковые гетероструктуры излучающие в синей ( $\lambda_{\text{макс}} \approx 480$  нм), зеленой ( $\lambda_{\text{макс}} = 530$  нм) и красной ( $\lambda_{\text{макс}} = 630$  нм) областях спектра. Подключение анода выбранного СД к положительному полюсу питания производится через измеритель тока. Катоды всех СД соединены между собой и подключены к отрицательному полюсу источника питания и гнезду «минус» установки.

К разъемам на правой панели подключены мультиметры согласно рис. 4: один мультиметр подключен для измерения тока, второй мультиметр – для измерения постоянного напряжения.

Достоинством предлагаемой установки является ее простота, низкая стоимость, безопасность эксплуатации, возможность изготовления силами самой образовательной организации.



а б  
Рис. 3. Рисунок печатной платы и размещение компонентов

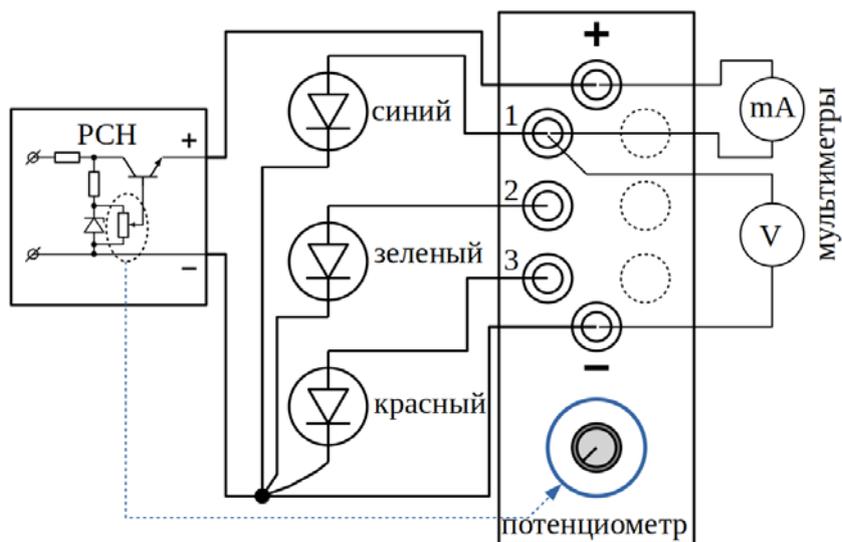


Рис. 4. Измерительная схема установки для измерения ВАХ: РСН – регулируемый стабилизатор напряжения; гнездо 1 – синий светодиод; гнездо 2 – зеленый светодиод; гнездо 3 – красный светодиод

#### МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ ШИРИНЫ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ И ДЛИНЫ ВОЛНЫ СВЕТОДИОДА

Работа светодиодов (СД) основана на излучательной рекомбинации инжектированных неосновных носителей заряда в  $p-n$  переходе [3, 4]. На рис. 5,а показан типичный вид спектра светодиода. Спектральная плотность мощности излучения  $r_\lambda$  и рабочая длина волны  $\lambda_0$  зависят

от материала СД. Например, для красных СД используют GaP, AlGaAs и им подобные материалы с  $E_g \sim 1,6-1,8$  эВ; для синих СД используют InGaN ( $E_g \sim 3$  эВ). В белых СД излучение кристалла из InGaN поглощается люминофором, в котором часть энергии исходного «синего» фотона рассеивается в виде теплоты, а оставшая часть испускается в виде фотона с меньшей энергией, соответствующей красному, зеленому и т.д. цвету [4].

Исследование вольт-амперных характеристик СИД имеет большое практическое значение, поскольку по виду ВАХ можно определить ряд важных параметров светодиода: напряжение отсечки, напряжение пробоя, дифференциальное сопротивление [5]. В настоящей работе с помощью ВАХ определяется напряжение отсечки.

Напряжение отсечки – напряжение, с которого начинается резкий рост тока и которое по ве-

личине примерно (с погрешностью  $\pm kT/e$ ) равно высоте потенциального барьера, через который происходит инжекция неосновных носителей заряда.

По участку ВАХ, на котором начинается резкий рост тока, можно определить материал полупроводника.

На рис. 5,б показан типичный вид прямой ветви ВАХ СД.

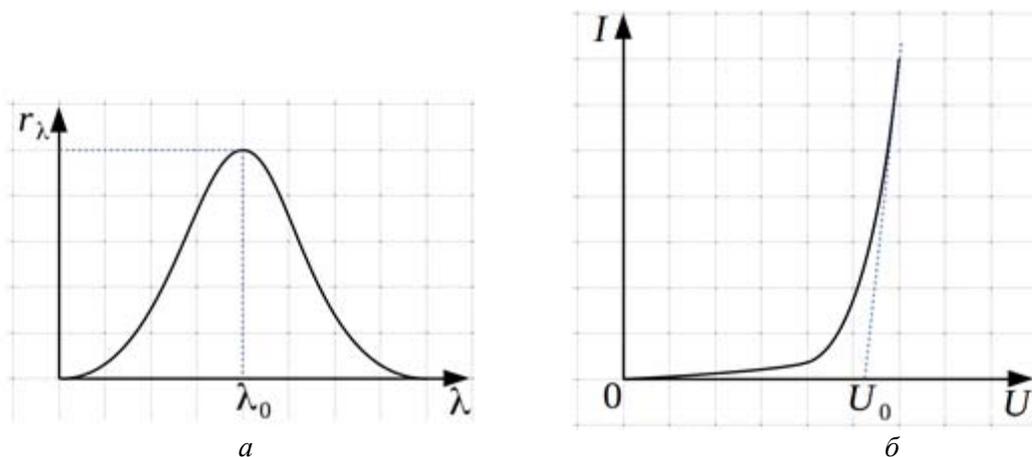


Рис. 5. Спектр излучения светодиода (а) и прямой ветви ВАХ (б)

При большом прямом смещении ВАХ близка к линейной из-за паразитного последовательного сопротивления СД. С помощью аппроксимации линейного участка ВАХ к оси напряжений можно определить падение напряжения на *p-n* переходе  $U_0$  и рабочую длину волны СД:

$$E_g = \frac{hc}{\lambda_0} = eU_0. \quad (1)$$

При работе с предлагаемой установкой с помощью потенциометра и мультиметров осуществляется измерение прямой ветви ВАХ. Диапазон измерения питающих напряжений представлен в табл. 1. Напряжение задается с шагом 0,05 В.

На рис. 6 представлены измеренные ВАХ для светодиодов, в табл. 1 приведены измеренные значения их параметров.

Таблица 1. Параметры исследованных светодиодов

Цвет свечения	$U_0$ , В	$E_g$ , эВ	$\lambda_0$ , нм
синий	2.65	2.65	469
зеленый	2.38	2.38	522
красный	1.88	1.88	660

Полученные опытные значения рабочих длин волн согласуются с указанными рабочими спектрами светодиодов.

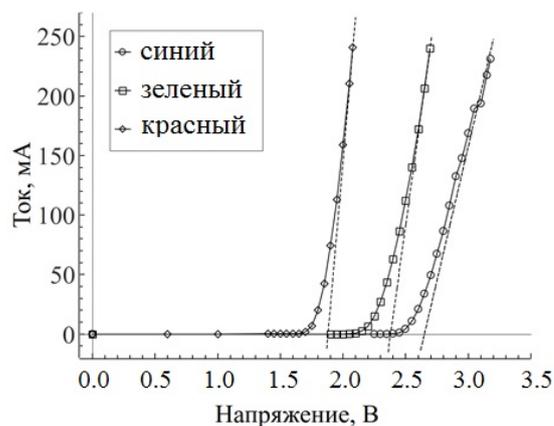


Рис. 6. Измеренные ВАХ для светодиодов

## ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе представлена установка для измерения вольт-амперных характеристик светодиодов видимого диапазона в пределах измерения напряжений от 0 до 5 В и токов от 0 до 240 мА. Установка может быть использована в лабораторном практикуме по фи-

зике в вузе. Также установку можно использовать для проведения научных исследований по физике полупроводников. В частности, можно исследовать изменение характеристик СД при длительном протекании тока, что приобретает

особый интерес, поскольку СД в настоящее время активно используются в качестве источников света в системах освещения и светотехнических установках.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Компания Учтех-Профи. [Электронный ресурс]. URL: <https://labstand.ru/> [дата обращения 20.11.2022].
2. Компания «Зарница». [Электронный ресурс]. URL: <https://zarnitza.ru/> [дата обращения 20.11.2022].
3. Шуберт Ф.Е. Светодиоды: Пер. с англ. М.: Физматлит, 2008. 496 с.

4. Бугров В.Е., Виноградова К.А. Оптоэлектроника светодиодов. Учебное пособие. СПб: НИУ ИТМО, 2013. 174 с.
5. Национальный стандарт. ГОСТ Р 55702–2013. Источники света электрические. Методы измерений электрических и световых параметров. М.: Стандартинформ, 2014.
6. Мосс Т., Баррел Г., Эллис Б. Полупроводниковая оптоэлектроника / Пер. с англ. Под ред. С.А. Медведева. М.: Мир, 1976. 431 с.

---

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2022, vol. 11, no. 5, pp. 343–347

---

## INVESTIGATION OF VOLT-AMPERE CHARACTERISTICS OF VISIBLE LEDS

A.Yu. Rybalchenko\*, N.V. Ermolaeva\*\*, V.I. Ratushny\*\*\*

<sup>2</sup>Volgodonsk Engineering Technical Institute the branch of National Research Nuclear University «MEPhI», Volgodonsk, 347360, Russia

\*e-mail: payalnik07@yandex.ru

\*\*e-mail: NVErmolayeva@mephi.ru

\*\*\*e-mail: viratush@mail.ru

Received December 25, 2022; revised December 26, 2022; accepted December 27, 2022

This paper presents a setup for studying the current-voltage characteristics of LEDs, as well as determining the band gap of the material and the wavelength of the LED radiation. The installation is structurally a monoblock with LEDs under investigation, which has connectors for connecting an external power supply and voltage and current meters. An electronic circuit is presented and the principle of its operation, a measuring circuit, and a printed circuit board drawing are described. A technique is described for measuring the band gap and wavelength of an LED using the current-voltage characteristic. This installation is used in the educational process when conducting laboratory classes in general physics when studying the topic "Elements of the band theory of solids." Also, the installation can be used for scientific research in semiconductor physics.

*Keywords:* LED, band gap, radiation wavelength, current-voltage characteristic.

#### REFERENCES

1. Kompaniya Uchtekh-Profi [Uchtekh-Profi Company]. Available at: <https://labstand.ru/> [accessed 20.11.2022].
2. Kompaniya «Zarnitza». [Zarnitza Company]. Available at: <https://zarnitza.ru/> [accessed 20.11.2022].
3. Shubert F.E. Svetodiody: Per. s angl. [LEDs: Per. from English]. M.: Fizmatlit Publ., 2008. 496 p.
4. Bugrov V.E., Vinogradova K.A. Optoelektronika svetodiodov. Uchebnoe posobie. [Optoelectronics of LEDs. Tutorial]. SPb.: NIU ITMO Publ., 2013. 174 p.

5. Nacional'nyj standart. GOST R 55702–2013. Iсточники света электрические. Методы измерений электрических и световых параметров [National standard GOST R 55702–2013. Electric light sources. Methods for measuring electrical and light parameters]. M.: Standartinform Publ., 2014.
6. Moss T., Barrel G., Ellis B. Poluprovodnikovaya optoelektronika / Per. s angl. Pod red. S.A. Medvedeva. [Semiconductor optoelectronics: Per. from English. Ed. S.A. Medvedev]. M.: Mir Publ., 1976. 431 p.

УДК 330.45

## МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ БОЛЬШИХ ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ ФИНАНСОВОГО КОНТРОЛЯ

© 2022 В.М. Сушков\*, П.Ю. Леонов\*\*

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, 115409, Россия*

*\*e-mail: vmsushkov@mail.ru*

*\*\*e-mail: p.u.leonov@gmail.com*

Поступила в редакцию: 28.08.2022

После доработки: 26.12.2022

Принята к публикации: 27.12.2022

С каждым годом увеличивается объем корпоративных данных, подлежащих анализу в рамках финансового контроля, вследствие чего актуальным является внедрение методов обработки больших данных в практику субъектов контроля. Целью исследования является разработка и апробация методов обработки больших данных в целях решения задач организаций государственного и частного сектора, проводящих мероприятия в области финансового контроля. В качестве методов исследования выбрано три наиболее перспективных и эффективных средств обработки больших данных, которые в то же время не требуют использования громоздкого математического аппарата или значительных компьютерных мощностей для их реализации, а именно статистический инструмент выявления искажений в финансовых данных закон Бенфорда, кластеризация методом К-средних и средства BI-системы Power BI. Результатом исследования является подтверждение результативности и экономической эффективности рассматриваемых методов обработки больших данных, а также обоснование практической возможности их внедрения в качестве инструментов финансового контроля. Исследование проведено в студенческой Лаборатории финансовой разведки НИЯУ МИФИ.

*Ключевые слова:* большие данные, финансовый контроль, мошенничество, закон Бенфорда, метод К-средних, Power BI.

**DOI:** 10.26583/vestnik.2022.5

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в связи с увеличивающимся объемом корпоративной информации усложняется процесс проведения контрольных мероприятий как на государственном уровне (проводится Счетной палатой, Банком России, Федеральной налоговой службой, пр.), так и на частном (проводится субъектами первичного финансового мониторинга, аудиторскими организациями, службами внутреннего контроля, пр.). Количество заключаемых договоров, проводимых платежных операций, составляемых первичных документов, а также бухгалтерских записей, оформляющих всю совокупность фактов хозяйственной жизни экономического субъекта, порой исчисляется сотнями миллионов за период. В этой связи актуальным представляется внедрение современных методов и средств обработки больших данных (от англ. – Big Data) в практику субъектов контроля в целях оптимизации их деятельности. Технологии больших

данных позволяют значительно сократить временные издержки на проведение проверок посредством отбора наиболее подозрительных элементов из общего массива данных.

### МЕТОДЫ

В качестве методов исследования принято решение выбрать наиболее перспективные и эффективные средства обработки больших данных, которые в то же время не требуют использования громоздкого математического аппарата или значительных компьютерных мощностей для их реализации. Таким образом, методологическую основу исследования составили следующие технологии:

- 1) статистический инструмент закон Бенфорда;
- 2) алгоритм кластеризации метод К-средних;
- 3) средства BI (Business Intelligence) системы Power BI.

**Метод 1. Выявление искажений  
в финансовых данных с помощью закона  
Бенфорда**

В мировой практике для выявления преднамеренного искажения информации широкое распространение получил метод статистического анализа, известный как закон Бенфорда (реже закон первой цифры, закон аномальных чисел) [1]. Данный закон определяет вероятность появления конкретной значащей цифры в распределениях величин, взятых из реальной жизни [2].

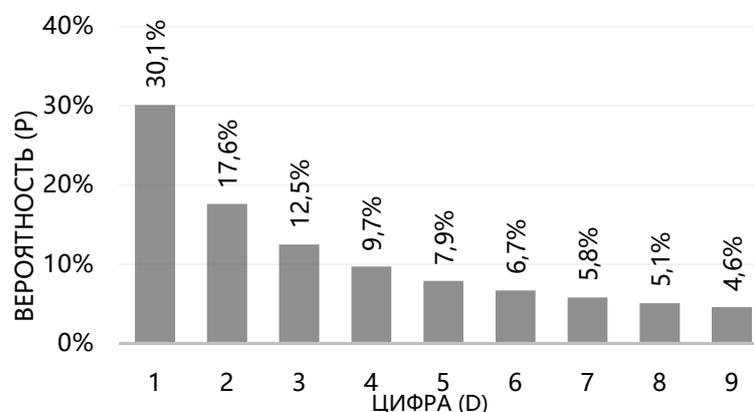
Чтобы проверить закон Бенфорда на практике, необходимо рассмотреть множество первых цифр – элементов исследуемого

числового массива и сравнить фактическую частоту их появления с теоретической, определенной Ф. Бенфордом в 1938 г. [3]. Аналогично можно провести анализ второй, третьей и т.д. цифры. Выявляя отклонение теоретического распределения от эмпирического, можно судить о вероятности ошибки в данных или их намеренного искажения.

Ожидаемая вероятность появления цифры  $d_1$  в первом разряде описывается формулой:

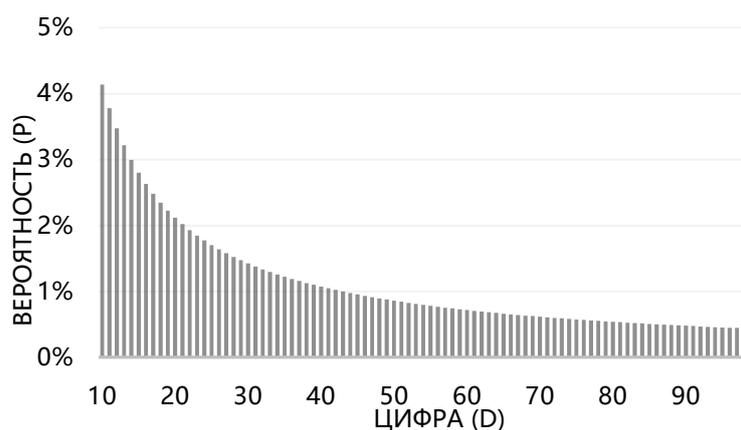
$$P(d_1) = \log_{10} \left( 1 + \frac{1}{d_1} \right); \quad d_1 = 1, 2, \dots, 9. \quad (1)$$

Распределение Бенфорда для десятичной системы счисления, таким образом, можно представить в виде гистограммы (рис. 1).



**Рис. 1.** Распределение Бенфорда для десятичной системы счисления

Теоретически доказано, что распределение Бенфорда для первых двух цифр имеет вид, представленный на рис. 2 [4].



**Рис. 2.** Распределение Бенфорда для первой пары цифр

В конце XX в. были опубликованы работы американского ученого в области бухгалтерского учета, аудита и математики Марка Нигрини. В своих работах М. Нигрини проанализировал более 200 000 налоговых деклараций и пришел к выводу, что закон Бенфорда применим ко многим наборам финансовых данных, включая данные о дебиторской и кредиторской задолженности, подоходном налоге, фондовых биржах, корпоративных расходах и продажах, показателям выручки и прибыли организации [5].

### **Метод 2. Обнаружение корпоративного мошенничества методом *K*-средних**

Кластерный анализ – многомерная статистическая процедура, выполняющая сбор данных, содержащих информацию о совокупности объектов, с последующим упорядочиванием объектов в сравнительно однородные группы. В зависимости от объема  $n$  классифицируемых наблюдений и от априорной информации о числе кластеров методы кластеризации делятся на иерархические и неиерархические (итерационные) [6].

Метод *K*-средних является одним из наиболее распространенных и часто используемых итерационных методов кластерного анализа. Данный метод был изобретен в 1950-х гг. математиком Гуго Штейнгаузом и почти одновременно Стюартом Ллойдом. Особую популярность приобрел после работы Мак-Куина, поэтому этот метод также называют методом Мак-Куина.

Предлагается применить метод *K*-средних в целях формирования репрезентативной нестатистической выборки с элементами нестатистического метода «серийного отбора» при проведении мероприятий финансового контроля.

### **Метод 3. Идентификация подозрительных бухгалтерских записей с помощью средств *Power BI***

На данный момент контрольные субъекты зачастую испытывают сложности в случае необходимости проверки всего массива бухгалтерских записей экономического субъекта, внесенных в учетную систему даже за небольшой период. Вследствие этого необходима разработка удобного и интуитивно понятного инструмента, позволяющего точно и быстро выявить наиболее высокорискованные записи с минимальными временными затратами.

В качестве среды разработки инструмента было выбрано программное обеспечение *Power BI*, а в качестве тестируемой системы – бухгалтерская система 1С как самая распространенная на российском рынке.

## **РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ**

Результатом исследования является подтверждение результативности и экономической эффективности рассматриваемых методов обработки больших данных, а также обоснование практической возможности их внедрения в качестве инструментов финансового контроля.

### **Результаты апробации метода 1 (закон Бенфорда)**

В проведенном в Лаборатории финансовой разведки НИЯУ МИФИ исследовании были взяты две компании, функционирующие в разных отраслях: «А» (IT-сфера) и «Б» (строительный бизнес). Компания «А» не скрывает свои реальные доходы, совершает законные операции с денежными средствами, не манипулирует финансовыми данными и в полном размере выплачивает налоги в пользу государства. Эта компания уже более 20 лет ведет свою деятельность и на сегодняшний день занимает лидирующие позиции на рынке предлагаемых услуг. В компании «Б» ситуация обратная. Известно, что в прошлых отчетных периодах руководство осуществляло неоднократные действия по незаконному уходу от налогообложения. Вуалируя реальные показатели о результатах финансовой деятельности, руководство заключало фиктивные договорные отношения с третьими лицами, занижало доходы и завышало расходы, а также реализовывало сложные схемы с участием подставных фирм.

Ниже представлены данные компании «А» по платежным операциям за оказанные услуги в 2018 г. Из всего массива анализ проводился только в отношении оплат поставщикам, которых за год было более 3000 шт. В каждой операции были выделены две первые цифры и проанализированы частоты их появления. Результаты представлены на рис. 3.

Полученные результаты близки к теоретическим, однако можно заметить выбросы. Они соответствуют многочисленным фиксированным платежам одному контрагенту. Несмотря на отсутствие идеального совпадения с теоретическими значениями, наблюдаемые результаты хорошо с ними согласуются и наблюдается экспоненциальное убывание в первых двух цифрах старших разрядов финансовых операций.

Аналогичным способом были проанализированы расчеты с контрагентами в компании «Б», которая была замешена в проведении финансовых махинаций и привлечена к ответственности за свои действия. Сгруппированные данные по оплатам поставщикам за 2018 г. представлены в виде гистограммы, при этом определены частоты появления первой пары цифр в старших разрядах операций (рис. 4).

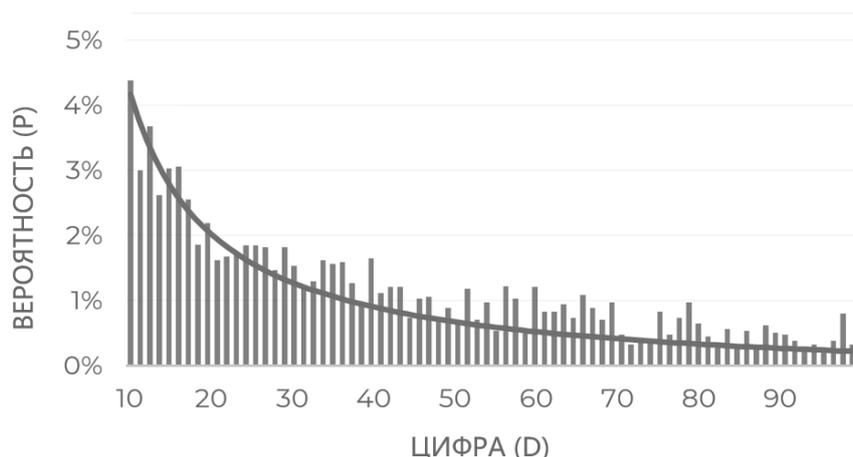


Рис. 3. Частота совпадений первой пары цифр в операциях компании «А»

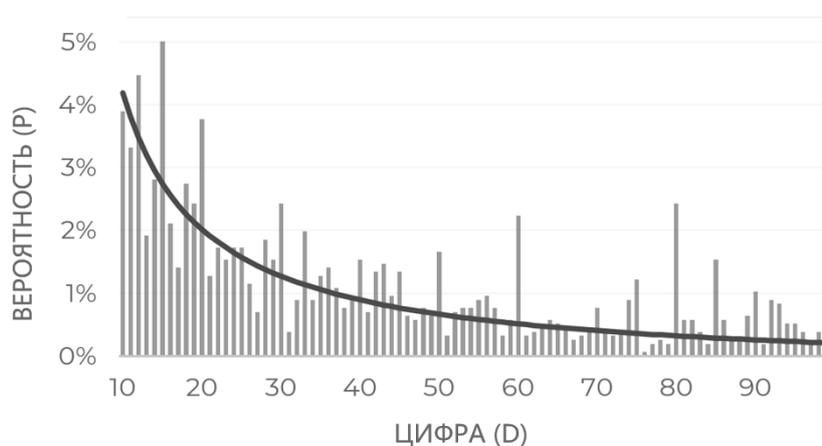


Рис. 4. Частота совпадений первой пары цифр в операциях компании «Б»

Как видно из приведенных данных, результаты существенно отличаются от теоретически рассчитанных. Количество выбросов значительно превышает число однотипных операций, проводимых в отношении одного контрагента. Наблюдается множество отклонений как в большую, так и в меньшую сторону, которые нельзя объяснить особенностями проводимых операций. Оценивая компанию «Б», как неизвестную ранее, можно предположить, что в предоставляемых финансовых отчетах существуют ошибки или намеренные искажения. Подобная ситуация должна послужить сигналом для более детального анализа хозяйственной деятельности компании.

На основании результатов, представленных выше, можно сделать вывод о целесообразности применения закона Бенфорда для диагностики недостоверности финансовой отчетности организации. Установлено, что расчеты по оплате поставщикам за год имеют характер, близкий к теоретическому в случае, если исследуемая организация не маскирует реально существующие финансовые показатели и предоставляет фактические данные в налоговые

органы. В том случае если организация в целях незаконного ухода от налогообложения прибегает к различным способам манипулирования отчетными данными, характер их распределения будет значительно отличаться от теоретического, определенного Фрэнком Бенфордом. Неподчинение учетных данных закону Бенфорда является поводом для их уточнения и проведения более глубокого анализа.

#### **Результаты апробации метода 2 (метод K-средних)**

Апробация метода производилась в рамках выявления хищений при продаже нефтепродуктов на автозаправочных станциях.

Проверка проводилась в три этапа:

1) подготовительный этап (определение проверяемой совокупности, выбор свойств объекта и количества кластеров, обоснование выбора кластера (кластеров) после применения метода K-средних);

2) применение метода K-средних (этап проведения расчетов);

3) анализ полученных результатов (сравнение полученных результатов с результатами, полученными при проведении сплошной проверки).

#### *Подготовительный этап*

Кластерный анализ проводился относительно дат первого полугодия 2017 г. (181 объект), в которых предполагалось присутствие хищений горюче-смазочных материалов сотрудниками. В качестве свойств дат предложено выбрать:

▪  $X$  – суточная выручка автозаправочных станций;

▪  $Y$  – доля суточной выручки автозаправочных станций в максимальной за неделю, рассчитываемая по формуле:

$$y_i = \frac{x_i}{\max_{i-3 \leq p \leq i+3} x_p}; i = 1, \dots, 181, \quad (2)$$

где  $i$  – дни первого полугодия 2017 г.;  $p$  – дни недели;  $x_i$  – суточная выручка;  $\max_{i-3 \leq p \leq i+3} x_p$  – максимальная за неделю выручка.

Количество кластеров решено принять равное четырем. Данный выбор обусловлен содержанием кластеров, а именно:

1) дни, в которых получена наибольшая выручка в течение текущей недели и периода в целом;

2) дни, в течение которых получена выручка, имеющая небольшое отклонение от максимальной в течении текущей недели;

3) дни, в течение которых получена средняя выручка относительно текущей недели и периода в целом;

4) дни, в которых получена наименьшая выручка в течение текущей недели и периода в целом.

Для дальнейшего исследования необходимо взять элементы второго кластера, поскольку вероятность того, что при большом количестве продаж за день и располагая временем на совершение манипуляций с суточным отчетом за смену сотрудник решится на проведение хищения горюче-смазочных материалов больше, чем в остальных случаях:

▪ при очень большом количестве продаж нефтепродуктов легко скрыть их хищение, однако у работников практически не будет времени проводить различные мошенничества по хищению нефтепродуктов, поэтому включение первого кластера в аудиторскую выборку является спорным;

▪ средние отклонения в выручке при продаже нефтепродуктов могут быть связаны как с небольшим количеством покупателей на протяжении всего дня, так и с влиянием погоды (при низкой температуре объем горюче-смазочных материалов падает, несмотря на то что масса не меняется), следовательно, даты, попавшие в третий кластер, не попадут в аудиторскую выборку;

▪ большие отклонения от максимальной выручки редко связаны с хищениями, разумный работник понимает – хищение на большую сумму имеет высокий уровень риска для работника, так как такие хищения легко обнаружить, следовательно, исследование объектов четвертого кластера неразумно.

#### *Применение метода К-средних*

Учитывая тот факт, что выбранные свойства имеют разный диапазон значений, в первую очередь необходимо провести стандартизацию данных. Для этого были рассчитаны средние значения и среднеквадратические отклонения каждого свойства.

По итогам кластеризации 181 объект был разделен следующим образом: 1 кластер – 36 дней; 2 кластер – 70 дней; 3 кластер – 42 дня; 4 кластер – 33 дня.

В подлежащую анализу выборку было включено 70 дат, принадлежащим второму кластеру. Проверка в целях выявления хищений нефтепродуктов проходила следующим образом:

▪ проведено сравнение данных по реализации нефтепродуктов через топливно-распределительные колонки по видам оплат, отраженных в итоговых отчетах за смену с аналогичными итоговыми отчетами за смену, распечатанных из программы «ТОПАЗ-АЗС»;

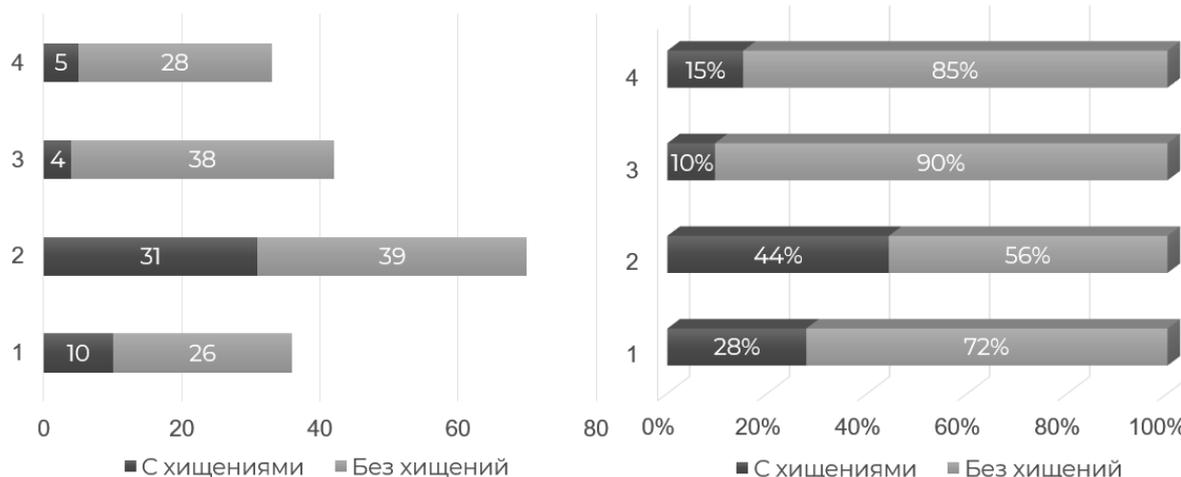
▪ проведено сравнение данных по расходу нефтепродуктов согласно показаниям программного счетчика учета нефтепродуктов, прошедших через рукава топливно-распределительных колонок, отраженных в итоговых отчетах за смену с аналогичными итоговыми отчетами за смену, распечатанных из программы «ТОПАЗ-АЗС».

Вместо проведения сравнения различных отчетов за 181 день, было проведено сравнение отчетов за 70 дней, попавших в выборку, что на 61.33 % сократило время проверки. По итогам сравнения было выявлено, что в 31-й день из 70 принадлежащих выборке были произведены хищения нефтепродуктов.

*Анализ полученных результатов*

Для того чтобы проанализировать эффективность применения кластерного анализа методом *K*-средних была проведена проверка сплошным методом, т.е. сравнение отчетов производилось относительно всех 181 дней. По результатам проведенной сплошной проверки было выяв-

лено, что в 50 днях выбранного периода производились хищения горюче-смазочных материалов сотрудниками автозаправочных станций. Выявленные дни мошенничества были рассмотрены на принадлежность к полученным методом *K*-средних кластерам (рис. 5).



**Рис. 5.** Принадлежность дней с хищениями к полученным кластерам в числовом и процентном выражении

Анализ полученных результатов позволил сделать вывод о том, что при использовании метода *K*-средних при построении выборки при проведении контрольного мероприятия, направленного на выявление хищений горюче-смазочных материалов на автозаправочных станциях, длительность проверки сократится почти в три раза (на 61,33 %), при этом будет выявлено 62 % дат, в которых были произведены хищения.

Метод *K*-средних служит инструментом, способствующим разделению данных на группы, однако направления его использования определяются специалистами на основе собственного опыта и профессионального суждения.

**Результаты апробации метода 3 (средства Power BI)**

Первым этапом проведения анализа явилась выгрузка данных. Совокупность бухгалтерских записей может быть выгружена из учетной системы 1С экономическим субъектом самостоятельно или проверяющими лицами. Вместе с бухгалтерскими записями должна быть сформирована и выгружена оборотно-сальдовая ведомость, необходимая на этапе сверки [7].

Вторым этапом является заполнение специального файла (рис. 6) в формате .xlsx, в

котором указывается необходимая для анализа информация, а именно:

- даты начала и окончания финансовых кварталов в организации;
- праздничные дни и официальные выходные;
- режим работы компании в субботу и воскресенье;
- уровень существенности.

Третьим этапом является приведение данных в необходимый вид, который указан в инструкции, и загрузка бухгалтерских записей, оборотно-сальдовой ведомости, а также заполненного файла в готовый отчет.

Инструмент в Power BI состоит из подготовительной и рабочей части, которая представляет собой совокупность различных тестов. В подготовительную часть входит общий обзор массива данных, проведение этапа сверки и расчет порогового значения.

Сверка необходима для подтверждения полноты и целостности выгруженных данных (рис. 7). Для этого сверяются общие суммы по дебету и кредиту счетов из массива бухгалтерских записей с суммами, указанными в оборотно-сальдовой ведомости. В случае расхождений необходимо выявить причину ошибок, при их отсутствии можно продолжать работу.

Данный документ заполняется для получения необходимой информации для проведения тестирования.

Наименование организации ООО "НПП"	Рабочую материальность стоит указывать, в случае необходимости расчета порога. Если необходим анализ полной выборки, то РМ указывать не нужно.	
Рабочая материальность 300,000,000		
Дата начала первого квартала 1/1/2019	Дата окончания первого квартала 3/31/2019	
Дата начала первого квартала 4/1/2019	Дата окончания первого квартала 6/30/2019	
Дата начала первого квартала 7/1/2019	Дата окончания первого квартала 9/30/2019	
Дата начала первого квартала 10/1/2019	Дата окончания первого квартала 12/31/2019	
Интересующие даты		Выходные
1/1/2019	Новогодние праздники	Суббота Да
1/2/2019	Новогодние праздники	Воскресень Нет
1/7/2019	Рождество Христово	
2/23/2019	День защитника Отечества	
3/8/2019	Международный женский день	
5/1/2019	Праздник Весны и Труда	
5/9/2019	День Победы	
6/12/2019	День России	

Рис. 6. Пример заполненного файла, предваряющего анализ

Счет	Кол-во проводок Дт	Кол-во проводок Кт	Проводки Дт	Проводки Кт	ОСВ Дт	ОСВ Кт	Разница Дт	Разница Кт
	42	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
01			0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
01.01			0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
02			0.00	0.00	0.00	772,091.10	0.00	772,091.10
02.01		36	0.00	772,091.10	0.00	772,091.10	0.00	0.00
10			0.00	0.00	181,510.75	181,510.75	181,510.75	181,510.75
10.09	25	26	181,510.75	181,510.75	181,510.75	181,510.75	0.00	0.00
19			0.00	0.00	136,469,238.05	182,913,107.54	136,469,238.05	182,913,107.54
19.01		1	0.00	527,980.34	0.00	527,980.34	0.00	0.00
19.03	518	552	134,871,039.98	180,777,130.20	134,871,039.98	180,777,130.20	0.00	0.00
19.04	165	158	1,598,198.07	1,607,997.00	1,598,198.07	1,607,997.00	0.00	0.00
41			0.00	0.00	951,243,105.01	1,091,195,837.79	951,243,105.01	1,091,195,837.79
41.01	713	1766	951,243,105.01	1,091,195,837.79	951,243,105.01	1,091,195,837.79	0.00	0.00
44			0.00	0.00	18,864,555.53	18,746,874.08	18,864,555.53	18,746,874.08
44.01	592	167	18,864,555.53	18,746,874.08	18,864,555.53	18,746,874.08	0.00	0.00
50			0.00	0.00	45,001.00	38,963.75	45,001.00	38,963.75
50.01	3	11	45,001.00	38,963.75	45,001.00	38,963.75	0.00	0.00
51	1003	1205	1,671,732,108.59	1,683,165,818.28	1,671,732,108.59	1,683,165,818.28	0.00	0.00
<b>Всего</b>	<b>10530</b>	<b>10488</b>	<b>8,587,405,385.15</b>	<b>8,587,405,385.15</b>	<b>16,633,701,067.06</b>	<b>16,839,291,688.88</b>	<b>8046295681.91</b>	<b>8251886303.73</b>

Рис. 7. Пример результатов сверки

Этап расчета порогового значения необходим для отсека записей, сумма которых в совокупности не превышает уровень существенности.

Рабочая часть инструмента состоит из тестов, в которых субъект контроля самостоятельно определяет подозрительность записей на основе понимания организации и итоговых выборок, формирующихся на основе заранее подготовленных критериев подозрительности.

В инструмент внедрены следующие тесты:

- 1) корреспонденция – тест позволяет более подробно проанализировать все корреспонденции счетов и отобрать те, которые являются нетипичными;
- 2) сторнирование выручки – выявление неосновательного признания выручки, которое в последующем было сторнировано, особенно в периоде, близком к отчетной дате;
- 3) счета – тест схож с тестом «корреспонденция» и позволяет выявлять редко используемые и нетипичные счета, используемых в оформлении операций;
- 4) интересующие даты – тест выявляет записи, внесенные в систему в нерабочие дни (праздники и выходные);

5) записи, сделанные в даты закрытия кварталов;

6) записи с подозрительными суммами;

7) записи на круглые суммы;

8) записи на дублированные числа – записи, заканчивающиеся на одно и тоже повторяющееся число, например 111;

9) дублированные записи – записи по одному документу, с одним и тем же содержанием на одинаковую сумму;

10) пользователи – статистика пользователей для определения тех, кто не уполномочен вносить записи или внес небольшое число записей, но на большую сумму.

Тесты с анализом подозрительных записей находятся на нескольких слайдах среды Power BI. Пример результатов одного из тестов (подозрительные счета) представлен на рис. 8.

Созданный инструмент по выявлению подозрительных бухгалтерских операций с помощью средств Power BI успешно справляется с поставленными задачами по анализу больших данных, позволяя значительно экономить время субъектов контроля на проведение анализа.



Рис. 8. Слайд с тестом на подозрительные счета

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, современные методы и средства обработки больших данных обеспечивают всесторонний анализ массивов корпоративных данных любого объема, позволяя выявлять в них наиболее уязвимые элементы. В

этой связи внедрение описанных в работе инструментов в практику организаций государственного и частного сектора, проводящих мероприятия в области финансового контроля, а также разработка новых на сегодняшний день являются крайне актуальными задачами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Leonov P.Y., Suysts V.P., Rychkov V.A., Ezhova A.A., Sushkov V.M., Kuznetsova N.V. Possibility of Benford's Law Application for Diagnosing Inaccuracy of Financial Statements / Klimov, V.V., Kelley, D.J. (eds) *Biologically Inspired Cognitive Architectures 2021. BICA 2021. // Studies in Computational Intelligence*, 2021. Vol. 1032. Springer, Cham. P. 243–248.

2. Алексеев М.А. Применимость закона Бенфорда для определения достоверности финансовой отчетности // *Вестник НГУЭУ*. 2016. № 4. С. 114–128.

3. Суйц В.П., Хорин А.Н., Жакипбеков Д.С. Диагностика недостоверности отчетности организации: статистические методы в оценке достоверности бухгалтерской отчетности // *Аудит и финансовый анализ*. М.: ООО Издательство «ДСМ Пресс». 2015. № 1. С. 179–188.

4. Зверев Е., Никуфоров А. Распределение Бенфорда: Выявление нестандартных элементов в больших совокупностях финансовой информации // *Внутренний контроль в кредитной организации*. 2018. № 4 (40). С. 4–18.

5. Nigrini M.J. *Benford's law: applications for forensic accounting, auditing and fraud detection*. – Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2012. С. 320.

6. Leonov P.Y., Suysts V.P., Kotelyanets O.S., Ivanov N.V. K-Means Method as a Tool of Big Data Analysis in Risk-Oriented Audit // *Communications in Computer and Information Science*. 2019. Т. 1054. Кв. 3. С. 206–216.

7. Лушин Л.Э. Алгоритм применения программного обеспечения Power BI субъектами первичного финансового мониторинга в целях выявления подозрительных бухгалтерских записей: дипл. работа. М.: НИЯУ МИФИ, 2022.

---

*Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2022, vol. 11, no. 5, pp. 348–357*

---

**BIG DATA PROCESSING TECHNIQUES IN FINANCIAL CONTROL TASKS**

V.M. Sushkov\*, P.Y. Leonov\*\*

*National Nuclear Research University MEPhI, Moscow, 115409, Russia*

*\*e-mail: vmsushkov@mail.ru*

*\*\*e-mail: p.u.leonov@gmail.com*

Received August 28, 2022; revised December 26, 2022; accepted December 27, 2022

Every year the volume of corporate data to be analysed in financial controls increases, which makes it relevant to introduce Big Data processing techniques into the practice of control subjects. The purpose of the study is to develop and test three techniques of Big Data processing in order to solve the problems of public and private sector organisations carrying out activities in the field of financial control. As research methods, we have chosen three most promising and effective means of processing Big Data, which at the same time do not require the use of complicated mathematical apparatus or significant computer power for their implementation, namely, a statistical tool for detecting errors in financial data Benford's law, clustering method of K-means and the means BI-system Power BI. The result of the study is the confirmation of the effectiveness and cost efficiency of the considered techniques of processing Big Data and the justification of the practical possibility of their implementation as financial control tools. The research was conducted in the student Financial Intelligence Laboratory of NRNU MEPhI.

*Keywords:* Big Data, financial control, fraud, Benford's Law, K-means, Power BI.

REFERENCES

1. Leonov P.Y., Suysts V.P., Rychkov V.A., Ezhova A.A., Sushkov V.M., Kuznetsova N.V. Possibility of Benford's Law Application for Diagnosing Inaccuracy of Financial Statements. Klimov, V.V., Kelley, D.J. (eds) *Biologically Inspired Cognitive Architectures 2021. BICA 2021. Studies in Computational Intelligence*, 2021. Vol. 1032. Springer, Cham. P. 243–248.

2. Alekseev M.A. *Primenimost' zakona Benforda dlja opredeleniya dostovernosti finansovoj otchetnosti*

[Applicability of Benford's Law for determining the reliability of financial statements]. *Vestnik NGUJeU*, 2016. № 4. P. 114–128 (in Russian).

3. Sujc V.P., Horin A.N., Zhakipbekov D.S. *Diagnostika nedostovernosti otchetnosti organizacii: statisticheskie metody v ocenke dostovernosti buhgalterskoj otchetnosti* [Diagnosing the unreliability of an organisation's accounts: statistical methods in assessing the reliability of accounting records]. *Audit i finansovyy analiz*. М.: ООО Издательство «ДСМ Пресс» Publ. 2015. № 1. P. 179–188 (in Russian).

4. *Zverev E., Nikiforov A.* Raspredelenie Benforda: Vyjavlenie nestandartnyh jelementov v bol'shijh sovokupnostyah finansovoj informacii [Benford's distribution: Identifying irregularities in large sets of financial information]. *Vnutrennij kontrol' v kreditnoj organizacii*. 2018. № 4 (40). P. 4–18 (in Russian).

5. *Nigrini M.J.* Benford's law: applications for forensic accounting, auditing and fraud detection. Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons. 2012. P. 320.

6. *Leonov P.Y., Suyts V.P., Kotelyanets O.S., Ivanov N.V.* K-Means Method as a Tool of Big Data Analysis in

Risk-Oriented Audit. *Communications in Computer and Information Science*, 2019. Vol. 1054. Q. 3. P. 206–216.

7. *Lushin L.Je.* Algoritm primenenija programmnogo obespechenija Power BI sub#ektami pervichnogo finansovogo monitoringa v celjah vyjavlenija podozritel'nyh buhgalterskih zapisej: dipl. rabota [Algorithm of application of Power BI software by reporting entities to identify suspicious accounting entries: graduate thesis]. M.: NIJaU MIFI [NRNU MEPhI], 2022 (in Russian).

УДК 519.85

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ ПОДВИЖНОСТИ НА БАЗЕ ГЕКСАПОДА ДЛЯ ТРЕНАЖЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

© 2022 Л.А. Рыбак\*, Д.И. Малышев, Е.В. Гапоненко, В.С. Перевузник, А.А. Волошкин

*Белгородский государственный технологический университет*

*им. В.Г. Шухова, Белгород, 308012, Россия*

*\*e-mail: rl\_bgtu@gmail.com*

Поступила в редакцию 31.08.2022

После доработки: 28.11.2022

Принята к публикации: 13.12.2022

Подвижные платформы на основе гексаподов имеют широкую распространенность и используются в различных сферах: динамические тренажеры, роботы-манипуляторы, системы ориентации. При проектировании таких систем используется компьютерное моделирование, и важным вопросом являются создание имитационной модели системы управления гексаподом и оценка возникающих ошибок позиционирования. В статье представлена имитационная модель робота-гексапода, разработанная в системе автоматизированного проектирования SolidWorks. Представлено математическое описание модели гексапода, схема робота в программе MATLAB, а также алгоритм извлечения ошибок между заданными и полученными координатами и углами центра платформы. Показаны диаграммы изменения положения центра платформы, ошибок позиционирования штанг и усилия, приложенные к каждой штанге за определенный период времени для измерения точности позиционирования гексапода.

*Ключевые слова:* гексапод, платформа Стюарта, линейный привод, MATLAB, Simulink, имитационная модель гексапода.

**DOI:** 10.26583/vestnik.2022.7

### ВВЕДЕНИЕ

Роботы параллельной структуры имеют приоритет по сравнению с традиционными механизмами последовательной структуры [1], основными преимуществами которых является высокая грузоподъемность и скорость перемещения. В статье [2] рассматриваются различные конфигурации механизмов параллельной структуры, методы их синтеза и их свойства. В таких механизмах могут появляться особые положения, при которых движение робота становится невозможным и теряется управляемость, что может привести к аварийной ситуации. Поэтому для исключения особых положений возникает задача анализа рабочего пространства. Существуют граничные особые положения и внутренние особые положения [3]. В работе [4] подробно рассмотрены кинематическое моделирование, анализ особенностей и жесткости параллельного манипулятора 3-DOF.

Известно, что, в отличие от последовательных манипуляторов, прямая кинематическая карта параллельных манипуляторов включает нелинейные уравнения с высокой степенью

связи, вывод решения которых в замкнутом виде является реальной проблемой. Решение в замкнутом виде подробно получено для якобиана механизма, а анализ сингулярности манипулятора выполняется на основе вычисленного якобиана.

Сферы применения параллельных механизмов все время расширяются [5–7]. Обновляемые списки параллельных механизмов представлены в [8–9]. Параллельный механизм типа «гексапод» впервые был использован в 1950-х гг. в устройстве для тестирования шин, разработанном Гауфом. Авиационные симуляторы, основанные на параллельных механизмах, были созданы в 1962 г. Подвижная платформа Гауфа-Стюарта является механизмом с параллельной кинематикой и широко применяется для проектирования роботов-манипуляторов, ориентации поверхностей радиотелескопов, создания динамических стендов для обучения водителей и пилотов самолетов (рис. 1), координатно-измерительных машин [6], а также для испытаний бортовых систем самолетов.

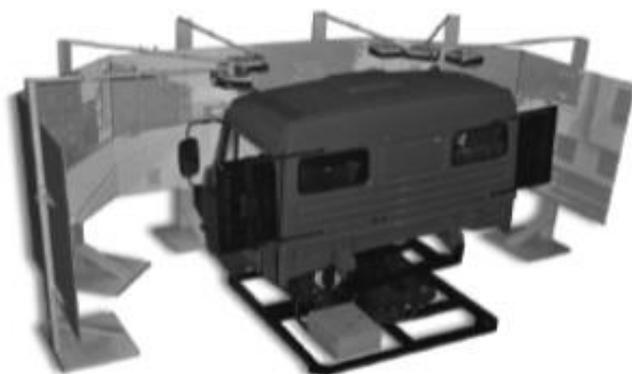
К преимуществам подвижных платформ на базе гексапода можно отнести то, что они об-

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ ПОДВИЖНОСТИ НА БАЗЕ ГЕКСАПОДА ДЛЯ ТРЕНАЖЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

ладают повышенной подвижностью и помимо угловых ускорений могут имитировать также линейные ускорения в вертикальной, продольной и поперечной плоскостях.

Кинематика шарнирных плоских связей рассмотрена в статье [10], где предложен новый алгоритм кинематики в винтовых координатах, который подходит для разработки числовых программ для прямой и обратной кинематики в одних и тех же процедурах, включая

скорость, перемещение и ускорение, которые предоставляют фундаментальную информацию для динамики соединения. Динамическая платформа подвижности на базе гексапода состоит из неподвижного основания, шести штанг с линейными приводами и подвижной платформы.



*а*



*б*

**Рис. 1.** Автомобильные тренажеры на базе реальных кабин автомобилей:  
*а)* тренажер автомобиля КамАЗ; *б)* тренажер вождения легковых автомобилей

Проектирование подобных механизмов не представляется возможным без использования средств компьютерного моделирования [11], которые дают возможность оценить конструктивные, структурные и алгоритмические решения. Для проектирования динамической платформы подвижности необходимо составить математическую модель [12] с целью оценки качества управления и синтеза регуляторов, выполняющих цели управления. В работе [13] рассмотрен процесс создания имитационной модели системы управления линейным приводом гексапода. В процессе отработки тестовых траекторных воздействий произведен анализ режимов управления при статической нагрузке привода. Была определена максимальная скорость, реализуемая системой управления. Сделан вывод, что применение векторного метода управления шаговым приводом позволяет снизить ошибки в линейном приводе в отличие от пошагового и микрошагового методов.

Основной целью работы являются создание имитационной модели системы управления динамической платформой подвижности

на базе гексапода и оценка возникающих ошибок позиционирования подвижной платформы.

### РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ГЕКСАПОДОМ В СРЕДЕ MATLAB

Для определения ошибок, возникающих в системе управления динамической платформой подвижности на базе гексапода, была создана 3D-модель данного робота в САПР системе Solidworks (рис. 2). Для упрощения моделирования было принято: сферические шарниры считались идеальными, зазоры в конструкции отсутствовали, упругость стержней не учитывалась. На рисунке: 1 – платформа; 2 – основание динамической платформы подвижности. 3D-модель динамической платформы подвижности построена по следующим размерам: диаметр подвижной платформы – 400 мм; диаметр неподвижного основания – 650 мм; длина стержней – 600 мм. При использовании SimMechanics CAD translator 3D-модель динамической платформы подвижности на базе гексапода была импортирована в MATLAB [14].

В программе MATLAB выполнено математическое моделирование динамической платформы подвижности, которая изображена на схеме в виде блока 3 (рис. 3). С платформы передаются данные о положении (position) и скорости (velocity) изменения длин штанг.

Координаты и углы центра верхней платформы  $x_0, y_0, z_0, \varphi_0, \psi_0, \chi_0$  подаются на вход в блок 1 Leg Trajectory.  $x_0, y_0, z_0$  – поступательные перемещения вдоль осей  $X, Y, Z$ ;  $\varphi_0, \psi_0, \chi_0$  – углы поворотов относительно этих осей.

Принимаем следующие значения углов:  $\varphi_0 = 0^\circ, \psi_0 = 0^\circ, \chi_0 = 0^\circ$ . Проводим перерасчет координат углов и центра платформы в изменение длин штанг платформы подвижности  $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$ . Схема процесса пересчета приведена на рис. 4. С помощью формул Эйлера углы поворота центра платформы преобразуются в изменения длин штанг [15].

Перемещения, полученные с помощью формул Эйлера, затем суммируются с матри-

цей перемещения  $I$ , и результирующие линейные перемещения центра масс платформы преобразуются в изменения длины штанг в блоке 2 (рис. 5).



Рис. 2. 3D-модель динамической платформы подвижности в Solidworks

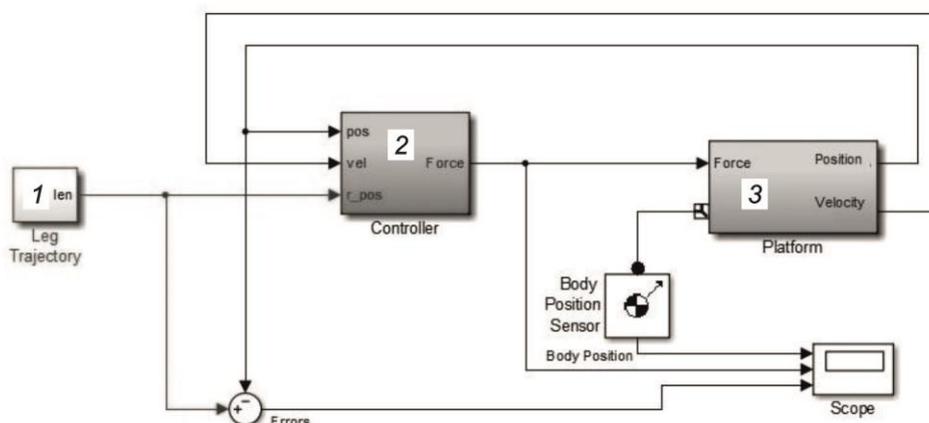


Рис. 3. Схема системы управления динамической платформой подвижности в MATLAB

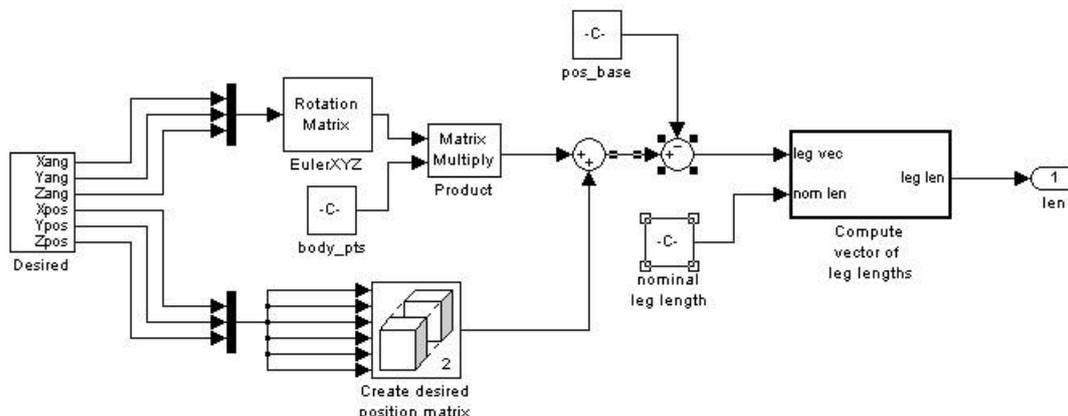
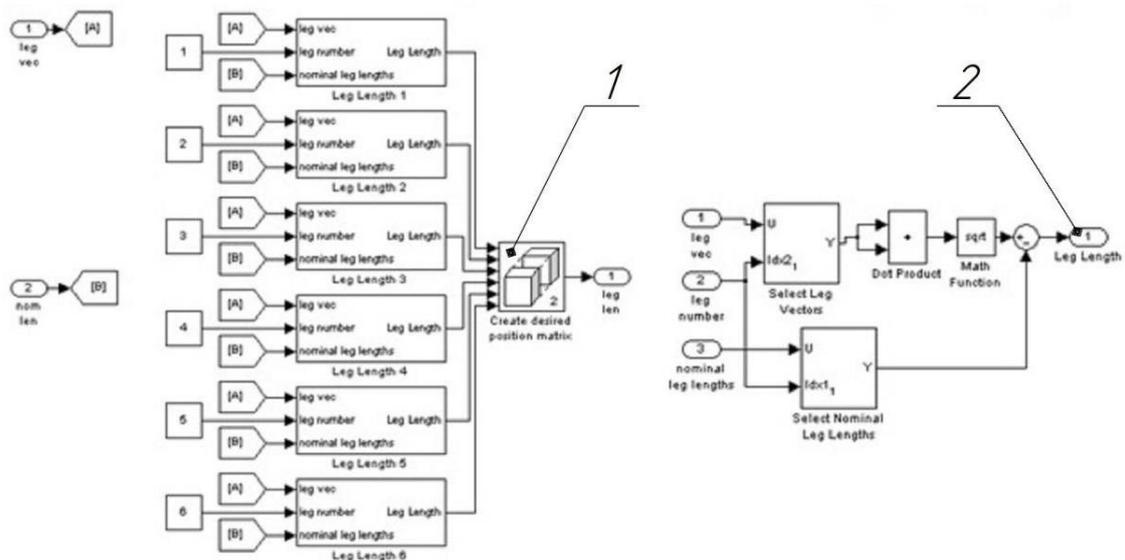


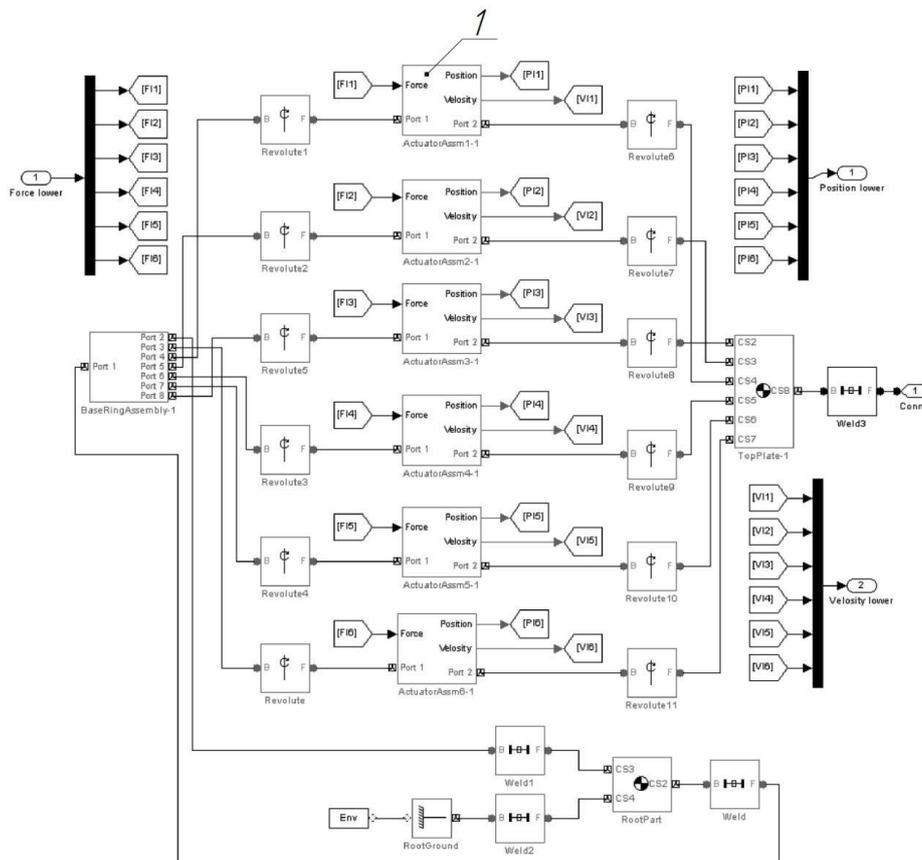
Рис. 4. Схема пересчета координат и углов центра платформы в изменение длин штанг динамической платформы подвижности

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ ПОДВИЖНОСТИ НА БАЗЕ ГЕКСАПОДА ДЛЯ ТРЕНАЖЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ



**Рис. 5.** Схема преобразования линейных перемещений в изменения длин штанг

Длины штанг  $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$  подаются на двигатели вместе с напряжениями, и на выходе получаем значения длин штанг  $l'_1, l'_2, l'_3, l'_4, l'_5, l'_6$ . При моделировании полученное требуемое значение длины штанг сравнивается с текущим значением и подается в систему управления, которая генерирует значение силы, приложенной к приводам штанг. Каждая штанга гексапода в программе MATLAB представлена моделью (рис. 6). Блоки ActuatorAssm 1-1 ... ActuatorAssm 6-1 поз. 1 представляют собой модель каждой штанги платформы [16].



**Рис. 6.** Схема динамической платформы подвижности в Matlab

Затем измененные значения длин штанг  $l_1', l_2', l_3', l_4', l_5', l_6'$  преобразуются в значения координат и углы центра платформы  $x_0', y_0', z_0', \varphi_0', \psi_0', \chi_0'$ . В этом случае возникают ошибки позиционирования между указанными координатами и углами центра платформы и углами, определенными при моделировании. Алгоритм поиска ошибок показан на рис. 7.

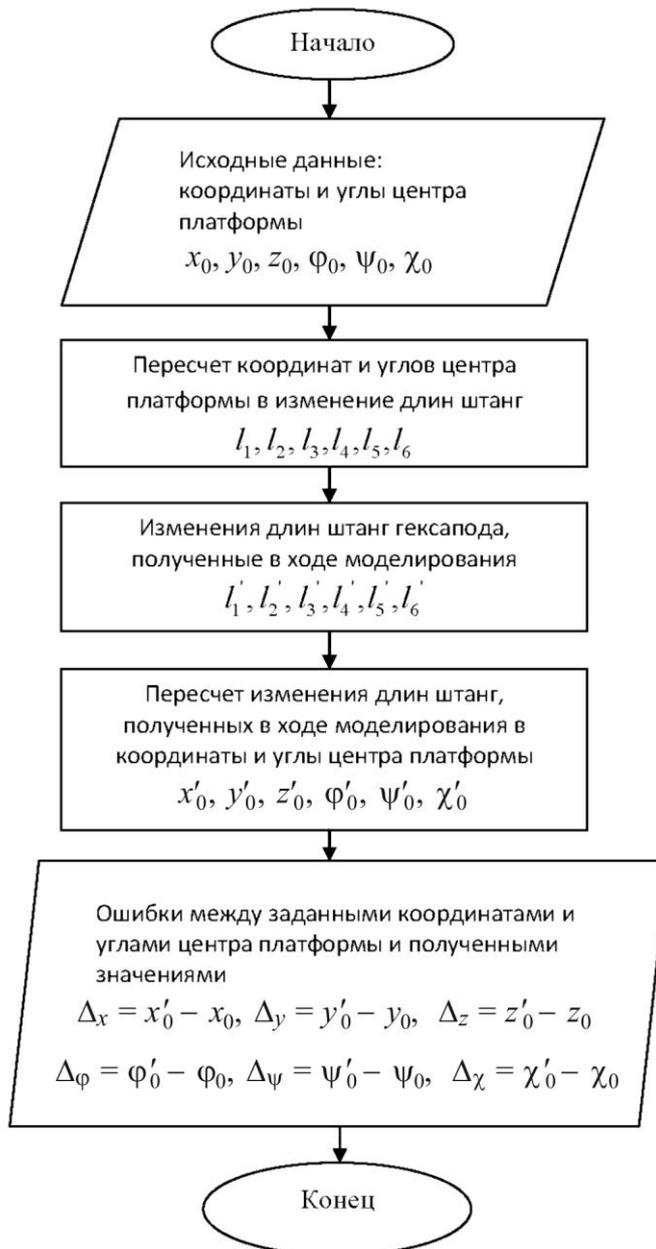


Рис. 7. Алгоритм определения ошибок координат и углов центральной точки платформы

## РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ГЕКСАПОДА

При моделировании динамической платформы подвижности на базе гексапода были определены следующие зависимости: на рис. 8 показаны графики периодических изменений положения координат центра платформы.  $x_0', y_0', z_0'$  обозначены кривые изменения положения центра платформы по координатам  $x, y, z$ .

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ ПОДВИЖНОСТИ НА БАЗЕ ГЕКСАПОДА ДЛЯ ТРЕНАЖЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

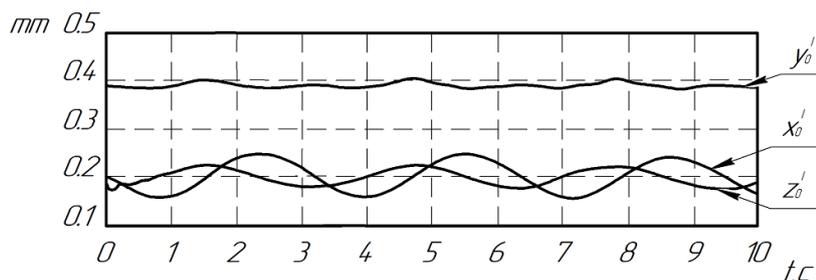


Рис. 8. Зависимость положения координат центра платформы от времени

На рис. 9 приведен график возникновения ошибок позиционирования штанг динамической платформы подвижности в определенный промежуток времени. Кривые  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta \phi$ ,  $\Delta \psi$ ,  $\Delta \chi$  показывают ошибки, возникающие между заданными и полученными координатами и углами центра платформы.

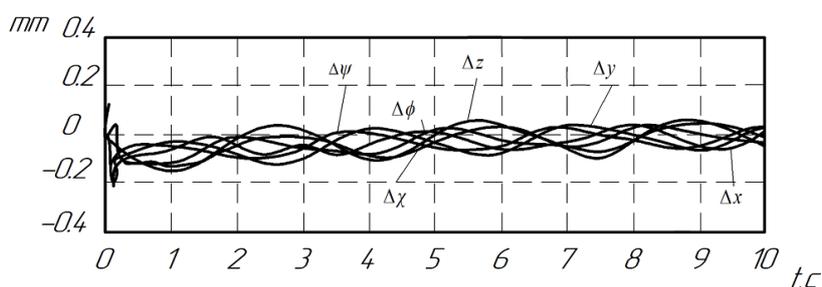


Рис. 9. Ошибки позиционирования штанг динамической платформы подвижности

На рис. 10 изображено изменение усилий, подаваемых на каждую штангу динамической платформы подвижности в определенный промежуток времени. Кривыми  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ , показаны графики усилий, подаваемых на каждую штангу гексапода в диапазоне времени от 0 до 10 с.

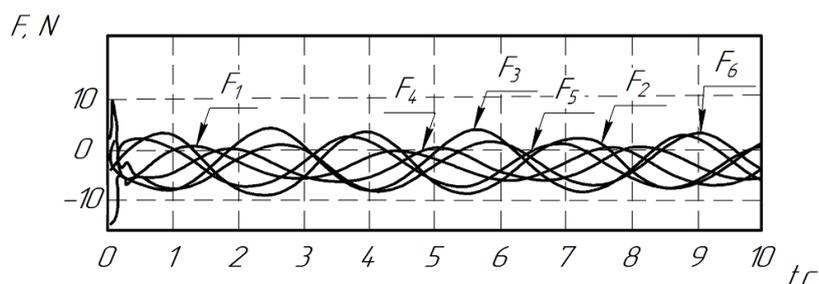


Рис. 10. Зависимость усилий на штангах динамической платформы подвижности от времени

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан алгоритм определения отклонений между заданными и полученными значениями координат и углов центра динамической платформы подвижности. При моделировании была построена имитационная модель платформы подвижности на базе гексапода в программе MATLAB, построены графики ошибок позиционирования штанг платформы подвижности и силы, приложенные к каждой штанге. Ошибки позиционирования штанг связаны с ошибками системы управления платформы подвижности. В рамках даль-

нейшей работы по достижению оптимального регулирования планируется оптимизировать ПИД-регулятор блока формирования длины штанги, а также скорректировать коэффициенты пропорциональной интегральной составляющей ПИД-регулятора.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-01614, <https://rscf.ru/project/22-29-01614>

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Merlet J.-P. Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers, 2000.
2. Lee Chung-Ching, Hervé Jacques. Translation-parallel manipulators with doubly planar limbs // Mechanism and Machine Theory, 2006. Vol. 24(4). P. 433–455, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.06.006.
3. Craig J.J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control // Stanford University: Stanford, CA, USA. 2018. P. 105–108.
4. Sadjadian H., Taghirad Hamid. Kinematic, singularity and stiffness analysis of the hydraulic shoulder: A 3-d.o.f. redundant parallel manipulator // Advanced Robotics. 2006. Vol. 20. P. 763–781, doi: 10.1163/15685530677681366.
5. Birglen L., Gosselin C.M., Pouliot N., B. Mon-sarrat, Laliberté Shade T.A. A new 3-DOF haptic device // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 2002. Vol. 18. № 2. P. 166–175.
6. Rolland L. About parallel robots. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.loria.fr/~rolland/аpropos eng. html>, 2002 (дата обращения: 11.07.2022).
7. Синтез системы управления одно- и двух-секционного манипуляторов с параллельной кинематикой. Л.А. Рыбак, А.В. Чичварин, Ю.А. Мамаев, Е.В. Гапоненко // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. Орел. 2012. № 2–6 (292). С. 60–68.
8. Bonev I. Bibliography on parallel mechanisms. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.robotics.org>, 2002 (дата обращения: 11.07.2022).
9. Merlet J.-P. Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002.
10. Stewart D.A. Platform with Six Degrees of Freedom // UK Institution of Mechanical Engineers Proceedings. 1965–1966. Vol. 180 (1). № 15.
11. Шестиосевые координатно-измерительные машины. [Электронный ресурс]. URL: <http://lapic.ru> (дата обращения: 11.07.2022).
12. Bratovanov N. Robot modelling. Motion and off-line programming based on solidworks API // Third IEEE International Conference on Robotic Computing – IRC, 2019. P. 574–579.
13. Wu Z., Wang H., Zhang Y., Ai A. Robot physical modeling based on Matlab/Simulink // Journal of Physics Conference Series. 2021. Vol. 2113(1). P. 1–6.
14. Имитационное моделирование системы управления линейным приводом гексапода космического назначения. Ю.А. Жуков, А.В. Мороз, Е.Б. Коротков, В.В. Жукова // Мехатроника, автоматика и робототехника. 2018. С. 42–50.
15. Синтез системы управления одно- и двух-секционного манипуляторов с параллельной кинематикой. Л.А. Рыбак, А.В. Чичварин, Ю.А. Мамаев, Е.В. Гапоненко // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2012. Т. 292. № 2–6. С. 60–68.
16. Мамаев Ю.А., Рыбак Л.А. Построение математической и имитационной модели динамики гексапода // Вибрационные технологии, мехатроника и управляемые машины. Сб. науч. ст.: в 2 ч. Курск. 2014. Т. 2. С. 294–300.

---

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2022, vol. 11, no. 5, pp. 358–365

---

**SIMULATION MODEL OF THE CONTROL SYSTEM  
OF A DYNAMIC MOBILITY PLATFORM BASED ON A HEXAPODE  
FOR TRAINING COMPLEXES**

**L.A. Rybak\*, D.I. Malyshev, E.V. Gaponenko, V.S. Pervuznik, A.A. Voloshkin**  
*Belgorod State Technological University.*  
*V.G. Shukhov, Belgorod, 308012 Russia*

Received August 31, 2022; revised November 28, 2022; accepted December 13, 2022

Mobile platforms based on hexapods are widespread and are used in various fields: dynamic simulators, robot manipulators, orientation systems. When designing such systems, computer modeling is used and an important issue is the creation of a simulation model of the hexapod control system and the assessment of the resulting positioning errors. The article presents a simulation model of a hexapod robot developed in the SolidWorks computer-aided design system. A mathematical description of the hexapod model, a robot diagram in the MATLAB program, as well as an algorithm for extracting errors between the given and received coordinates and angles of the center of the platform are presented. Diagrams of the change in the position of the center of the platform, the positioning errors of the rods and the efforts applied to each rod over a certain period of time to measure the positioning accuracy of the hexapod are shown.

*Keywords:* hexapod, Stewart platform, linear drive, MATLAB, Simulink, hexapod simulation model

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ  
ПОДВИЖНОСТИ НА БАЗЕ ГЕКСАПОДА ДЛЯ ТРЕНАЖЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

REFERENCES

1. *Merlet J.-P.* Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers, 2000.
2. *Lee Chung-Ching, Hervé Jacques.* Translation-parallel manipulators with doubly planar limbs. *Mechanism and Machine Theory*. 2006. V. 24(4). P. 433–455, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.06.006.
3. *Craig J.J.* Introduction to Robotics: Mechanics and Control. Stanford University: Stanford, CA, USA. 2018. P. 105–108.
4. *Sadjadian H., Taghirad Hamid.* Kinematic, singularity and stiffness analysis of the hydraulic shoulder: A 3-d.o.f. redundant parallel manipulator. *Advanced Robotics*. 2006. Vol. 20. P. 763–781. doi: 10.1163/156855306777681366.
5. *Birglen L., Gosselin C.M., Pouliot N., B. Monsarrat, Laliberté Shade T.A.* A new 3-DOF haptic device. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 2002. Vol. 18. № 2. P. 166–175.
6. *Rolland L.* About parallel robots. Available at: [http://www.loria.fr/~rolland/apropos\\_eng.html](http://www.loria.fr/~rolland/apropos_eng.html), 2002 (accessed: 11.07.2022).
7. *Rybak L.A., CHichvarin A. V., Mamaev YU.A., Gaponenko E.V.* Sintez sistemy upravleniya odno- i dvuhsekcionnogo manipulyatorov s parallel'noj kinematikoj [Synthesis of the control system of one- and two-section manipulators with parallel kinematics]. *Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii*. Orel. № 2–6 (292). P. 60–68.
8. *Bonev I.* *Bibliography on parallel mechanisms*. Available at: <http://www.robotics.org>, 2002 (accessed: 11.07.2022).
9. *Merlet J.-P.* Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002.
10. *Stewart D.A.* Platform with Six Degrees of Freedom. *UK Institution of Mechanical Engineers Proceedings*, 1965–1966. Vol. 180 (1). № 15.
11. *Shestiosevye koordinatno-izmeritel'nye mashiny [Six-axis coordinate measuring machines]*. Available at: <http://lapic.ru> (accessed: 11.07.2022).
12. *Bratovanov N.* Robot modelling. Motion and off-line programming based on solidworks API. *Third IEEE International Conference on Robotic Computing – IRC*, 2019. P. 574–579.
13. *Wu Z., Wang H., Zhang Y., Ai A.* Robot physical modeling based on Matlab/Simulink. *Journal of Physics Conference Series*. 2021. Vol. 2113(1). P. 1–6.
14. *Zhukov YU.A., Moroz A.V., Korotkov E.B., Zhukova V.V.* Imitacionnoe modelirovanie sistemy upravleniya linejnym privodom geksapoda kosmicheskogo naznacheniya [Simulation modeling of the control system of a linear hexapod drive for space purposes]. *Mekhatronika, avtomatika i robototekhnika*. 2018. P. 42–50.
15. *Rybak L.A., CHichvarin A.V., Mamaev YU.A., Gaponenko E.V.* Sintez sistemy upravleniya odno- i dvuhsekcionnogo manipulyatorov s parallel'noj kinematikoj [Synthesis of the control system of one- and two-section manipulators with parallel kinematics]. *Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii*. 2012. Vol. 292. № 2–6. P. 60–68.
16. *Mamaev YU.A., Rybak L.A.* Postroenie matematicheskoy i imitacionnoj modeli dinamiki geksapoda [Construction of a mathematical and simulation model of hexapod dynamics]. *Vibracionnye tekhnologii, mekhatronika i upravlyaemye mashiny*. *Sb. nauch. st. Kursk*. 2014. Vol. 2. P. 294–300.

УДК 004.942

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

© 2022 Д.Е. Иванов, О.В. Полехина, Т.Н. Швецова-Шиловская, Е.Н. Морозова, Е.В. Казарезова  
Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт  
органической химии и технологии» (ФГУП «ГосНИИОХТ») ГНЦ РФ,  
Москва, 111024, Россия  
e-mail: evkazarezova@mail.ru

Поступила в редакцию: 15.12.2022

После доработки: 15.12.2022

Принята к публикации: 27.12.2022

Целью настоящей работы является исследование аналитических решений динамической модели с постоянным запаздыванием. Модели такого типа применяются в медико-биологических исследованиях, например, при исследовании распространения инфекций, распределения лекарственных веществ в организме.

Предложена модификация мультифракционной модели абсорбции (МФА-модели), включающая запаздывание, и получено ее аналитическое решение. Она позволяет адекватно моделировать распределение в крови лекарственных веществ, характеризующихся нестандартным механизмом абсорбции лекарственной формы при пероральном введении. По литературным данным о фармакокинетике лекарственного препарата суматриптан у добровольцев после приема внутрь 50 мг препарата рассчитано распределение вещества в крови с использованием предложенной МФА-модели с запаздыванием. Модель позволила адекватно описать распределение, характеризующееся двумя пиками концентрации препарата в крови.

*Ключевые слова:* лекарственные вещества, динамические модели с запаздыванием, мультифракционная модель абсорбции, распределение веществ в организме, пероральное введение вещества.

DOI: 10.26583/vestnik.2022.9

### ВВЕДЕНИЕ

Объекты техносферы, экологии, биологии и медицины описываются дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом. Запаздывание может быть обусловлено самыми различными причинами: ограниченностью скорости распространения сигнала, наличием инерционности некоторых элементов и т.п. Математические модели, описывающие подобные объекты, называют математическими моделями с запаздыванием, уравнениями с отклоняющимся аргументом или дифференциально-разностными уравнениями [1–5]. В общем случае время запаздывания может быть постоянной, переменной или случайной функцией.

Теоретическое обоснование математических моделей динамических систем с запаздыванием получило развитие в теории функционально-дифференциальных уравнений. Описание и методы исследования таких моделей представлены в литературе по теории дифференциальных уравнений и автоматическому управлению [6–9].

Важный класс образуют системы уравнений с *постоянными запаздываниями*. На практике при моделировании систем в качестве функций

запаздывания чаще всего выбираются константы, т.е.  $\tau = \text{const}$  [10].

В настоящее время математические модели с запаздыванием широко используются при описании динамических процессов в механике деформируемого твердого тела [11], в экологии [12–14], в медико-биологических исследованиях [15–20], в системах управления химико-технологическими процессами [21, 22]. Предметом рассмотрения в данной статье являются динамические модели, применяемые в биологии и медицине: будут рассматриваться только те случаи, когда время запаздывания – постоянная величина или детерминированная функция. Практическое применение математических моделей с запаздыванием предполагает использование численных методов для идентификации модели. Однако некоторые типы моделей допускают существование аналитических решений рассматриваемых задач. Хотя первые работы в этом направлении относятся к началу 1920-х гг., вопросы разработки аналитических методов решения конкретных задач с запаздыванием в настоящее время не теряют актуальности.

Целью настоящей работы является исследование аналитических решений динамической модели с постоянным запаздыванием. Модели

такого типа применяются в медико-биологических исследованиях, например, при исследовании распространения инфекций, распределения лекарственных веществ (ЛВ) в организме.

### ПОНЯТИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Динамическая система в общем случае описывает изменение состояния объекта во времени. Традиционно термин «динамическая система» применялся к механическим системам, движение которых описывается дифференциальными уравнениями. В настоящее время теория динамических систем широко используется в различных областях, в частности, для описания биологических систем.

Системы управления часто работают при наличии задержек, возникающих, в первую очередь, из-за времени, которое требуется для прохождения управляющего сигнала. Например, приводы и датчики, участвующие в контурах обратной связи, обычно вызывают задержки.

Выделение объектов с запаздыванием в отдельный класс динамических систем вызвано, прежде всего, особенностями их исследования и идентификации по сравнению с объектами, не содержащими временного запаздывания [1, 5, 7]. Характерной особенностью объектов с запаздыванием является выраженная зависимость текущего состояния управляемого процесса от предыстории. В таких случаях пренебрежение влиянием запаздывания приводит к ухудшению качества математического описания объекта.

В технологических процессах часто встречается такой вид запаздывания, который называется транспортным [2]. Наличие транспортного или, как еще называют, «чистого» запаздывания в технологическом процессе приводит к тому, что сигнал на выходе объекта в течение некоторого времени после применения входного сигнала остается неизменным, а выходной сигнал «запаздывает» (рис. 1). Подобный тип запаздывания характерен и для многих экологических и медико-биологических систем.

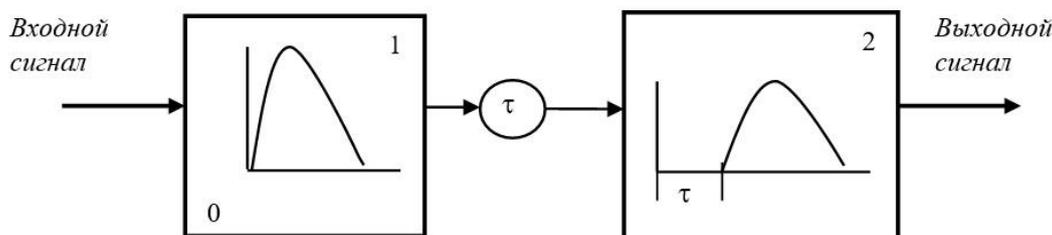


Рис. 1. Простейший вид системы управления с запаздыванием ( $\tau$ )

Применительно к моделированию физиологических процессов можно отметить следующее. Во многих случаях запаздывание вводится как временная характеристика второстепенных или малоизученных процессов, которые на данном этапе построения модели в нее не включаются, но каким-то образом должны быть учтены. Это может быть, например, время транспорта молекул от места их введения в организм к месту их включения в систему реакций формирования биологического отклика; время образования клеток определенного типа, участвующих в иммунной реакции; длительность реакции части популяции на лимитирующие факторы окружающей среды и т.д. В результате, многие сложные задачи, описываемые уравнениями с частными производными, можно аппроксимировать более простыми системами, описываемыми дифференциально-разностными уравнениями, т.е. уравнениями с запаздыванием [14].

Модели с временной задержкой в дифференциальном и аналитическом виде часто исполь-

зуются в фармакокинетических исследованиях, при описании фармакокинетики лекарственных веществ (ЛВ), претерпевающих энтерогепатическую циркуляцию [23–29].

Например, процесс желчной секреции метотрексата в фармакокинетической модели представлен системой последовательно соединенных трех транзитных компартментов (*transit compartments*), каждый из которых вещество проходит за время  $\tau$  прежде, чем экскретирует из организма. При этом наблюдается задержка времени образования экскрета. В математической модели процесс желчной секреции через транзитные камеры описывается системой дифференциальных уравнений.

Модель абсорбции ЛВ с использованием транзитных компартментов была разработана для исследования популяционной фармакокинетики препарата суматриптан у здоровых добровольцев [20].

Математическая модель инфекционного заболевания, представляющая собой систему не-

линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, была разработана Г.И. Марчуком [15].

Чтобы соответствующие иммунокомпетентные клетки стали производить антитела, им необходимо пройти несколько стадий деления, на что затрачивается время  $\tau$ . Многостадийный процесс образования плазматических клеток можно представить системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако механизмы образования таких клеток практически не изучены. Поэтому введение запаздывания позволяет существенно упростить математическую модель.

### Математическое описание динамической системы с запаздыванием

Самый простой пример математического описания системы с дискретной задержкой имеет следующий вид (система с одним сосредоточенным постоянным запаздыванием  $\tau$ ):

$$\dot{x}(t) = -x(t - \tau), \quad (1)$$

где  $x \in R$  – переменная состояния;  $R$  – область существования;  $\tau > 0$  – задержка (или запаздывание).

Для решения уравнения (1) необходимо определить  $x(t - \tau)$  для всех  $t \in [0, \tau]$ . Это можно сделать, если задать начальную функцию  $\varphi(s)$  (вместо начального значения  $x(0)$ , как это обычно делается в случае обыкновенных дифференциальных уравнений):

$$x(s) = \varphi(s), \quad s \in [-\tau, 0].$$

Таким образом, нам необходимо знание всех значений начальной функции на всем промежутке  $[-\tau; 0]$ , количество которых бесконечно, т.е. данная система с задержкой относится к классу бесконечномерных систем.

Для поиска решения системы (1) можно использовать *метод шагов*, предложенный Р. Беллманом [7]. Идея метода заключается в ниже следующем [5].

На первом этапе находится решение для промежутка времени  $t \in [0, \tau]$ , т.е. решается следующая задача Коши:

$$\dot{x}(t) = -\varphi(t - \tau), \quad x(0) = \varphi(0). \quad (2)$$

Затем процедура повторяется для интервалов времени  $[\tau, 2\tau]$ ,  $[2\tau, 3\tau]$  и т.д. Если  $\varphi(t) \equiv \text{const}$ , то решения уравнения (1) являются многочленами, явно зависящими от переменной  $t$ . Таким образом, шаги выбираются кратными величине временной задержки.

Метод шагов интегрирования дифференциальных уравнений с запаздыванием позволяет заменить задачу нахождения решения задачи Коши для уравнения (1) последовательностью задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

В некоторых случаях удается получить аналитические решения (1), и эти решения существуют на отрезках, длины которых совпадают с шагом процедуры, т.е. запаздыванием. Это гарантирует существование единственного решения на любом конечном шаге процедуры. При этом шаг процедуры сведения задачи интегрирования дифференциального уравнения с запаздыванием к задаче последовательного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений совпадает с величиной запаздывания. Для линейных динамических систем с запаздыванием в [5] установлены условия, при которых система (1) асимптотически устойчива.

На этом принципе построен алгоритм нахождения аналитического решения для системы дифференциальных уравнений, описывающих распределение в организме животных и человека некоторых ЛВ, претерпевающих метаболические превращения и энтерогепатическую циркуляцию [29].

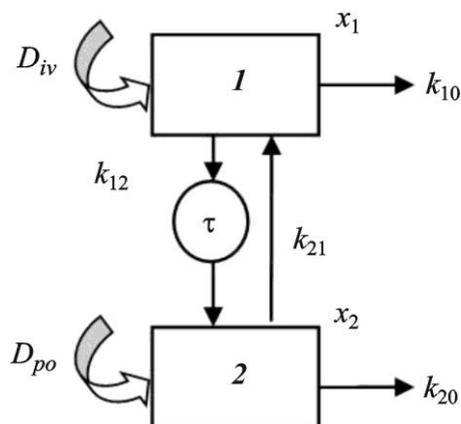
### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ЭНТЕРОГЕПАТИЧЕСКУЮ ЦИРКУЛЯЦИЮ ЛЕКАРСТВЕННЫХ ВЕЩЕСТВ

В основе камерной фармакокинетической модели с запаздыванием, разработанной авторами [29], лежит предположение, что часто наблюдаемые в экспериментах «нестандартные» кривые элиминации ЛВ в крови животных и людей возникают вследствие поздней биотрансформации вещества в печени, задержки (накопления) вещества в желчном пузыре, или просто вследствие ограниченного по скорости транспорта вещества с желчью из области экскреции к области, где происходит его реабсорбция. Введенный авторами [29] параметр  $\tau$  отражает задержку по времени между изменением концентрации препарата в камере, моделирующей кровь и весь организм, включая печень, и в камере, моделирующей распределение ЛВ в желудочно-кишечном тракте (ЖКТ). Структура фармакокинетической модели показана на рис. 2.

Предполагается, что все процессы распределения и элиминации в системе могут быть описаны уравнениями кинетики первого порядка. Скорости этих процессов количественно характеризуются соответствующими константами. Предполагается, что элиминация вещества возможна из любой камеры. Константа скорости элиминации препарата из камеры 1 ( $k_{10}$ ) суммарно характеризует скорости всех процессов исчезновения вещества из камеры 1 (включая

метаболизм в печени), за исключением желчной секреции. Константа скорости элиминации препарата из камеры 2 ( $k_{20}$ ) суммарно характеризует скорости процессов биотрансформации вещества в ЖКТ и экскреции через кишечник.

Константа  $k_{12}$  характеризует скорость желчной секреции. Константа  $k_{21}$  характеризует скорость кишечной реабсорбции.



**Рис. 2.** Двухкамерная фармакокинетическая модель с запаздыванием, учитывающая энтерогепатическую циркуляцию препаратов, где: камера 1 – весь организм, включая кровь и печень; камера 2 – желудочно-кишечный тракт;  $D_{iv}$  – однократная внутривенная доза препарата;  $D_{po}$  – однократная пероральная доза;  $x_1, x_2$  – количество препарата в камерах 1 и 2;  $\tau$  – задержка по времени (запаздывание) между желчной секрецией и кишечной реабсорбцией;  $k_{12}$  – константа, характеризующая скорость желчной секреции;  $k_{21}$  – константа, характеризующая скорость кишечной реабсорбции;  $k_{10}, k_{20}$  – константы, характеризующие скорости элиминации препарата из организма

**Однократная внутривенная инъекция препарата**

Математическая модель, описывающая распределение препарата в системе, приведенной на рис. 2, представляет систему дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -(k_{10} + k_{12}) \cdot x_1(t) + k_{21} \cdot x_2(t), \quad (3)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = k_{12} \cdot x_1(t - \tau) - (k_{21} + k_{20}) \cdot x_2(t), \quad (4)$$

при начальных условиях в случае внутривенной инъекции препарата

$$x_1(t=0) = D_{iv}, \quad x_2(t=0) = 0, \quad x_1(t) = 0 \quad \text{при } -\tau \leq t < 0, \quad (5)$$

где  $D_{iv}$  – доза (количество) вещества, введенная внутривенно;  $x_1(t), x_2(t)$  – количество вещества в камерах 1 и 2 в момент времени  $t$ .

Используя метод шагов [29], авторы получили аналитическое решение этой системы дифференциальных уравнений относительно количества препарата в камерах 1 и 2 для двух вре-

менных интервалов наблюдения, кратных величине запаздывания.

Обозначим

$$K_1 = k_{10} + k_{12}, \quad K_2 = k_{21} + k_{20}. \quad (6)$$

Для интервала наблюдения  $t \leq \tau$ :

$$x_1(t) = D_{iv} \cdot e^{-K_1 \cdot t}, \quad (7)$$

$$x_2(t) = 0. \quad (8)$$

Для интервала наблюдения  $\tau < t \leq 2\tau$ :

$$x_1(t) = D_{iv} e^{-K_1 \cdot t} + D_{iv} \frac{k_{12} \cdot k_{21}}{K_2 - K_1} \times \left[ \left( t - \tau - \frac{1}{K_2 - K_1} \right) \times e^{-K_1 \cdot (t - \tau)} + \frac{1}{K_2 - K_1} \times e^{-K_2 \cdot (t - \tau)} \right], \quad (9)$$

$$x_2(t) = D_{iv} \frac{k_{12}}{K_2 - K_1} \left[ e^{-K_1 \cdot (t - \tau)} - e^{-K_2 \cdot (t - \tau)} \right]. \quad (10)$$

Приближенное решение для интервала времени  $t > 2\tau$  представляет собой одноэкспоненциальные зависимости следующего вида:

$$x_1(t) = x_1^* \cdot e^{-\beta_1 \cdot t}, \quad (11)$$

$$x_2(t) = x_2^* \cdot e^{-\beta_2 t}. \quad (12)$$

Для нахождения значений коэффициентов  $x_1^*, x_2^*, \beta_1, \beta_2$  в [29] подробно описан алгоритм, основанный на линеаризации уравнений (11) и (12). Однако анализ показал, что уравнения модели (9) и (10) работают не только в интервале  $\tau < t \leq 2\tau$ , но и при значениях  $t \gg 2\tau$ .

Система уравнений (7) – (10) позволяет описать особенности распределения препарата в крови животных, отмеченные в эксперименте (наличие пика концентрации вещества в крови на фазе элиминации).

Исследуем влияние запаздывания на профиль количества модельного ЛВ в центральной камере, моделирующей распределение вещества в крови.

За количество вещества, введенное однократно в кровь, примем  $D_{iv} = 100$  ед.

Значения констант скоростей элиминации и распределения:

$$k_{10} = 1.0 \text{ [ч}^{-1}\text{]},$$

$$k_{12} = 3.0 \text{ [ч}^{-1}\text{]},$$

$$k_{21} = 1.0 \text{ [ч}^{-1}\text{]},$$

$k_{20} = 0 \text{ [ч}^{-1}\text{]}$ , предполагаем отсутствие элиминации из камеры 2.

Результаты моделирования представлены на рис. 3 (в полулогарифмической шкале). Точечная линия показывает элиминацию ЛВ при отсутствии запаздывания ( $\tau = 0$ ). Величина запаздывания указана в часах. Расчеты проведены в системе компьютерной математики Mathcad 15 [30].

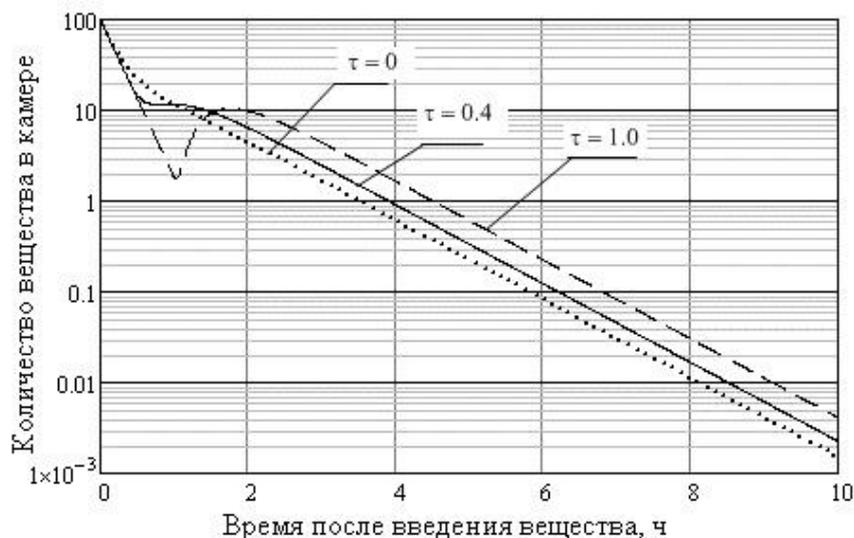


Рис. 3. Динамика элиминации ЛВ из центральной камеры при различных величинах запаздывания после однократной внутривенной инъекции вещества в дозе 100 ед.

Рассмотрим теперь распределение модельного ЛВ в случае однократного перорального введения.

### Однократное пероральное введение вещества

Математическая модель, описывающая распределение препарата после однократного перорального введения в системе, приведенной на рис. 2, представляет систему дифференциальных уравнений вида (3)–(4) при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned} x_1(t=0) &= 0, \\ \text{при } -\tau \leq t < 0; \quad x_2(t=0) &= D_{po}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $D_{iv}$  — доза (количество) вещества, введенная перорально;  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  — количество вещества в камерах 1 и 2 в момент времени  $t$ .

Аналитическое решение этой системы дифференциальных уравнений относительно количества препарата в камерах 1 и 2, как и в случае внутривенной инъекции, получено с использованием метода шагов для двух временных интервалов наблюдения, кратных величине запаздывания [29]. Обозначения переменных такие же, как и в предыдущем случае.

Аналитическое решение имеет следующий вид.

Для интервала наблюдения  $t \leq \tau$ :

$$x_1(t) = D_{po} \frac{k_{21}}{K_2 - K_1} \left[ e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t} \right], \quad (14)$$

$$x_2(t) = D_{po} \cdot e^{-K_2 t}. \quad (15)$$

Для интервала наблюдения  $\tau < t \leq 2\tau$ :

$$x_1(t) = D_{po} \frac{k_{21}}{K_2 - K_1} \left[ e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t} \right] + D_{po} \frac{k_{12}(k_{21})^2}{(K_2 - K_1)^2} \left[ \left( t - \tau - \frac{2}{K_2 - K_1} \right) \times e^{-K_1(t-\tau)} + \left( t - \tau + \frac{2}{K_2 - K_1} \right) \times e^{-K_2(t-\tau)} \right], \quad (16)$$

$$x_2(t) = D_{po} e^{-K_2 t} + D_{po} \frac{k_{12} \cdot k_{21}}{K_2 - K_1} \left[ \left( t - \tau - \frac{1}{K_2 - K_1} \right) \times e^{-K_1(t-\tau)} + \frac{1}{K_2 - K_1} \times e^{-K_2(t-\tau)} \right]. \quad (17)$$

Отметим, что уравнения модели работают не только в интервале  $0 < t \leq 2\tau$ , но и при значениях  $t > 2\tau$ .

Как и в предыдущем случае, исследуем влияние запаздывания на профиль количества модельного ЛВ в центральной камере, моделирующей распределение вещества в крови. За количество вещества, введенное однократно в кровь, примем  $D_{po} = 100$  ед.

Значения констант скоростей элиминации и распределения:

$$k_{10} = 0.5 \text{ [ч}^{-1}\text{]},$$

$$k_{12} = 1.0 \text{ [ч}^{-1}\text{]},$$

$$k_{21} = 3.0 \text{ [ч}^{-1}\text{]},$$

$$k_{20} = 0.2 \text{ [ч}^{-1}\text{]}.$$

Результаты моделирования представлены на рис. 4. Точечная линия показывает элиминацию ЛВ при отсутствии запаздывания ( $\tau = 0$ ). Величина запаздывания указана в часах. Расчеты проведены в системе компьютерной математики Mathcad 15 [30].

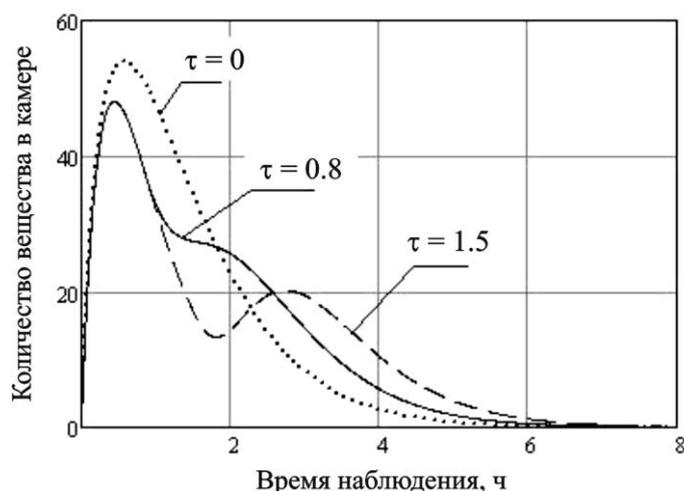


Рис. 4. Динамика элиминации ЛВ из центральной камеры при различных величинах запаздывания после однократного перорального введения вещества в дозе 100 ед.

Как видно из приведенных графиков (см. рис. 3, 4), величина запаздывания оказывает существенное влияние на форму кривой рас-

пределения вещества в крови (положение и величина вторичного максимума или плато концентрации ЛВ).

МУЛЬТИФРАКЦИОННАЯ МОДЕЛЬ  
С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ,  
ОПИСЫВАЮЩАЯ ПРОЦЕССЫ АБСОРБЦИИ  
ЛЕКАРСТВЕННЫХ ВЕЩЕСТВ  
ПРИ ИХ ПЕРОРАЛЬНОМ ВВЕДЕНИИ

На скорость проникания молекул вещества в кровь большое влияние оказывает лекарственная форма вводимого препарата, в частности, скорость высвобождения молекул вещества из лекарственной формы (таблеток, суспензий, жидкости, растворимых капсул). Основным местом всасывания ЛВ в кровь из ЖКТ при приеме препаратов внутрь является кишечник. В разных отделах кишечника скорость всасывания молекул вещества может быть различной, что отражается на форме фармакокинетической кривой. На фазе всасывания препаратов в кровь наблюдаются такие «аномалии», как двухфазный (разрывный) профиль, второй пик концентрации или плато концентрации. Подобное явление было выявлено у таких препаратов, как циметидин [31], аллопуринол, пиндолол, дилтиазем [32], пеницилламин [33], аспирин [34], фуросемид [35], парацетамол [36].

Авторами предложены различные способы математического описания фармакокинетики лекарственных форм препаратов при нестандартном профиле всасывания и элиминации после приема ЛВ внутрь.

Авторами [32, 37–39] предложена мультифракционная модель абсорбции лекарственных форм (МФА-модель), которая представляет собой один из вариантов модели с разрывным характером абсорбции. Она основана на предположении, что абсорбция лекарственной формы вещества в ЖКТ проходит в две или три стадии, различающиеся константами скорости всасывания в системный кровоток и продолжительностью каждой стадии. Основные типы математических моделей с разрывным характером абсорбции были рассмотрены ранее [40].

Другие авторы предлагают моделировать запаздывание абсорбции лекарственных форм препаратов после их приема внутрь прохождением веществом ряда транзитных компартментов [41–43].

В качестве примера рассмотрим фармакокинетическую модель, предложенную авторами [20] для исследования популяционной фармакокинетики суматриптана, распределение которого в крови добровольцев (24 чел.) после приема препарата внутрь характеризуется атипичным профилем с несколькими пиками концентрации. Суматриптан – синтетическое производное триптамина. Препарат используется для лече-

ния мигрени. Вводится перорально, в нос, или инъекцией под кожу.

Авторы [20] предполагали двухфазный процесс абсорбции вещества из области введения (ЖКТ) в кровь: первая фаза – абсорбция первого порядка; вторая фаза – прохождение вещества через  $n$  транзитных компартментов с последующей абсорбцией первого порядка в центральную камеру (рис. 5,а). Доля вещества, поступающего в кровь на первой фазе  $(1 - f)$ , скорость этого процесса характеризуется константой  $k_{a1}$ ; доля вещества, поступающего в кровь через транзитные компартменты  $f$ , скорость прохождения каждого транзитного компартмента характеризуется константой  $k_{tr}$ ;  $k_{a2}$  – константа скорости абсорбции вещества в кровь из последнего транзитного компартмента. Математическая модель такого процесса должна включать  $n$  дифференциальных уравнений для описания прохождения вещества (или его метаболитов) через каждую транзитную камеру.

Вместо фармакокинетической модели, включающей  $n$  транзитных компартментов (см. рис. 5,а), для описания распределения суматриптана в крови воспользуемся моделью с запаздыванием, аналогичную рассмотренной в разделе 2, но учитывающую двухфазный процесс абсорбции вещества (рис. 5,б). Таким образом, представленная на рис. 5,б схема является МФА-моделью с запаздыванием.

Предположим, что и первая, и вторая фазы абсорбции являются процессами первого порядка с константами скоростей  $k_{a1}$  и  $k_{a2}$ , но на второй фазе наблюдается запаздывание  $\tau$ .

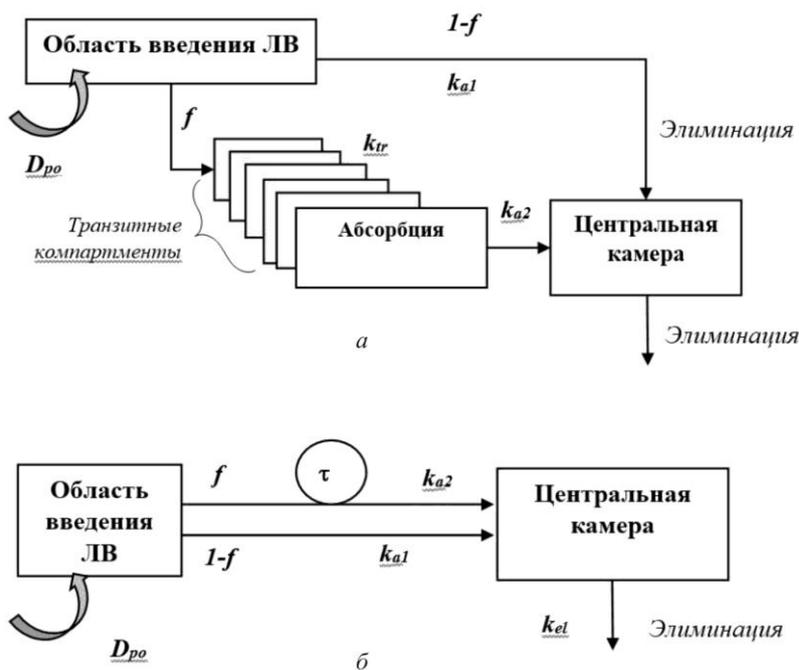
Распределение вещества в организме можно представить моделью с одной областью распределения. Элиминация вещества и его метаболитов предполагается только из центральной камеры (через почки), и этот процесс также описывается линейной кинетикой с константой скорости элиминации  $k_{el}$ . Количество принято-го внутрь вещества (доза)  $D_{po}$ .

Так как все процессы распределения предполагаются линейными, то можно записать сразу аналитические выражения для каждой из фаз абсорбции.

Для фазы 1 абсорбции можно записать уравнение распределения препарата в крови добровольцев для всего интервала наблюдения:

$$c_I(t) = \frac{(1-f) \cdot D_{po} \cdot k_{a1}}{V_d \cdot (k_{a1} - k_{el})} (e^{-k_{el}t} - e^{-k_{a1}t}), \quad (18)$$

где  $V_d$  – наблюдаемый объем распределения препарата (мл),  $c_I(t)$  – концентрация вещества в крови в момент времени  $t$  (нг/мл).



**Рис. 5.** Мультифракционная модель абсорбции с запаздыванием для суматриптана, распределение которого в крови добровольцев после приема препарата внутрь характеризуется атипичным профилем с несколькими пиками концентрации

На второй фазе абсорбции рассмотрим два интервала времени.

Для интервала времени  $0 < t \leq \tau$ :

$$c_{II}(t) = 0, \text{ если } 0 < t \leq \tau. \quad (19)$$

Для интервала времени  $t > \tau$ :

$$c_{II}(t) = \frac{f \cdot D_{po} \cdot k_{a2}}{V_d \cdot (k_{a2} - k_{el})} \times \times \left[ e^{-k_{el}(t-\tau)} - e^{-k_{a2}(t-\tau)} \right], \quad (20)$$

где  $c_{II}(t)$  – концентрация вещества в крови в момент времени  $t$ .

Запишем теперь общее уравнение модели для всего интервала наблюдения:

$$c_p(t) = \begin{cases} c_I(t), & 0 < t \leq \tau; \\ c_I(t) + c_{II}(t), & t > \tau, \end{cases} \quad (21)$$

где  $c_I(t)$  и  $c_{II}(t)$  определяются зависимостями (18) и (20),  $c_p(t)$  – концентрация вещества в крови на интервале наблюдения  $t > 0$ .

Воспользуемся результатами эксперимента, приведенными в работе [20], для индивидуальных добровольцев и оценим по этим данным параметры фармакокинетической модели (21). Доза препарата  $D_{po} = 50$  мг внутрь.

В эксперименте время измерялось в часах, соответственно, константы скоростей всасывания и элиминации имеют размерность  $ч^{-1}$ , а запаздывание также измеряется в часах. Концентрация вещества в крови измерялась в нг/мл. Расчеты проведены в системе Mathcad 15 [30].

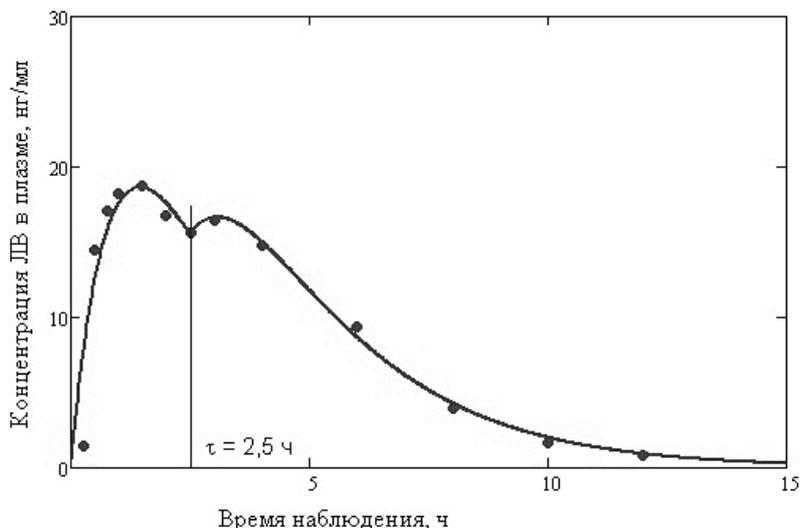
В результате расчета получены следующие значения параметров модели:

$$\begin{aligned} f &= 0.326 \\ V_d, \text{ мл} &= 735200.9 \\ k_{a1}, \text{ ч}^{-1} &= 0.766 \\ k_{a2}, \text{ ч}^{-1} &= 0.395 \\ k_{el}, \text{ ч}^{-1} &= 0.622 \\ \tau, \text{ ч} &= 2.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{Остаточная} \\ &\text{дисперсия (нг/мл)}^2 = 5.0 \end{aligned}$$

На рис. 6 показана расчетная кривая распределения препарата в плазме добровольца ID\_12.

Как видим, математическая модель вполне удовлетворительно описывает экспериментальные данные. Это означает, что предположение о характере процессов абсорбции ЛВ для первой и второй фазы оказалось верным.



**Рис. 6.** Результаты расчета профиля концентрации суматриптана в плазме одного из испытуемых (доброволец ID\_12) после приема внутрь препарата в дозе 50 мг. Точками обозначены результаты измерения концентрации ЛВ в плазме добровольца, сплошная линия – расчетная кривая, построенная по модели (21)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в данной работе математические модели позволяют описать нестандартные профили распределения ЛВ в крови, которые часто наблюдаются при исследовании фармакокинетики лекарственных веществ, претерпевающих в организме животных и человека энте-

рогепатическую циркуляцию и кишечную реабсорбцию.

Предложенная модификация МФА-модели, включающая запаздывание, позволяет адекватно моделировать распределение ЛВ, характеризующихся нестандартным механизмом абсорбции лекарственной формы при пероральном введении препаратов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долгий Ю.Ф., Сурков П.Г. Математические модели динамических систем с запаздыванием: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2012.
2. Системы автоматического управления с запаздыванием: учебное пособие / Ю.Ю. Громов, Н.А. Земской, А.В. Лагутин, О.Г. Иванова, В.М. Тютюнюк. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007.
3. Бобцов А.А., Пыркин А.А. Адаптивное и робастное управление с компенсацией неопределенностей: учебное пособие. СПб.: НИУ ИТМО, 2013.
4. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. М.: Машиностроение, 1973.
5. Плотников С.А., Семенов Д.М., Фрадков А.Л. Математическое моделирование систем управления. СПб: Университет ИТМО, 2021.
6. Хейл Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1984.
7. Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1967.
8. Мышкис А.Д. Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом. М.: Наука, 1972.
9. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М.: Наука, 1971.

10. Шампайн Л.Ф., Гладвел И., Томпсон С. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB. СПб.: Лань, 2009.
11. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988.
12. Хидиров Б.Н. Избранные работы по математическому моделированию регуляторики живых систем. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2014.
13. Ризниченко Г.Ю. Математическое моделирование биологических процессов. Модели в биофизике и экологии. М.: Юрайт, 2016.
14. Глаголев М.В., Сабреков А.Ф., Гончаров В.М. Дифференциальные уравнения с запаздыванием как математические модели динамики популяций // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. 2018. Т. 9. № 2. С. 40–63.
15. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. М.: Наука, 1991.
16. Мюррей Д. Математическая биология. Т. 1: Введение. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009.
17. Мюррей Д. Математическая биология. Т. 2: Пространственные модели и их приложения в биомедицине. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая

динамика», Институт компьютерных исследований, 2011.

18. Математическое моделирование живых систем: учебное пособие / О.Э. Соловьева, В.С. Мархасин, Л.Б. Кацнельсон, Т.Б. Сульман, А.Д. Васильева. Под общ. ред. О.Э. Соловьевой. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2013.

19. Baker C.T.H., Bocharov G.A., Paul C.A.H., Rihan F.A. Modelling and analysis of time-lags in some basic patterns of cell proliferation // *J. Math. Biol.* 1998. V. 37. P. 341–371.

20. Lee Joomi, Mi-sun Lim, Sook Jin Seong et al. Population pharmacokinetic analysis of the multiple peaks phenomenon in sumatriptan // *Transl Clin Pharmacol*, 2015. V. 23. № 2. P. 66–74.

21. Стребуляев С.Н., Воробьев Д.В. Параметрические колебания в линейных системах с запаздыванием: учебно-методическое пособие. Н. Новгород: НГУ, 2020.

22. Шилин А.А., Букреев В.Г., Койков К.И. Математическая модель нелинейной теплообменной системы с запаздыванием // В сб. трудов: XIX Международная научно-практическая конференция «Современные техника и технологии». Секция 10: Теплоэнергетика. 2013. С. 221–222.

23. Bischoff K.B., Dedrick R.L., Zaharko D.S., Longstreth J.A. Methotrexate pharmacokinetics // *J. Pharm. Sci.* 1971. Vol. 60. № 8. P. 1128–1133.

24. Melchor Alpizar-Salazar, Miguel Alejandro Trejo-Rangel, José de Jesús Reséndiz-Rojas et al. A modified compartmental pharmacokinetic model of enterohepatic circulation for simvastatin in healthy Mexican subjects. A pilot study // *Journal of Pharmacy and Pharmacology Research*. 2020. Vol. 4 (4). P. 103–115.

25. Gerner B., Scherf-Clavel O. Physiologically based pharmacokinetic modelling of cabozantinib to simulate enterohepatic recirculation, drug–drug interaction with rifampin and liver impairment // *Pharmaceutics*. 2021. Vol. 13. P. 773.

<https://doi.org/10.3390/pharmaceutics13060778>.

26. Ibarra M., Troconiz I.F., Fagiolino P. Enteric reabsorption processes and their impact on drug pharmacokinetics // *Scientific Reports*. 2021. Vol. 11. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-85174-w>.

27. Kim T.H., Shin S., Landersdorfer C.B., et al. Population pharmacokinetic modeling of the enterohepatic recirculation of fimasartan in rats, dogs, and humans // *The AAPS Journal*. 2015. Vol. 17. № 5. P. 1210–1223. doi: 10.1208/s12248-015-9764-2.

28. Funaki T. Enterohepatic circulation model for population pharmacokinetic analysis // *J. Pharm. Pharmacol.* 1999. V. 51. P. 1143–1148.

29. Steimer J.L., Plusquellec Y., Guillaume A., et al. A time-lag model for pharmacokinetics of drugs subject to enterohepatic circulation // *Journal of Pharmaceutical Sciences*. 1982. Vol. 71. P. 297–302.

30. Кирьянов Д.В. Mathcad 15 / Mathcad Prime 1.0. СПб.: БХВ-Петербург, 2012.

31. Takamatsu N., Welage L.S., Hayashi Y., et al. Variability in cimetidine absorption and plasma double

peaks following oral administration in the fasted state in humans: correlation with antral gastric motility // *Eur. J. Pharmaceutics and Biopharmaceutics*. 2002. Vol. 53. P. 37–47.

32. Murata K., Noda K., Kohno K., et al. Pharmacokinetic analysis of concentration data of drugs with irregular absorption profiles using multi-fraction absorption models // *J. Pharm. Sci.* 1987. Vol. 76. P. 109–113.

33. Bergstrom R.F., Kay D.R., Harkcom T.M., Wagner J.G. Penicillamine kinetics in normal subjects // *Clin. Pharmacol. Ther.* 1981. Vol. 30. P. 404–413.

34. Lui C.Y., Oberle R., Fleisher D., Amidon G.L. Application of a radiotelemetric system to evaluate the performance of enteric coated and plain aspirin tablets // *J. Pharm. Sci.* 1986. Vol. 75. P. 469–474.

35. Hammarlund M.M., Paalzow L.K., Odland B. Pharmacokinetics of furosemide in man after intravenous and oral administration. Application of moment analysis // *Eur. J. Clin. Pharmacol.* 1984. Vol. 26. P. 197–207.

36. Clements J.A., Heading R.C., Nimmo W.S., Prescott L.F. Kinetics of acetaminophen absorption and gastric emptying in man // *Clin. Pharmacol. Ther.* 1978. Vol. 24. P. 420–431.

37. Murata K., Tagawa K., Noda K., Kohno K., Samejima M. Pharmacokinetic analysis of single- or multiple-dose plasma drug concentration data with microcomputer using multi-fraction absorption models // *J. Pharm. Sci.* 1989. Vol. 78. P. 154–159.

38. Riad L.E., Chan K.K.H., Wagner W.E., Sawchuk R.J. Simultaneous first- and zero-order absorption of carbamazepine tablets in humans // *J. Pharm. Sci.* 1986. Vol. 75. P. 897–900.

39. Imbimo B.P., Daniotti S., Vidi A., et al. Discontinuous oral absorption of cimetropium bromide, a new antispasmodic drug // *J. Pharm. Sci.* 1986. Vol. 75. P. 680–684.

40. Полехина О.В., Образцов Н.В. Особенности математического моделирования фармакокинетики при пероральном приеме лекарственных средств // *Материалы научно-практической конференции «Актуальные вопросы промышленной токсикологии»* (Москва, 26–27 ноября, 2014). М.: Изд-во «Перо», 2014. С. 223–234.

41. Ide T., Sasaki T., Maeda K., et al. Quantitative population pharmacokinetic analysis of pravastatin using an enterohepatic circulation model combined with pharmacogenomic information on SLCO1B1 and ABCG2 polymorphisms // *The Journal of Clinical Pharmacology*. 2009. Vol. 49 (11). P. 1309–1317.

42. Jain L., Woo S., Gardner E.R., Dahut W.L., Kohn E.C., Kummar S., et al. Population pharmacokinetic analysis of sorafenib in patients with solid tumours // *British journal of clinical pharmacology*. 2011. № 72(2). P. 294–305.

43. Ibarra M., Vazquez M., Fagiolino P. Population pharmacokinetic model to analyze nevirapine multiple-peaks profile after a single oral dose // *Journal of pharmacokinetics and pharmacodynamics*. 2014. Vol. 41(4). P. 363–373.

## MATHEMATICAL MODEL WITH DELAY FOR DYNAMIC CONTROL SYSTEMS

**D.E. Ivanov, O.V. Polekhina, T.N. Shvetsova-Shilovskaya, E.N. Morozova, E.V. Kazarezova**  
*Federal state unitary enterprise «State scientific-research Institute of organic chemistry and technology»  
(FGUP «GosNIIOKHT») State research center of the Russian Federation, Moscow, 111024, Russia*

Received December 15, 2022; revised December 15, 2022; accepted December 27, 2022

The purpose of this work is to study the analytical solutions of a dynamic model with a constant delay. Models of this type are used in biomedical research, for example, in the study of the spread of infections, the distribution of drugs in the body.

A modification of the multifractional absorption model (MFA model) including a delay is proposed, and its analytical solution is obtained. It allows you to adequately model the distribution in the blood of medicinal substances characterized by a non-standard mechanism of absorption of the dosage form upon oral administration. According to the literature data on the pharmacokinetics of the drug sumatriptan in volunteers after oral administration of 50 mg of the drug, the distribution of the substance in the blood was calculated using the proposed MFA model with a delay. The model made it possible to adequately describe the distribution, which is characterized by two peaks in the concentration of the drug in the blood.

**Keywords:** medicinal substances, dynamic models with delay, multifraction absorption model, distribution of substances in the body, oral administration of a substance.

### REFERENCES

1. Dolgiy Yu.F., Surkov P.G. Matematicheskiyâ modeli dinamicheskikh sistem s zapazdyvaniyâm: ucheb. posobiya [Mathematical models of dynamical systems with delay: textbook. allowance]. Ekaterinburg: Izd-vo Ural. un-ta Publ., 2012.
2. Gromov Yu.Yu., Zemskoy N.A., Lagutin A.V., Ivanova O.G., Tyutyunnik V.M. Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s zapazdyvaniyâm: ucheb. posobiya [Automatic control systems with delay: textbook. allowance]. Tambov: Izd-vo Tamb. gos. tekhn. un-ta Publ., 2007.
3. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. Adaptivnoyâ i robustnoyâ upravleniya s kompensatsiyâ neopredelennostey: uchebnoyâ posobiya [Adaptive and Robust Control with Uncertainty Compensation: Tutorial]. SPb: NIU ITMO Publ., 2013.
4. Guretskiy Kh. Analiz i sintez sistem upravleniya s zapazdyvaniyâm [Analysis and synthesis of control systems with delay]. M.: Mashinostroyaniya, 1973.
5. Plotnikov S.A., Semenov D.M., Fradkov A.L. Matematicheskoyâ modelirovaniya sistem upravleniya [Mathematical modeling of control systems]. SPb: Universitet ITMO Publ., 2021.
6. Kheyl Dzh. Teoriya funktsionalno-differentsialnykh uravneniy [Theory of functional differential equations]. M.: Mir Publ., 1984.
7. Bellman R., Kuk K. Differentsialno-raznostnyyâ uravneniya. [Differential-difference equations]. Moscow, Mir Publ., 1967.
8. Myshkis A.D. Lineynyyâ differentsialnyyâ uravneniya s zapazdyvayushchim argumentum [Linear differential equations with retarded argument]. M.: Nauka Publ., 1972.
9. Elsgolts L.E., Norkin. S.B. Vvedeniya v teoriyu differentsialnykh uravneniy s otklonyayushchimsya argumentum [Introduction to the theory of differential equations with deviating argument]. M.: Nauka Publ., 1971.
10. Shampayn L.F., Gladvel I., Tompson S. Resheniya obyknovennykh differentsialnykh uravneniy s ispolzovaniyâm MATLAB [Solving Ordinary Differential Equations Using MATLAB]. SPb: Lan Publ., 2009.
11. Rabotnov Yu.N. Mekhanika deformiruyâмого tverdogo tela [Solid Mechanics]. M.: Nauka Publ., 1988.
12. Khidirov B.N. Izbrannyyâ raboty po matematicheskomu modelirovaniyu regulyatoriki zhivykh sistem [Selected works on mathematical modeling of the regulators of living systems]. Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», Institut kompyuternykh issledovaniy, 2014.
13. Riznichenko G.Yu. Matematicheskoyâ modelirovaniya biologicheskikh protsessov. Modeli v biofizike i ekologii [Mathematical modeling of biological processes. Models in biophysics and ecology]. M.: Yurayt Publ., 2016.
14. Glagolev M.V., Sabrekov A.F., Goncharov V.M. Differentsialnyyâ uravneniya s zapazdyvaniyâm kak matematicheskiyâ modeli dinamiki populyatsiy [Mathematical models in immunology. Computational methods and experiments]. Dinamika okruzhayushchey sredy i globalnyyâ izmeneniya klimata. 2018. Vol. 9. No. 2. P. 40–63.
15. Marchuk G.I. Matematicheskiyâ modeli v immunologii. Vychislitelnyyâ metody i eksperimenty [Mathematical models in immunology. Computational methods and experiments]. M.: Nauka Publ., 1991.
16. Myurrey D. Matematicheskaya biologiya. T. 1.: Vvedeniya [Mathematical biology. Volume 1. Introduction].

tion]. Izhevsk: NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», Institut kompyuternykh issledovaniy. 2009.

17. *Myurrey D.* Matematicheskaya biologiya. T. 2: Prostranstvennyyâ modeli i ikh prilozheniya v biomeditsine [Mathematical biology. Volume 2. Spatial models and their applications in biomedicine]. Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», Institut kompyuternykh issledovaniy. 2011.

18. *Solovyâva O.E., Markhasin V.S., Katsnelson J.I.B., Sulman T.B., Vasilyâva A.D.* Matematicheskoyâ modelirovaniyâ zhivykh sistem: ucheb. posobiya / Pod obshch. red. O.E. Solovyâvoy. [Mathematical modeling of living systems: textbook. allowance / under total. ed. O.E. Solovieva. Ministry of Education and Science Ros. Federation. Ural. feder. university]. Ekaterinburg: Izd-vo Ural. un-ta. 2013.

19. *Baker C.T.H., Bocharov G.A., Paul C.A.H., Rihan F.A.* Modelling and analysis of time-lags in some basic patterns of cell proliferation. *J. Math. Biol.* 1998. Vol. 37. P. 341–371.

20. *Lee Joomi, Mi-sun Lim, Sook Jin Seong, et al.* Population pharmacokinetic analysis of the multiple peaks phenomenon in sumatriptan. *Transl Clin Pharmacol.* 2015. Vol. 23. No. 2. P. 66–74.

21. *Strebul'yayâv S.N., Vorobyâv D.V.* Parametricheskoyâ kolebaniya v lineynykh sistemakh s zapazdyvaniyâ: uchebno-metodicheskoyâ posobiya [Parametric Oscillations in Linear Systems with Delay: Study Guide]. Nizhniy Novgorod: Nizhegorodskiy gosuniversitet, 2020.

22. *Shilin A.A., Bukreyâv V.G., Koykov K.I.* Matematicheskaya model nelineynoy teploobmennoy sistemy s zapazdyvaniyâ [sb. trudov: XIX Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Sovremennyyâ tekhnika i tekhnologii». Sektsiya 10: Teploenergetikab]. 2013. P. 221–222.

23. *Bischoff K.B., Dedrick R.L., Zaharko D.S., Longstreth J.A.* Methotrexate pharmacokinetics. *J. Pharm.Sci.* 1971. Vol. 60. No. 8. P. 1128–1133.

24. *Melchor Alpizar-Salazar, Miguel Alejandro Trejo-Rangel, José de Jesús Reséndiz-Rojas, et al.* A modified compartmental pharmacokinetic model of enterohepatic circulation for simvastatin in healthy Mexican subjects. A pilot study. *Journal of Pharmacy and Pharmacology Research.* 2020. Vol. 4(4). P. 103–115.

25. *Gerner B., Scherf-Clavel O.* Physiologically based pharmacokinetic modelling of cabozantinib to simulate enterohepatic recirculation, drug–drug interaction with rifampin and liver impairment. *Pharmaceutics.* 2021. Vol. 13. P. 773. <https://doi.org/10.3390/pharmaceutics13060778>.

26. *Ibarra M., Troconiz I.F., Fagiolino P.* Enteric reabsorption processes and their impact on drug pharmacokinetics. *Scientific Reports.* 2021. Vol. 11. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-85174-w>.

27. *Kim T.H., Shin S., Landersdorfer C.B., et al.* Population pharmacokinetic modeling of the enterohepatic recirculation of fimasartan in rats, dogs, and humans. *The AAPS Journal.* 2015. Vol. 17. No. 5. P. 1210–1223, doi: 10.1208/s12248-015-9764-2.

28. *Funaki T.* Enterohepatic circulation model for population pharmacokinetic analysis. *J. Pharm. Pharmacol.* 1999. Vol. 51. P. 1143–1148.

29. *Steimer J.L., Plusquellec Y., Guillaume A., et al.* A time-lag model for pharmacokinetics of drugs subject to enterohepatic circulation. *Journal of Pharmaceutical Sciences.* 1982. Vol. 71. P. 297–302.

30. *Kiryanov D.V.* Mathcad 15 / Mathcad Prime 1.0. SPb: BKhV-Peterburg, 2012.

31. *Takamatsu N., Welage L.S., Hayashi Y., et al.* Variability in cimetidine absorption and plasma double peaks following oral administration in the fasted state in humans: correlation with antral gastric motility. *Eur. J. Pharmaceutics and Biopharmaceutics.* 2002. Vol. 53. P. 37–47.

32. *Murata K., Noda K., Kohno K., et al.* Pharmacokinetic analysis of concentration data of drugs with irregular absorption profiles using multi-fraction absorption models. *J. Pharm. Sci.* 1987. Vol. 76. P. 109–113.

33. *Bergstrom R.F., Kay D.R., Harkcom T.M., Wagner J.G.* Penicillamine kinetics in normal subjects. *Clin. Pharmacol. Ther.* 1981. Vol. 30. P. 404–413.

34. *Lui C.Y., Oberle R., Fleisher D., Amidon G.L.* Application of a radiotelemetric system to evaluate the performance of enteric coated and plain aspirin tablets. *J. Pharm. Sci.* 1986. Vol. 75. P. 469–474.

35. *Hammarlund M.M., Paalzow L.K., Odland B.* Pharmacokinetics of furosemide in man after intravenous and oral administration. Application of moment analysis. *Eur. J. Clin. Pharmacol.* 1984. Vol. 26. P. 197–207.

36. *Clements J.A., Heading R.C., Nimmo W.S., Prescott L.F.* Kinetics of acetaminophen absorption and gastric emptying in man. *Clin. Pharmacol. Ther.* 1978. Vol. 24. P. 420–431.

37. *Murata K., Tagawa K., Noda K., Kohno K., Samejima M.* Pharmacokinetic analysis of single- or multiple-dose plasma drug concentration data with microcomputer using multi-fraction absorption models. // *J. Pharm. Sci.* 1989. Vol. 78. P. 154–159.

38. *Riad L.E., Chan K.K.H., Wagner W.E., Sawchuk R.J.* Simultaneous first- and zero-order absorption of carbamazepine tablets in humans. *J. Pharm. Sci.* 1986. Vol. 75. P. 897–900.

39. *Imbimo B.P., Daniotti S., Vidi A., et al.* Discontinuous oral absorption of cimetropium bromide, a new antispasmodic drug. *J. Pharm. Sci.* 1986. Vol. 75. P. 680–684.

40. *Polekhina O.V., Obratsov N.V.* Osobennosti matematicheskogo modelirovaniya farmakokinetiki pri peroralnom priyâme lekarstvennykh sredstv [Features of mathematical modeling of pharmacokinetics in oral administration of drugs]. *Materialy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Aktualnyyâ voprosy promyshlennoy toksikologii»* [Materials of the scientific-practical conference «Topical issues of industrial toxicology»]. Moskva, 26–27 noyabrya, 2014. M.: Izdatelstvo «Pero», 2014. P. 223–234.

41. *Ide T., Sasaki T., Maeda K., et al.* Quantitative population pharmacokinetic analysis of pravastatin using an enterohepatic circulation model combined with pharmacogenomic information on SLCO1B1 and ABCG2

polymorphisms. *The Journal of Clinical Pharmacology*. 2009. Vol. 49(11). P. 1309–1317.

42. *Jain L., Woo S., Gardner E.R., Dahut W.L., Kohn E.C., Kummar S., et al.* Population pharmacokinetic analysis of sorafenib in patients with solid tumours. *British journal of clinical pharmacology*. 2011. No. 72(2). P. 294–305.

43. *Ibarra M., Vazquez M., Fagiolino P.* Population pharmacokinetic model to analyze nevirapine multiple-peaks profile after a single oral dose. *Journal of pharmacokinetics and pharmacodynamics*. 2014. Vol. 41(4). P. 363–373.

УДК 621.039.531:621.039.526

## ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСЛОВИЙ ОБЛУЧЕНИЯ ОБРАЗЦОВ МЕТАЛЛА В СОСТАВЕ МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКОЙ СБОРКИ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ ПРОДЛЕНИЯ СРОКА ЭКСПЛУАТАЦИИ РЕАКТОРА БН-600

© 2022 Е.С. Кирилова\*, А.А. Радионычева\*\*, М.Р. Фарақшин\*\*\*

АО «ОКБМ Африкантов», г. Нижний Новгород, 603074, Россия

\*e-mail: kirilova\_es@okbm.nnov.ru,

\*\*e-mail: radionycheva\_aa@okbm.ru,

\*\*\*e-mail: farakshin@okbm.nnov.ru

Поступила в редакцию: 09.12.2022

После доработки: 09.12.2022

Принята к публикации: 13.12.2022

Для продления срока эксплуатации реактора БН-600 необходимо обосновать сохранение работоспособности незаменимых элементов реактора, в том числе отражателя нейтронов, которые работают в условиях высоких повреждающих доз и температур. Такую возможность дает облучение металла пакета-имитатора в составе материаловедческой сборки, устанавливаемой в реактор БН-600. В статье представлены основные характеристики сборки, в том числе конструктивные особенности и параметры облучения. Представлены основные принципы выбора места размещения МС в реакторе и материаловедческих образцов внутри сборки для обеспечения требуемых условий облучения образцов металла. Также рассмотрено влияние установки материаловедческой сборки на характеристики штатныхборок реактора, на поле нейтронного потока при сопоставлении вариантов размещения сборки внутри активной зоны и в боковой зоне воспроизводства реактора. Для расчета параметров облучения и влияния установки сборки в зоне используются те же методики и программы, что и при проектировании активной зоны реактора. Показано минимальное влияние материаловедческой сборки на нейтронно-физические характеристики активной зоны при установке в боковую зону воспроизводства.

*Ключевые слова:* БН-600, активная зона, продление срока эксплуатации, материаловедческая сборка, пакет-имитатор, нейтронно-физические характеристики, поле нейтронного потока, повреждающая доза, флюенс нейтронов, температура.

DOI: <https://doi.org/10.26583/vestnik.2022.10>

### ВВЕДЕНИЕ

Энергетический реактор на быстрых нейтронах БН-600 успешно эксплуатируется с 1980 г. с первоначальным проектным сроком службы 30 лет [1]. В настоящее время действующей лицензией работа реактора разрешена до 2025 г. Для дополнительного продления срока эксплуатации установки до 60 лет разработана «Программа материаловедческих работ по обоснованию работоспособности незаменимых элементов реактора БН-600 до 60 лет».

Незаменимые элементы реакторной установки БН-600, работающие под действием нейтронного облучения, повышенных температур, а также статической и циклической нагрузки, будут накапливать повреждения как за счет теплового старения, так и за счет нейтронного облучения. Одним из основных элементов, ограничивающим ресурс реактора БН-600, наряду с корпусом реактора, подпоркой, напор-

ной камерой, коллекторами, является отражатель нейтронов, который эксплуатируется в условиях высоких повреждающих доз и температур [2]. Поскольку для контроля за изменением механических свойств конструкционных материалов не могут быть использованы части металла из работающих незаменимых элементов, работы по исследованию могут быть выполнены с использованием облученного в данном реакторе металла из числа ряда заменяемых элементов, близкого химического состава и близкого режима термической обработки [3]. Кроме того, металл заменяемых элементов должен быть выбран исходя из возможности его дополнительного облучения (в материаловедческой сборке) и старения (в лабораторных условиях), режимы которых обеспечивают моделирование условий продления эксплуатации незаменимого оборудования. С учетом анализа отмеченных обстоятельств было принято, что контроль изменения механических свойств не-

## ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСЛОВИЙ ОБЛУЧЕНИЯ ОБРАЗЦОВ МЕТАЛЛА В СОСТАВЕ МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКОЙ СБОРКИ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ ПРОДЛЕНИЯ СРОКА ЭКСПЛУАТАЦИИ РЕАКТОРА БН-600

заменяемого оборудования, в частности отражателя нейтронов, может быть выполнен с использованием металла так называемых «пакетов-имитаторов сниженного уровня натрия», облученных в реакторе.

Пакет-имитатор сниженного уровня натрия относится к штатным изделиям реактора БН-600 и размещается в боковом экране активной зоны. Пакет-имитатор служит для организации циркуляции натрия на остановленном реакторе в определенных режимах работы реактора и подлежит замене после достаточно продолжительной работы. Рассматриваемый пакет-имитатор № 4 был установлен в реактор БН-600 в стартовую загрузку и выгружен весной 2020 г. после 78-й микрокампании.

При продлении срока эксплуатации РУ БН-600 до 60 лет максимальная повреждающая доза для отражателя нейтронов составит 57.5 сна, флюенс нейтронов с энергией свыше 0.1 МэВ  $\sim 1.35 \times 10^{23}$  н/см<sup>2</sup>, диапазон температуры облучения – (450–530) °С. В таких условиях аустенитные стали претерпевают высокотемпературное радиационное охрупчивание, происходит существенное снижение пластичности и трещиностойкости материала. Эти изменения требуют своевременной прогнозной оценки.

Получение экспериментальных данных по влиянию нейтронного облучения высокой интенсивности и теплового старения на изменение физико-механических свойств возможно при дооблучении образцов металла 10X18H9 из отработавшего пакета-имитатора в составе материаловедческой сборки. При этом должны быть достигнуты значения параметров радиационного повреждения (флюенс нейтронов, повреждающая доза) и температура, аналогичные пара-

метрам, достигнутым на незаменимых элементах, в частности на нейтронном отражателе, за 60 лет.

Полученные результаты испытаний позволят оценить степень радиационного охрупчивания и температурного старения металла нейтронного отражателя РУ БН-600 при продлении эксплуатации до 60 лет. Облучение материаловедческой сборки с образцами металла пакета-имитатора № 4 запланировано в период 2025–2030 гг.

### ОПЫТ ОБЛУЧЕНИЯ МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКИХ СБОРОК

На реакторе БН-600 накоплен большой опыт по облучению материаловедческихборок разной конструкции [4]. Среди них можно выделить два основных типа:

- материаловедческая сборка с выемным контейнером и 96 урановыми твэлами, устанавливаемая в ячейку ЗМО (МС с образцами из 12 % хромистых сталей, МС с образцами из ФМ-сталей, МС с образцами из ДУО-сталей). Для размещения материаловедческих образцов из штатной ТВС ЗМО изымается часть твэлов в центральной части пучка, а в освобожденное место помещается цилиндрический контейнер с образцами;

- материаловедческая сборка без выемного контейнера при отсутствии урановых твэлов, устанавливаемая в ячейку БЗВ (МС с образцами из ПТО). Для размещения образцов полностью используется все внутреннее пространство чехловой трубы МС.

Поперечное сечение материаловедческихборок разного типа представлено на рис. 1 и 2.

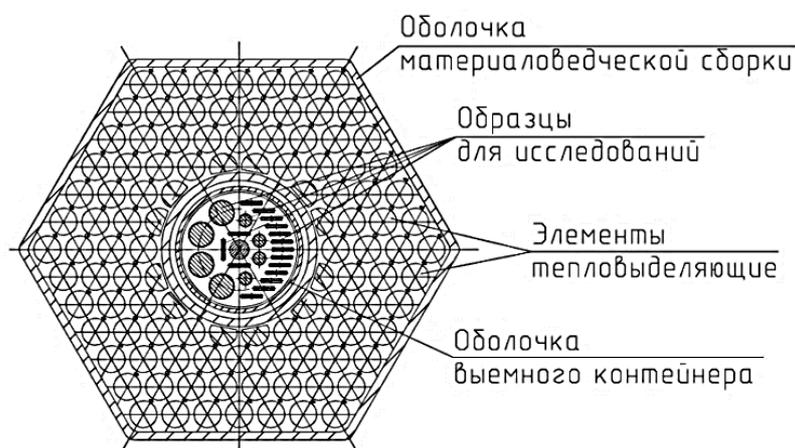


Рис. 1. Поперечное сечение материаловедческой сборки с выемным контейнером

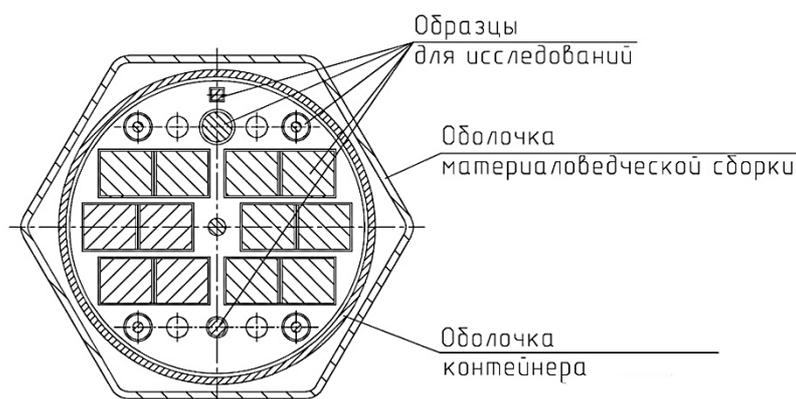


Рис. 2. Поперечное сечение материаловедческой сборки без выемного контейнера

## КОНСТРУКЦИЯ МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКОЙ СБОРКИ

За основу конструкции МС с образцами металла пакета-имитатора принимается опыт разработки МС с образцами из металла промежуточного теплообменника БН-600, извлеченного из реактора в 2006 г. [5]. МС-ПТО установлена на облучение в боковую зону воспроизводства БН-600 в 2021 г. с целью получения экспериментальных данных по влиянию нейтронного облучения высокой интенсивности и теплового старения на изменение физико-механических свойств конструкционных материалов, из которых изготовлены подпорка и коллекторы реактора БН-600.

Конструкция материаловедческой сборки по наружной конфигурации аналогична конструкции штатной ТВС БЗВ реактора БН-600. Корпус МС состоит из средней части и хвостовика. Средняя часть представляет собой чехловую шестигранную трубу, к торцам которой присоединены при помощи сварки верхний и нижний переходники. В чехловой трубе расположены нижний утяжелитель, прикрепленный с помощью штифтов к нижнему переходнику, и 16 стальных стержней. Хвостовик крепится на резьбе к нижнему переходнику и обеспечивает запитку сборки теплоносителем и ее установку в гнездо коллектора.

Съемная головка сборки с контейнерами с образцами состоит из собственно головки и трех навесных элементов – верхнего контейнера с образцами, утяжелителя, нижнего контейнера с образцами. Все указанные элементы закреплены последовательно один под другим с помощью узлов сцепления, состоящих из головок навесных элементов и захватных втулок, размещенных на нижних концах вышерасположенных элементов.

Головка сборки обеспечивает сцепление МС с устройствами системы перегрузки при перемещении сборки по транспортно-технологическому тракту. Контейнер представляет собой трубу, в которой размещены по две кассеты с материаловедческими образцами из металла пакета-имитатора. По конструкции кассеты для образцов состоят из стержня, двух заглушек (верхняя и нижняя) и двух дистанционирующих пластин, в пазы которых вставляют материаловедческие образцы. Утяжелитель представляет собой массивный металлический цилиндр, предназначенный для набора необходимой массы МС, гарантирующей удержание сборки в активной зоне реактора.

## ПРИНЦИПЫ РАЗМЕЩЕНИЯ КОНТЕЙНЕРОВ С МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКИМИ ОБРАЗЦАМИ И УСТАНОВКИ МС В РЕАКТОР

Основными факторами при выборе места размещения МС в реакторе и контейнеров с материаловедческими образцами внутри сборки являются:

- диапазон сочетаний обеспечиваемых температур и повреждающих доз на образцы;
- размеры образцов и их количество;
- скорость набора повреждающей дозы;
- статистическая представительность результатов облучения;
- влияние установки МС на нейтронно-физические характеристики активной зоны.

Основная задача при разработке материаловедческой сборки и размещении образцов из металла 10X18H9 в ее составе – это получение максимально близких к целевым значениям параметров: повреждающей дозы ~ 60 сна и температуры в диапазоне (450–530) °С.

## ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСЛОВИЙ ОБЛУЧЕНИЯ ОБРАЗЦОВ МЕТАЛЛА В СОСТАВЕ МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКОЙ СБОРКИ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ ПРОДЛЕНИЯ СРОКА ЭКСПЛУАТАЦИИ РЕАКТОРА БН-600

Для определения места размещения контейнеров с образцами по высоте МС с целью обеспечения требуемых условий по температуре и параметрам радиационного повреждения применяется подход, сложившийся из опыта разработок МС. Координаты размещения контейнеров по высоте МС определяются исходя из целевого значения повреждающей дозы и распределения параметра по высоте сборки.

Затем требуемые температурные условия на определенных координатах размещения образцов соотносятся с распределением температуры натрия (и образцов) по высоте материаловедческой сборки. Температурное состояние МС в большей степени определяется теплообменом с окружающими ТВС, чем собственным тепловыделением. Температура облучаемых образцов в целом соответствует температуре натрия МС на высоте их расположения, с некоторым превышением за счет собственного тепловыделения.

На основании примененного подхода предлагается следующее размещение контейнеров с образцами из металла пакета-имитатора внутри МС. Нижний контейнер с образцами размещается в районе центральной плоскости активной зоны, в области наибольшего нейтронного потока. Будут достигнуты максимальная повреждающая доза  $\sim 60$  сна, флюенс нейтронов с энергией свыше  $0.1 \text{ МэВ} \sim 1.4 \times 10^{23} \text{ см}^2$ , с учетом ранее накопленных значений параметров на пакете-имитаторе № 4 за весь период его эксплуатации в реакторе БН-600, и температура в диапазоне  $(430\text{--}470)^\circ\text{C}$ . Верхний контейнер должен размещаться в верхней части материаловедческой сборки, где будут достигаться более высокие температуры в диапазоне  $(470\text{--}530)^\circ\text{C}$ , но при этом более низкий уровень повреждающей дозы  $\sim 40$  сна.

Для выбора места установки МС с образцами из металла пакета-имитатора в активной зоне рассматривались два варианта размещения: в центральной части зоны малого обогащения, где скорость набора повреждающей дозы наибольшая, и в боковой зоне воспроизводства, где скорость набора дозы в два и более раз меньше. Выбор ячейки для установки МС обуславливается обеспечением скорости набора повреждающей дозы, которая должна быть оценена в соотношении со скоростью набора дозы в пакете-имитаторе на момент облучения в реакторе.

С учетом этого при облучении МС в ячейке ЗМО, где скорость набора дозы высокая, требу-

емые значения целевых параметров радиационного повреждения будут достигнуты за короткий срок. При установке МС в ячейку БЗВ условия облучения образцов металла будут аналогичны условиям облучения ПИ № 4 в реакторе. В этом случае целевые параметры радиационного повреждения будут достигнуты за более длительный период.

### ВЛИЯНИЕ УСТАНОВКИ МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКОЙ СБОРКИ НА НЕЙТРОННО-ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕАКТОРА

Для окончательного выбора места установки МС в реакторе был проведен расчетный анализ влияния сборки на нейтронно-физические характеристики активной зоны и параметры штатных сборок.

Для расчета параметров облучения материаловедческой сборки, а также для анализа влияния ее установки в активной зоне используется программный комплекс JARFR, применяемый для проектных расчетов нейтронно-физических характеристик активных зон реакторов на быстрых нейтронах в трехмерной гексагональной геометрии в многогрупповом диффузионном приближении [6]. Гексагональная расчетная модель соответствует реальной картограмме реактора. Материальные составы и их размещение в модели соответствуют конструкции сборок, в том числе и для материаловедческой сборки.

Материаловедческая сборка при размещении в активной зоне замещает соответствующую штатную сборку и поэтому влияет на эксплуатационные характеристики активной зоны, в первую очередь – на распределение тепловыделений, и запас реактивности реактора [7]. Характер влияния МС определяется отсутствием в ее составе твэлов, содержащих топливо или воспроизводящий материал.

Вносимое МС возмущение в реактивности зависит от места размещения сборки:

- установка МС в ЗМО вместо штатной ТВС с урановым обогащенным топливом приводит к снижению запаса реактивности на  $\sim 0.11 \% \Delta K/K$ ;
- установка МС в БЗВ вместо штатной ТВС с воспроизводящим материалом приводит к минимальному уменьшению запаса реактивности на  $\sim 0.0002 \% \Delta K/K$ .

С учетом располагаемого на реакторе избыточного запаса реактивности в конце микро-

кампании 0.25 % ΔК/К снижение запаса реактивности на величину 0.11 %ΔК/К при установке МС в ЗМО является ощутимым. При этом надо также учитывать и проведение реакторных испытаний других нештатных сборок на БН-600 в период облучения МС: ЭТВС со СНУП топливом и материаловедческих сборок, большинство из которых вносят отрицательную реактивность.

Установка МС в ЗМО оказывает незначительное влияние на значение максимальной

мощности штатных ТВС: для ТВС ЗМО – уменьшается на ~ 1 %, для ТВС ЗСО – увеличивается на ~ 0.1 %, для ТВС ЗБО – увеличивается на ~ 0.4 %. При установке МС в БЗВ мощность штатных ТВС во всех зонах обогащения не меняется.

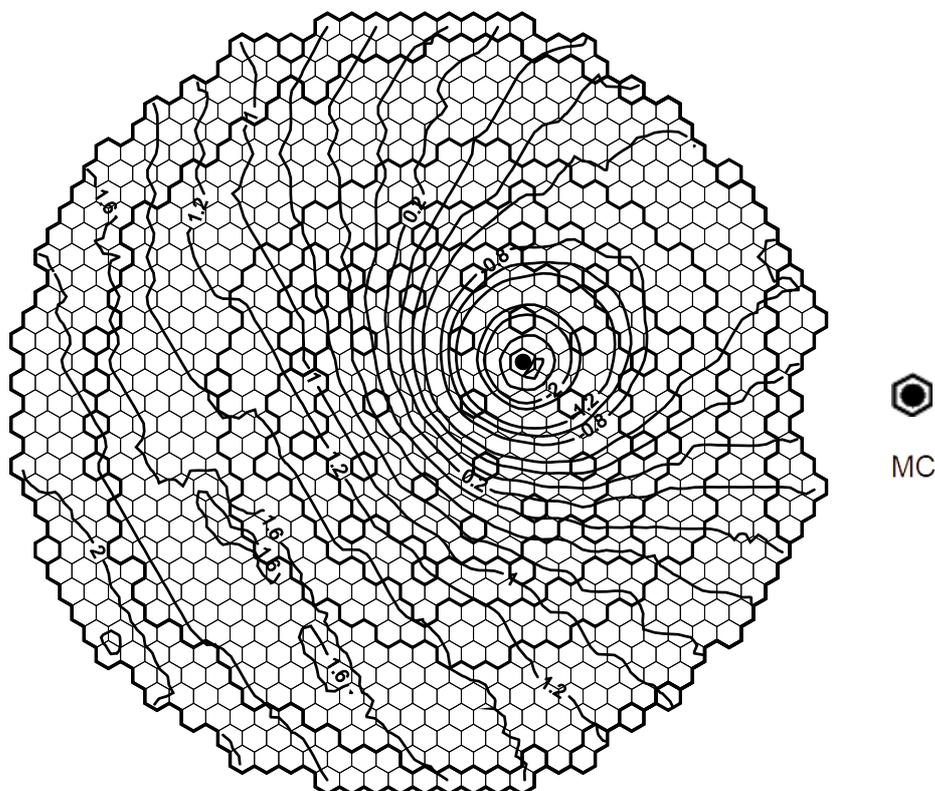
Влияние МС на окружающие сборки в зависимости от места размещения показано в табл. 1.

**Таблица 1.** Влияние МС на параметры окружающихборок в зависимости от места установки

Параметр	Относительное изменение параметра при установке МС, %	
	в ЗМО	в БЗВ
Максимальная повреждающая доза	(-5.5) ÷ (-3.5)	(-0.4) ÷ (+2.9)
Мощность ТВС	(-0.8) ÷ (-0.6)	(+1) ÷ (+10)

Снижение мощности в окружающихбороках при установке МС в ЗМО с учетом смягчения нейтронного спектра составляет не более 1 %. При установке МС в БЗВ мощность окружающихборок возрастает на 1÷10 %, что соответствует возмущению нейтронного потока.

Возмущение плотности нейтронного потока при установке МС в ЗМО и БЗВ показано в линиях равного уровня на рис. 3 и 4.



**Рис. 3.** Возмущение плотности нейтронного потока при установке МС в ЗМО, % отн.

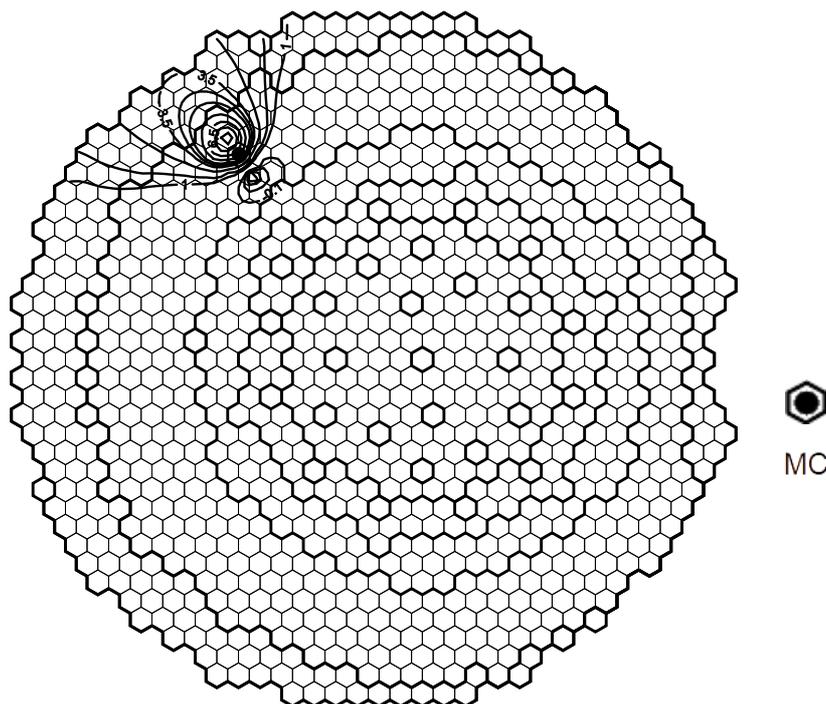


Рис. 4. Возмущение плотности нейтронного потока при установке МС в БЗВ, % отн.

Из рисунков видно, что изменение плотности потока нейтронов при установке материаловедческой сборки в ЗМО изменяется незначительно от  $-2\%$  отн. в прилегающих сборках до  $+2\%$  отн. в отдаленных сборках. С учетом минимального запаса по теплонапряженности в топливных сборках упомянутый подъем рассматривается как нежелательный. При установке сборки в БЗВ наблюдается локальный подъем в распределении плотности нейтронного потока – до  $\sim 10\%$  отн. в ТВС БЗВ, расположенных за рассматриваемой МС. Для ТВС БЗВ, характеризующихся обычным примерно четырехкратным изменением тепловыделения по ходу их кампа-

нии и принципиальной возможностью изменения режима их эксплуатации, указанное возмущение принято допустимым.

В совокупности с описанным выше влиянием установки МС на запас реактивности реактора и параметры штатных ТВС было принято окончательное решение о выборе места размещения МС в ячейке бокового экрана.

При этом эффективность стержней СУЗ, эффекты и коэффициенты реактивности не изменяются. Следовательно, нормативные требования по безопасности реактора БН-600 будут выполняться.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проведенного анализа по влиянию установки МС на нейтронно-физические характеристики активной зоны и для достижения требуемых условий облучения образцов металла пакета-имитатора материаловедческая сборка должна устанавливаться в БЗВ реактора БН-600.

При этом будут достигнуты целевые значения параметров радиационного повреждения: повреждающая доза на образцы металла пакета-имитатора  $\sim 60$  сна и флюенс нейтронов с энергией свыше  $0.1$  МэВ  $\sim 1.4 \times 10^{23}$  см<sup>2</sup>, необходи-

мые для обоснования сохранения работоспособности нейтронного отражателя при дополнительном продлении срока эксплуатации реактора БН-600 до 60 лет. Температурные условия облучения образцов будут воспроизводиться в диапазоне температур  $(430-530)^\circ\text{C}$  при выбранном размещении контейнеров с образцами.

Установка материаловедческой сборки вместо штатной ТВС БЗВ не приводит к существенным изменениям в распределении плотности нейтронного потока и, соответственно, не изменяет условия эксплуатации штатных ТВС, не оказывает влияния на максимальный запас реактивности реактора. Нормативные требования по безопасности реактора выполняются.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анализ опыта эксплуатации реактора БН-600 в период с 2010 года и достигнутый уровень надежности оборудования / Б.А. Васильев, А.И. Староверов, И.А. Былов, М.Р. Фаракишин, А.В. Керекеша // Сб. тезисов докладов X Межд. научно-техн. конф. «Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики». Москва, 25–27 мая, 2016. С. 43–44.

2. Разработка методологии и обоснование продления срока эксплуатации корпуса и незаменимых внутрикорпусных элементов реактора БН-600 до 45 лет / Б.А. Васильев, О.Ю. Виленский, В.Б. Кайдалов, Ю.Л. Каманин, Б.З. Марголин, А.Г. Гуленко // Научно-техн. журн. «Известия вузов. Ядерная энергетика». 2011. № 1 С. 32–43.

3. Материаловедческая сборка реактора БН-800 / Д.М. Максимцев, М.А. Губырин, А.И. Староверов, А.В. Салаяев. Сб. тезисов докладов XI Межд. научно-техн. конф. «Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики». Москва, 23–24 мая, 2018. С. 31–32.

4. Материаловедческие сборки для высокодозного и высокотемпературного облучения конструкционных материалов в реакторе БН-600 / С.А. Воронцов, А.З. Казанцев, О.В. Мишин, М.Р. Фаракишин // Сб. докладов II Российской конференции «Материалы ядерной техники» / Агой, 19–23 сентября, 2006, 2005. 2006. Вып. 2(67). С. 371–389.

5. Максимцев Д.М. Материаловедческая сборка реактора БН-600 // Материалы конкурса «Инновационный лидер атомной отрасли», 2019.

6. Ярославцева Л.Н. Комплекс программ JAR для расчета нейтронно-физических характеристик ядерных реакторов // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Физика и техника ядерных реакторов. 1983. Вып. 8(37). С. 41–43.

7. Обеспечение условий облучения нитридного топлива в составе ЭТВС реактора БН-600. Б.А. Васильев, М.Р. Фаракишин, С.Б. Белов, А.А. Радионычева // Сб. докладов IV Межд. научно-техн. конф. «Инновационные проекты и технологии ядерной энергетики». Москва, 27–30 сентября, 2016. М.: изд-во АО «НИКИЭТ», 2016. Т. 1. С. 274–280.

---

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2022, vol. 11, no. 5, pp. 379–386

---

## ENSURING IRRADIATION CONDITIONS FOR METAL SPECIMENS WITHIN A MATERIALS SCIENCE ASSEMBLY TO VALIDATE THE BN-600 OPERATION LIFE EXTENSION

Ye.S. Kirilova\*, A.A. Radionychyeva\*\*, M.R. Farakshin\*\*\*

Afrikantov OKBM JSC, Nizhny Novgorod, 603074, Russia

\*e-mail: kirilova\_es@okbm.nnov.ru,

\*\*e-mail: radionychyeva\_aa@okbm.ru,

\*\*\*e-mail: farakshin@okbm.nnov.ru

Received December 9, 2022; revised December 9, 2022; accepted December 13, 2022

In order to extend the operation life of the BN-600 reactor, it is necessary to validate operability of the permanent reactor elements – including the neutron reflector – that operate under the conditions with high damaging doses and high temperatures. It can be done through irradiating metal of simulating package inside a materials science assembly inserted in BN-600. The paper describes basic characteristics of the assembly, including design features and irradiation parameters. Described are the basic principles of selecting the location for the materials science assembly in the reactor and for specimens inside the assembly in order to ensure the required irradiation conditions for the metal specimens. With comparing the materials science assembly locations in the reactor core and in the radial blanket, the effect is discussed that the materials science assembly location has upon the characteristics of the reactor standard fuel assemblies and upon the neutron flux field. To calculate the irradiation parameters and the effect that the location has upon the materials science assembly, the same methods and programs are used as for the reactor core design work. The effect of the materials science assembly upon the reactor core neutronic characteristics has been shown to be minimum when the assembly is inserted in the radial blanket.

*Key words:* BN-600, reactor core, operation life extension, materials science assembly, simulator package, neutronic characteristics, neutron flux field, damaging dose, neutron fluence, temperature.

## REFERENCES

1. Vasiliev B.A., Staroverov A.I., Bylov I.A., Farakshin M.R., Kereksha A.V. [Analysis of the Operating Experience with BN-600 within the Period from

2010, and the Achieved Equipment Reliability Level]. Sb. тезисов докладов desyatoy mezhd. nauchno-tekhn. конф. «Bezopasnost', effektivnost' i ekonomika atomnoj energetiki», Moskva, 25–27 maya, 2016. [Book of Ab-

ОБЕСПЕЧЕНИЕ УСЛОВИЙ ОБЛУЧЕНИЯ ОБРАЗЦОВ МЕТАЛЛА В СОСТАВЕ МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКОЙ СБОРКИ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ ПРОДЛЕНИЯ СРОКА ЭКСПЛУАТАЦИИ РЕАКТОРА БН-600

stracts of the Tenth International Scientific and Technical Conference «Safety, Efficiency and Economics of Nuclear Power Industry», Moscow, May 25–27, 2016]. P. 43–44 (in Russian).

2. *Vasiliev B.A., Vilensky O.Yu., Kaydalov V.B., Kamanin Yu.L., Margolin B.Z., Gulenko A.G.* Razrabotka metodologii i obosnovanie prodleniya sroka ekspluatatsii korpusa i nezamenyaemykh vnutrikorpusnykh elementov reaktora BN-600 do 45 let. [Developing the Methodology for and Validation of the Operation Life Extension to 45 Years for the BN-600 Reactor Vessel and Permanent In-Vessel Elements]. Science and Technology Magazine. Izvestiya Vuzov. (News of Higher Education Institutions). Yadernaya Energetika (Nuclear Energy). 2011. No. 1. P. 32–43 (in Russian).

3. *Maksimtsev D.M., Gubyrin M.A., Staroverov A.I., Salyaev A.V.* Materialovedcheskaya sborka reaktora BN-800. [Materials Science Assembly for the BN-800 Reactor]. Sb. tezisov dokladov odinnadcatoy mezhd. nauchno-tekhn. konf. «Bezopasnost', effektivnost' i ekonomika atomnoj energetiki» (Moskva, 23–24 maya 2018). [Book of Abstracts of the Eleventh International Scientific and Technical Conference «Safety, Efficiency and Economics of Nuclear Power Industry», Moscow, May 23–24, 2018]. 2018. P. 31–32.

4. *Voronov S.A., Kazantsev A.Z., Mishin O.V., Farakshin M.R.* Materialovedcheskie sborki dlya vysokodoznogo i vysokotemperaturnogo oblucheniya konstrukcionnykh materialov v reaktore BN-600 [Materials Science Assemblies for High-Dose, High-Temperature Irradiation of Structural Materials in the

BN-600 Reactor]. Sb. dokladov Vtoroj Rossijskoj konferencii «Materialy yadernoj tekhniki» (Agoj, 19–23 sentyabrya 2005). [Proceedings of the Second Russian Conference «Nuclear Engineering Materials», Agoy, September 19–23, 2005]. 2006. Is. 2(67). P. 371–389 (in Russian).

5. *Maksimtsev D.M.* Materialovedcheskaya sborka reaktora BN 600. [Materials Science Assembly for the BN-600 Reactor]. Materialy konkursa «Innovacionnyj lider atomnoj otrasli» [Materials of the Contest «Innovative Leader of the Nuclear Industry»]. 2019.

6. *Yaroslavtseva L.N.* Kompleks programm JAR dlya rascheta nejtronno-fizicheskikh harakteristik yadernyh reaktorov. [JAR Software Package for Nuclear Reactor Neutronic Characteristics Analysis]. Voprosy Atomnoj Nauki i Tekhniki. Ser.: Fizika i tekhnika yadernyh reaktorov [Questions of atomic science and technology. Ser.: Physics and technology of nuclear reactors]. 1983. Is. 8(37). P. 41–43 (in Russian).

7. *Vasiliev B.A., Farakshin, M.R., Belov, S.B., Radionycheva, A.A.* Obespechenie uslovij oblucheniya nitridnogo topliva v sostave ETVS reaktora BN-600 [Ensuring the Irradiation Conditions for Nitride Fuel within a BN-600 Test Fuel Assembly]. Sb. dokladov chetvertoj mezhd. nauchno-tekhn. konf. «Innovacionnye proekty i tekhnologii yadernoj energetiki» [Book of Abstracts of the International Scientific and Technical Conference «Innovative Designs and Technologies of Nuclear Power», Moscow, September 27–30, 2016) Published by NIKIET JSC], 2016. Vol. 1. P. 274–280.

---

Дата выхода в свет 06.10.2023. г. Формат 60×90 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Усл. печ. л. 8,0. Уч.-изд. л. 8,0.

Тираж 100 экз. Заказ № 91. Цена свободная

---

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».  
Типография НИЯУ МИФИ. 115409, Москва, Каширское шоссе, д. 31.





