Том 12, номер 2

ISSN 2304-487X МАРТ – АПРЕЛЬ 2023

https://vestnikmephi.elpub.ru

ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЯДЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА «МИФИ»



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

# ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЯДЕРНОГО УНИВЕРСИТЕТА «МИФИ»

Том 12 № 2 2023 МАРТ - АПРЕЛЬ

Основан в июле 2012 г. Выходит 6 раз в год ISSN: 2304-487X

Главный редактор М.Н. Стриханов

Редакционная коллегия: А.В. Аксёнов, Pavel Bedrikovetsky, А.М. Гальпер, С.Г. Гаранин, Vladimir S. Gerjikov, Н.Н. Евтихиев, Yalchin Efendiev, Alexei I. Zhurov, Н.П. Калашников, Н.И. Каргин, С.А. Кащенко, О.Н. Крохин, Н.А. Кудряшов (заместитель главного редактора), Raytcho Lazarov, О.В. Нагорнов, А.Д. Полянин, В.В. Цегельник, Б.Н. Четверушкин, М.А. Чмыхов (ответственный секретарь), William E. Schiesser

> Адрес редакции: 115409, Москва, Каширское ш., 31, Вестник НИЯУ МИФИ Интернет: <u>https://vestnikmephi.elpub.ru</u> Электронная почта: vestnik@mephi.ru

# Москва НИЯУ МИФИ

© Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», 2023

Том 12, № 2, 2023

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА

Разработка конструкции облучательного устройства для проведения внутриреакторных испытаний поглощающих материалов органов регулирования ядерных реакторов В.С. Моисеев, Н.К. Калинина, М.С. Каплина, Н.Ю. Марихин, Д.С. Моисеев

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Аналитическое и численное моделирование уединенных волн, описываемых обобщенным уравнением Каупа-Ньюэлла К.В. Кан, Н.А. Кудряшов	83
Преобразования некоторых нелинейных уравнений с переменными коэффициентами П.А. Грибов, Н.А. Кудряшов, А.А. Кутуков	90
Система мониторинга воздушной среды офисных помещений А.В. Тарасов, Д.Е. Иванов, Т.Н. Швецова-Шиловская, Р.А. Хрусталёв	95

# ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Предиктивная диагностика датчиков контроля в ядерном реакторе	103
С.В. Тен, А.М. Загребаев	

# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

Исследование магнитных свойств наночастиц гексагонального феррита стронция	114
А.И. Ковалев, Е.А. Белая, Д.А. Винник, Д.А. Жеребцов, А.М. Колмогорцев	

# АВТОМАТИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Исследование радиочастотных идентификационных меток	
на поверхностных акустических волнах	120
В.О. Кислицын, Б.М. Середин, Г.Я. Карапетьян, В.Ф. Катаев, Н.В. Ермолаева	

# КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Методы разделения переменных и точные решения нелинейных уравнений математической физики

77

Volume 12, Number 2, 2023

# THEORETICAL AND EXPERIMENTAL PHYSICS

**Development of the design of the irradiation device for carrying out in-reaker tests of absorbing materials of the control bodies of nuclear reactors** *V.S. Moiseev, N.K. Kalinina, M.S. Kaplina, N.Yu. Marihin, D.S. Moiseev* 

# MATHEMATICAL MODELS AND NUMERICAL METHODS

Analytical and numerical modelling of solitary waves described by the generalized Kaup–Newell equation K.V. Kan, N.A. Kudryashov	83
<b>Transformations of some nonlinear equations with variable coefficients</b> <i>P.A. Gribov, N.A. Kudryashov, A.A. Kutukov</i>	90
<b>Office space air monitoring system</b> A.V. Tarasov, D.E. Ivanov, T.N. Shvetsova-Shilovskaya, R.A. Khrustalev	95

# APPLIED MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

Predictive diagnostics of control sensors in a nuclear reactor

S.V. Ten, A.M. Zagrebayev

# **CONDENSED MATTER PHYSICS**

Investigation of magnetic properties of strontium hexagonal ferrite nanoparticles	114
A.I. Kovalev, E.A. Belaya, D.A. Vinnik, D.A. Zherebtsov, A.M. Kolmogortsev	

# **AUTOMATION AND ELECTRONICS**

Study of radio-frequency identification marks on surface acoustic waves	120
V.O. Kislitsyn, B.M. Seredin, G.Ya. Karapetyan, V.F. Kataev, N.V. Ermolaeva	

# **BRIEF MESSAGES**

Methods of separation o	f variables and exact solutions
of nonlinear equations o	f mathematical physics
A.V. Aksenov	

131

103

77

#### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА

УДК 621.039.553

# РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ ОБЛУЧАТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ВНУТРИРЕАКТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПОГЛОЩАЮЩИХ МАТЕРИАЛОВ ОРГАНОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

© 2023 В.С. Моисеев<sup>1,\*</sup>, Н.К. Калинина<sup>1</sup>, М.С. Каплина<sup>1</sup>, Н.Ю. Марихин<sup>1</sup>, Д.С. Моисеев<sup>1</sup> <sup>1</sup>Научно-исследовательский институт атомных реакторов, Димитровград, 433510, Россия \*e-mail : vitaliv.moiseev.2016@mail.ru

> Поступила в редакцию: 02.06.2023 После доработки: 02.06.2023 Принята к публикации: 08.06.2023

В АО «ГНЦ НИИАР» проводится разработка конструкции облучательного устройства (ОУ) для проведения внутриреакторных испытаний поглощающих материалов органов регулирования ядерных реакторов. В качестве поглощающих материалов были выбран титанат диспрозия, так как это соединение обладает высокой химической и термической стабильностью, повышенной коррозионной и радиационной стойкостью. Конструкция ОУ состоит из подвески с фланцем, рабочего участка, в котором размещается образец с поглощающим материалом, разделителя потока и поглощающего экрана. Разделитель потока выполнен из стали 12X18H10T. Поглощающий экран, предназначенный для уменьшения доли тепловых нейтронов в спектре, состоит из двух цилиндров, выполненных из бористой стали и алюминия, очехлованных сталью 12X18H10T. В ходе работы были проведены нейтронно-физические расчеты, полученные с помощью кода MCU-FR, и теплогидравлические расчеты конструкции ОУ, полученные с помощью ПК SolidWorks. Нейтронно-физические расчеты показали, что использование экрана из бористой стали и алюминия позволяют корректировать соотношение потока быстрых и тепловых нейтронов при проведении внутриреакторных испытаний поглощающих материалов.

Результаты теплогидравлических расчетов показали, что при использовании высокотемпературной петлевой установки ВП-3 реактора СМ-3 в условиях принудительной циркуляции обеспечивается требуемый температурный режим облучения образца с поглощающим материалом из титаната диспрозия в третьем ряду отражателя РУ СМ-3.

*Ключевые слова:* облучательное устройство, внутриреакторные испытания, поглощающий материал, теплогидравлические расчеты, титанат диспрозия.

**DOI:** 10.26583/vestnik.2023.253

Для проведения внутриреакторных испытаний органов регулирования ядерных реакторов в качестве поглощающего материала был выбран титанат диспрозия. В разное время при разработках новых конструкций органов регулирования проводились испытания различных образцов с титанатом диспрозия. Была подтверждена их высокая коррозионная стойкость в контакте с водным теплоносителем. После 20000 автоклавных испытаний при давлении 15 МПа и температуре 350 °С максимальная скорость коррозии не превышала 0.0003 г/м<sup>2</sup>·ч, а изменение диаметров образцов не превышало 0.02 % [1-2]. Высокая радиационная стойкость титаната диспрозия была подтверждена при проведении испытаний ампул с таблетками ти-

таната диспрозия в исследовательском реакторе OSIRIS (Франция) [3]. После облучения (5370 ч) при максимальных температурах более 700 °С ампулы не имели каких-либо повреждений: они сохранили форму, целостность, геометрические размеры; а таблетки титаната диспрозия сохранили форму и целостность, легко извлекались из ампулы при ее разделке, трещин по сечению таблеток не было обнаружено, пористость не изменилась [3]. Подобные внутриреакторные испытания проводились в Корее и России [4-6]. Авторы работ отмечают, что данные по облучению титаната диспрозия свидетельствуют о его перспективности для использования в качестве поглотителя в органах регулирования ядерных реакторов.

#### РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ ОБЛУЧАТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ВНУТРИРЕАКТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПОГЛОЩАЮЩИХ МАТЕРИАЛОВ ОРГАНОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

Конструкция образца состоит из цилиндрической оболочки, заполненной порошком титаната диспрозия. Материал оболочки и концевых деталей – сталь 08X18H10T. Во внутренней полости образца над столбом поглощающего материала предусмотрен компенсационный объем, предназначенный для сбора гелия. Схема образца представлена на рис. 1.



**Рис. 1.** Схема образца: 1 – хвостовик; 2 – газовый зазор; 3 – пробка никелевая; 4 – титанат диспрозия; 5 – наконечник

В работе [7] проводились теплогидравлические расчеты облучательного устройства для проведения испытаний поглощающего материала (карбида бора) в третьем ряду отражателя РУ СМ-3. Авторы работы отмечают, что для организации процесса циркуляции теплоносителя в ОУ предпочтительнее использовать высокотемпературную петлевую установку ВП-3.

Условия проведения внутриреакторных испытаний образца с титанатом диспрозия:

давление теплоносителя – 15 МПа;

температура теплоносителя – 300 °С;

объемный расход теплоносителя на входе – 3 м<sup>3</sup>/ч;

температура на поверхности образца – 300–350 °C;

давление в межкорпусном пространстве – 0.5 МПа;

температура теплоносителя в РУ СМ-3 – 60 °С;

коэффициент теплоотдачи на внешней стенке наружного корпуса ОУ – 10000 Вт/(м<sup>2</sup> · K).

Для соблюдения требуемых температурных условий моделирование внутриреакторных испытаний образца с титанатом диспрозия в высокотемпературной петлевой установке ВП-3 проводилось в ПК SolidWorks.

На рис. 2 представлена картограмма активной зоны реактора СМ-3. К ВП-3 могут быть подключены экспериментальные ячейки №№ 4, 9 и 19.



Рис. 2. Картограмма активной зоны РУ СМ-3

В процессе моделирования в ячейку № 19 отражателя РУ СМ-3 устанавливается стальной двухкорпусный канал. В канал загружается ОУ с одним образцом. Наружный корпус канала омывается водой первого контура реактора.

Конструкция ОУ (рис. 3) состоит из подвески с фланцем, рабочего участка, в котором размещается образец с поглощающим материалом, разделителя потока и поглощающего экрана. Подвеска с рабочим участком размещается внутри разделителя потока теплоносителя, выполненного из нержавеющей стали 12X18H10T, на уровне активной зоны. К нижней части разделителя потока крепится экран. Экран комбинированный и состоит из бористой стали и алюминия, очехлованных сталью 12X18H10T. Экран предназначен для уменьшения доли тепловых нейтронов в спектре.

выполнения нейтронно-физического Для расчета условий облучения образца с поглощающим материалом использовался комплекс программных средств – имитатор активной зоны реактора CM-3 IMCOR SM [8], созданный на базе прецизионной программы МСИ [9], в которой реализован алгоритм решения уравнения переноса нейтронов методом Монте-Карло. В расчете использовалось усредненное распределение выгорания топлива в тепловыделяющих сборках (ТВС) в активной зоне в конце кампании, полученное исходя из реальных картограмм кампаний ректора СМ-3. В качестве загрузки центральной замедляющей полости (ЦЗП) активной зоны реактора и ячеек отражателя в расчете использовалась типовая загрузка реактора СМ-3. Мощность реактора в расчете полагалась равной 90 МВт.

В целях определения регистрационных зон наружный и внутренний корпуса ВП-3, облучательное устройство, разделитель потока, экран и образец разбиваются на шесть расчетных секторов (рис. 4).







Рис. 3. Схема рабочего участка ОУ МСКГ: 1 – подвеска; 2 – экран; 3 – наружный корпус канала; 4 – внутренний корпус канала; 5 – пробка никелевая; 6 – бористая сталь; 7 – титанат диспрозия; 8 – алюминий; 9 – СПАЗ; 10 – разделитель потока; 11 – наконечник

В результате проведенных расчетов было получено распределение плотности потока и энерговыделение в материалах ОУ. В табл. 1 приведены значения плотности потока нейтронов в образце, конструкционных элементов ОУ.

#### РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ ОБЛУЧАТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ВНУТРИРЕАКТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПОГЛОЩАЮЩИХ МАТЕРИАЛОВ ОРГАНОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

Harran	Компонент	Плотность потока нейтронов, ×10 <sup>12</sup> с <sup>-1</sup> см <sup>-2</sup>				
компонента		Свыше 0.1 МэВ	От 0.1 МэВ до 1 кэВ	От 1 кэВ до 0.49 кэВ	Меньше 0.49 эВ	
1	Разделитель потока и другие элементы ОУ	8.82	6.07	9.30	4.18	
2	Наружный слой экрана	9.46	6.74	9.78	7.19	
3	Внутренний слой экрана	9.11	6.27	9.01	3.77	
4	Оболочка образца	7.65	5.72	8.62	3.99	
5	Образец из титаната диспрозия	7.04	5.02	3.52	0.17	

Таблица 1. Плотность потока нейтронов в ячейке № 19 РУ СМ-3 для компонентов ОУ

Из табл. 1 следует, что использование экрана из бористой стали и алюминия позволяет получить необходимое соотношение тепловых и быстрых нейтронов на образце.

Теплофизические расчеты ОУ с образцом с поглощающим материалом из титаната диспрозия проводились с целью определения температурного поля в облучательном устройстве и его распределения по образцу при проведении реакторных испытаний в ячейке № 19 отражателя РУ СМ-3. Также целью теплофизических расчетов ОУ был подбор условий проведения испытаний, при котором температура образца на протяжении всего периода испытаний будет составлять 300 °С.

В данном расчете использованы результаты проведенных ранее нейтронно-физических расчетов. Значения энерговыделения в образце конструкционных материалов и элементах ОУ задавались с учетом неравномерности как радиально-азимутального распределения энерговыделения, так и высотного.

Построение расчетной модели выполнено в CAD-системе SolidWorks. Расчет проводился во встроенном в SolidWorks программном обеспечении Flow Simulation [10] с учетом аксиальных потоков тепла и теплообмена излучением между элементами конструкции ОУ.

Тепло, генерируемое в образце и элементах конструкции облучательного устройства, снимается за счет охлаждения наружного корпуса ампулы водой первого контура реактора CM-3 и за счет расхода теплоносителя через ВП-3.

На рис. 5 представлены результаты теплогидравлического расчета конструкции ОУ для проведения внутриреакторных испытаний образца с поглощающим материалом из титаната диспрозия в ячейке № 19 РУ СМ-3. Указанные на рис. 5 температуры на образце ожидаются после выхода реактора СМ-3 на номинальную мощность 90 МВт. Стрелочками показано движение теплоносителя.



Рис. 5. Результаты теплогидравического расчета конструкции ОУ

Из результатов расчета видно, что использование высокотемпературной петлевой установки ВП-3 позволяет обеспечить требуемый температурный режим при проведении внутриреакторных испытаний образца с титанатом диспрозия. Максимальная температура наблюдается в образце из титаната диспрозия – 408 °C. Температура на оболочке образца не превышает 300 °C, так как все тепло, образовавшееся в образце, отводится теплоносителем, принудительно подаваемым во внутреннюю полость ОУ. Скорость теплоносителя в рабочей части ОУ составляет 3.8 м/с.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы были проведены нейтроннофизические и теплогидравлические расчеты конструкции ОУ. Нейтронно-физические расчеты показали, что использование экрана из бористой стали и алюминия позволяет корректировать соотношение потока быстрых и тепловых нейтронов при проведении внутриреакторных испытаний поглощающих материалов. Результаты теплогидравлических расчетов показали, что при использовании высокотемпературной петлевой установки ВП-3 РУ СМ-3 в условиях принудительной циркуляции теплоносителя обеспечивается требуемый температурный режим облучения образца с поглощающим материалом из титаната диспрозия в третьем ряду отражателя РУ СМ-3.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рисованый В.Д., Захаров А.В., Пономаренко В.Б, Ключков Е.П., Муралева Е.М. Диспрозия в ядерной технике. Димитровград: ОАО «ГНЦ НИИАР», 2011. 224 с. 2. *Герасимов В.В.* Коррозия реакторных материалов. М.: Атомиздат, 1980.

3. *Risovany V., Zacharov A., Fridmann S.* The results of tests an absorbing material specimens manufactured in Russia and France carried out in the SM and Oseris reactors // Pros. Int. symposium «Contribution of Materials Inverstigation to the Resolution of Probkems Encountered in Pressurized Water reactors», Fontevraund, 23-27 September 2002. Paris: SFEN, 2002. V. 1. P. 529–545.

4. Lee B.-H., Kim H.-S., Park G.-M., Cheon G.-S. Irradiation test in HANARO for neutron absorbing and burnable poison materials. // Pros. Korean Nuclear Society Autumn Meeting, Yongpyong, 01.10.2003. Korea, 2003.

5. Рисованый В.Д., Захаров А.В., Муралева Е.М., Варлашова Е.Е., Косенков В.М. Материаловедческие исследования таблеток титаната диспрозия после облучения в реакторе БОР-60 // Сборник трудов НИИАР. 2005. Вып. 3. С. 62–69.

6. Косенков В.М., Гсева Т.М., Алексеева С.А., Неворотин В.К. Структурные превращения в титанате диспрозия под облучением //Атомная энергия, 1976. Т. 40. Вып. 5. С. 428–431.

7. Моисеев В.С., Калинина Н.К., Каплина М.С. Предварительные теплогидравлические расчеты облучательного устройства для испытаний макета стержня аварийной защиты в РУ СМ-3. // Научный годовой отчет АО «ГНЦ НИИАР» (отчет об основных исследовательских работах, выполненных в 2022 г.) / Под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. В.В. Калыгина. Димитровград: АО «ГНЦ НИИАР», 2023.

8. Марихин Н.Ю. Модернизированный комплекс программных средств – имитатор активной зоны реактора СМ (IMCOR\_SM). Описание и инструкция пользователя // Отчет ОАО «ГНЦ НИИАР». Рег. № О-6264. 2014.

9. Гомин Е.А. Статус МСU-4 // Вопросы атомной науки и техники. Серия «Физика ядерных реакторов». 2006. Вып.1. С. 6–32.

10. 3D CAD Design Software SolidWorks [Электронный ресурс]. URL: <u>https://www.solidworks.com/</u> (дата обращения: 20.05.2023).

### Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2023, vol. 12, no. 2, pp. 77-82

# DEVELOPMENT OF THE DESIGN OF THE IRRADIATION DEVICE FOR CARRYING OUT IN-REAKER TESTS OF ABSORBING MATERIALS OF THE CONTROL BODIES OF NUCLEAR REACTORS

V.S. Moiseev<sup>1\*</sup>, N.K. Kalinina<sup>1</sup>, M.S. Kaplina<sup>1</sup>, N.Yu. Marihin<sup>1</sup>, D.S. Moiseev<sup>1</sup> Research Institute of Atomic Reactors, Dimitrovgrad, 433510 Russia \*e-mail : vitaliy.moiseev.2016@mail.ru

Received June 2, 2023; revised June 2, 2023; accepted June 8, 2023

JSC «SSC RIAR» is developing a design of an irradiation device (ED) for in-reactor tests of absorbing materials of nuclear reactor control bodies. Dysprosium titanate was chosen as the absorbing material because this compound has high

#### РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ ОБЛУЧАТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ВНУТРИРЕАКТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПОГЛОЩАЮЩИХ МАТЕРИАЛОВ ОРГАНОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

chemical and thermal stability, increased corrosion and radiation resistance. The structure of the DT consists of a suspension with a flange, a working section, in which the sample with the absorbing material is placed, a flow splitter and an absorbing screen. The flow divider is made of 12X18H10T steel. The absorbing screen, designed to reduce the fraction of thermal neutrons in the spectrum, consists of two cylinders made of boron steel and aluminum, goggled by 12X18H10T steel. In the course of the work, neutron-physical calculations obtained with the MCU-FR code and thermal hydraulic calculations of the SE structure obtained with the SolidWorks PC were performed. Neutron-physical calculations showed that the use of boron steel and aluminum shields allows correcting the ratio of fast and thermal neutron flux during in-reactor tests of absorbing materials.

The results of thermal-hydraulic calculations have shown that the required temperature regime of irradiation of the sample with absorbing material made of dysprosium titanate in the third row of the SM-3 reactor reflector is provided under the conditions of forced circulation.

Keywords: irradiation device, in-reactor tests, absorbing material, thermal-hydraulic calculations, dysprosium titanate.

#### REFERENCES

1. Risovanyj V.D., Zaharov A.V., Ponomarenko V.B, Klyuchkov E.P., Muraleva E.M. Disproziya v yadernoj tekhnike [Dissolution in Nuclear Engineering]. Dimitrovgrad: OAO «GNC NIIAR» Publ. 2011. 224 p.

2. *Gerasimov V.V.* Korroziya reaktornyh materialov [Corrosion of Reactor Materials]. M.: Atomizdat Publ., 1980.

3. *Risovany V., Zacharov A., Fridmann S.* The results of tests an absorbing material specimens manufactured in Russia and France carried out in the SM and Oseris reactors. Pros. Int. symposium «Contribution of Materials Inverstigation to the Resolution of Probkems Encountered in Pressurized Water reactors», Fontevraund, 23–27 September 2002. Paris: SFEN. 2002. Vol. 1, Pp. 529–545.

4. Lee B.-H., Kim H.-S., Park G.-M., Cheon G.-S. Irradiation test in HANARO for neutron absorbing and burnable poison materials. Pros. Korean Nuclear Society Autumn Meeting, Yongpyong, 01.10.2003. Korea. 2003.

5. Risovanyj V.D., Zaharov A.V., Muraleva E.M., Varlashova E.E., Kosenkov V.M. Materialovedcheskie issledovaniya tabletok titanata disproziya posle oblucheniya v reaktore BOR-60 [Materials science studies of dysprosium titanate tablets after irradiation in the BOR-60 reactor]. Sbornik trudov NIIARa [Proceedings of RIAR], 2005. Iss. 3. Pp. 62–69.

6. Kosenkov V.M., Gseva T.M., Alekseeva S.A., Nevorotin V.K. Strukturnye prevrashcheniya v titanate disproziya pod oblucheniem [Structural transformations in dysprosium titanate under irradiation]. Atomnaya energiya [Atomic energy]. 1976. Vol. 40, iss. 5. Pp. 428– 431.

7. Moiseev V.S., Kalinina N.K., Kaplina M.S. Predvaritel'nye teplogidravlicheskie raschety obluchatel'nogo ustrojstva dlya ispytanij maketa sterzhnya avarijnoj zashchity v RU SM-3. – Nauchnyj godovoj otchet AO «GNC NIIAR» (otchet ob osnovnyh issledovatel'skih rabotah, vypolnennyh v 2022 g.) / Pod obshchej red. d-ra tekhn. nauk, prof. V.V. Kalygina [Preliminary thermalhydraulic calculations of the irradiation device for testing the layout of the emergency protection rod in the SM-3 reactor plant – Scientific annual report of JSC «SSC RIAR» (report on the main research work performed in 2022) / under the general editorship. Dr. tech. sciences, prof. V.V. Kalygina]. Dimitrovgrad, AO «GNC NIIAR» Publ., 2023.

8. Marihin N.Yu. Modernizirovannyj kompleks programmyh sredstv – imitator aktivnoj zony reaktora SM (IMCOR\_SM). Opisanie i instrukciya pol'zovatelya // Otchyot OAO «GNC NIIAR» [Upgraded software package – SM reactor core simulator (IMCOR\_SM). Description and user manual // Report of JSC «SSC RIAR»]. Reg. № 0-6264. 2014.

9. *Gomin E.A.* Status MCU-4 [MCU-4 status]. Voprosy atomnoj nauki i tekhniki. Seriya «Fizika yadernyh reaktorov», 2006. Iss.1. Pp. 6–32.

10. 3D CAD Design Software SolidWorks. Available at: <u>https://www.solidworks.com/</u> (accessed: 20.05.2023).

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

# УДК 517.9

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН, ОПИСЫВАЕМЫХ ОБОБЩЕННЫМ УРАВНЕНИЕМ КАУПА–НЬЮЭЛЛА

© 2023 К.В. Кан<sup>1,\*</sup>, Н.А. Кудряшов<sup>1,\*\*</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", Москва, 115409, Россия \*e-mail: kan\_13@mail.ru \*\*e-mail: nakudr@gmail.com Поступила в редакцию: 21.04.2023 После доработки: 26.04.2023 Принята к публикации: 11.05.2023

Исследуется распространение импульсов в оптическом волокне, описываемых обобщенным уравнением Каупа–Ньюэлла, учитывающим произвольный коэффициент отражения. Используя переменные бегущей волны, обобщенное уравнение Каупа–Ньюэлла сведено к системе нелинейных дифференциальных уравнений, соответствующих вещественной и мнимой частям. Найдены условия совместности полученной системы уравнений. Получены точные решения уравнения при фиксированном n = 1, выраженные через эллиптическую функцию Вейерштрасса и эллиптический синус. С помощью обобщенного метода простейших уравнений найдены точные решения уравнения в виде уединенных волн при произвольном коэффициенте отражения. Сформулирована математическая модель, учитывающая периодические граничные условия. На регулярной сетке построено численное решение с использованием псевдоспектрального метода. Проведена верификация программного кода численного решения задачи путем сравнения полученных численного и аналитического решений в виде уединенных волн. С учетом ограничений на параметры модели исследована зависимость погрешности от шага по пространственной переменной. Построены и проанализированы графики аналитического и численного решений.

*Ключевые слова:* оптический импульс, обобщенное уравнение Каупа-Ньюэлла, псевдоспектральный метод.

DOI: 10.26583/vestnik.2023.254

### ВВЕДЕНИЕ

В последние годы большое внимание уделяется изучению распространения импульсов в оптическом волокне (см. работы [1–3]). В частности, изучаются математические модели, описывающие процесс распространения волн с учетом различных типов нелинейности [4–8]. Основным уравнением для построения моделей является нелинейное уравнение Шредингера [9– 11]. Однако помимо этого внимание в последнее время уделяется обобщенному уравнению Каупа–Ньюэлла, предложенному в [12]:

$$u_t + i\alpha u_{xx} + b[|u|^{2n}u]_x = 0.$$
 (1)

Уравнение (1), также известное как уравнение Трики–Бисваса, является нелинейным уравнением в частных производных второго порядка. Точные решения уравнения с помощью метода *R*-функции были найдены в работе [13]. В [14] исследованы нелинейные солитонные решения уравнения Трики–Бисваса. В данной работе приведены точные решения уравнения (1), выраженные с помощью функции Вейерштрасса, эллиптического синуса и в виде уединенных волн. Выполнено численное моделирование краевой задачи для уравнения (1) при периодических граничных условиях.

# 1. ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ (1)

1.1. Точные решения уравнения (1), выраженные с помощью функции Вейерштрасса

Будем искать решение уравнения (1), используя переменные бегущей волны:

$$u(x,t) = y(z)e^{i(\psi(z) - \omega t)}, z = x - C_0 t.$$
 (2)

Подставляя (2) в (1), получаем, что действительная часть уравнения (1) имеет вид

$$C_0 y_z + \alpha y \psi_{zz} + y_z \psi_z - b(2n+1) = 0, \quad (3)$$

а мнимая часть –

$$\alpha y_{zz} + b \psi_z y^{2n+1} - C_0 y \psi_z - \omega y - \alpha y \psi_z^2 = 0.$$
 (4)

Умножая уравнение (3) на y(z) и интегрируя по z, получаем

$$\frac{C_0}{2}y^2 + \alpha y^2 \Psi_z - \frac{b(2n+1)}{2n+2}y^{2n+2} + C_1 = 0, \quad (5)$$

откуда

$$\Psi_{z} = \frac{b(2n+1)}{(2n+2)\alpha} y^{2n} - \frac{C_{0}}{2\alpha} - \frac{C_{1}}{\alpha y^{2}}.$$
 (6)

Подставив (6) в (4), получаем уравнение

$$\alpha y_{zz} + \frac{b^2 (2n+1)}{4\alpha (n+1)^2} y^{4n+1} - \frac{bC_0}{2\alpha} y^{2n+1} + \frac{bnC_1}{\alpha (n+1)} y^{2n-1} + \left(\frac{C_0^2}{4\alpha} - \omega\right) y - \frac{C_1^2}{\alpha y^3} = 0.$$
(7)

Умножая полученное уравнение (7) на  $y_z$  и интегрируя по *z*, получаем к следующему:

$$\frac{\alpha}{2}y_z^2 + \frac{b^2}{8\alpha(n+1)^2}y^{4n+2} - \frac{bC_0}{4\alpha(n+1)}y^{2n+2} + \frac{bC_1}{2\alpha(n+1)}y^{2n} + \left(\frac{C_0^2}{8\alpha} - \frac{\omega}{2}\right)y^2 + \frac{C_1^2}{2\alpha y^2} + C_2 = 0.$$
(8)

Умножая уравнение (8) на  $\frac{8y^2}{\alpha}$  и используя замену  $y = \sqrt{w(z)}$ , приходим к

$$w_{z}^{2} + \frac{b^{2}}{\alpha^{2}(n+1)^{2}} w^{2n+2} - \frac{2bC_{0}}{\alpha^{2}(n+1)} w^{n+2} + \frac{4bC_{1}}{\alpha^{2}(n+1)} w^{n+1} + \left(\frac{C_{0}^{2}}{\alpha^{2}} - \frac{4\omega}{\alpha}\right) w^{2} + (9) + \frac{8C_{2}}{\alpha} + \frac{4C_{1}^{2}}{\alpha} = 0.$$

При n = 1 уравнение (9) принимает вид

$$w_{z}^{2} + \frac{b^{2}}{4\alpha^{2}}w^{4} - \frac{2bC_{0}}{2\alpha^{2}}w^{3} + \frac{4bC_{1}}{2\alpha^{2}}w^{2} + \left(\frac{C_{0}^{2}}{\alpha^{2}} - \frac{4\omega}{\alpha}\right)w^{2} + \frac{8C_{2}}{\alpha}w + \frac{4C_{1}^{2}}{\alpha} = 0.$$
 (10)

Используя замену w(z) = 1 / (V(z)), уравнение (10) можно записать в виде

$$V_{z}^{2} + \frac{4C_{1}^{2}}{\alpha}V^{4} + \frac{8C_{2}}{\alpha}V^{3} + \left(\frac{2bC_{1}}{\alpha^{2}} + \frac{C_{0}^{2}}{\alpha^{2}} - \frac{4\omega}{\alpha}\right)V^{2} - \frac{bC_{0}}{\alpha^{2}}V + \frac{b^{2}}{4\alpha^{2}} = 0.$$
(11)

Рассмотрим уравнение (11) в случае, когда  $C_1 = 0$ :

$$V_z^2 + \frac{8C_2}{\alpha}V^3 + \left(\frac{C_0^2}{\alpha^2} - \frac{4\omega}{\alpha}\right)V^2 - \frac{bC_0}{\alpha^2}V + \frac{b^2}{4\alpha^2} = 0.$$
(12)

Общее решение уравнения (12) может быть получено с помощью эллиптической функции Вейерштрасса или эллиптической функции Якоби.

Уравнение для эллиптической функции Вейерштрасса имеет вид

$$\wp^2 = 4\wp^3 - g_2\wp - g_3. \tag{13}$$

Используя замену

$$V(z) = \frac{\omega}{6C_2} - \frac{C_0^2}{24\alpha C_2} - \wp(\xi),$$
  

$$\xi = (z - z_0) \sqrt{\frac{2C_2}{\alpha}},$$
(14)

где  $z_0$  – произвольная постоянная, получим уравнение (14) с учетом того, что

$$g_{2} = \frac{\omega^{2}}{3C_{2}^{2}} - \frac{bC_{0}}{2\alpha C_{2}} - \frac{\omega C_{0}^{2}}{6\alpha C_{2}^{2}} + \frac{C_{0}^{4}}{48\alpha^{2}C_{2}^{2}},$$

$$g_{3} = \frac{C_{0}^{6}}{1728\alpha^{3}C_{2}^{3}} - \frac{\omega C_{0}^{4}}{144\alpha^{2}C_{2}^{3}} + \frac{bC_{0}^{3}}{48\alpha^{2}C_{2}^{2}} + (15)$$

$$+ \frac{\omega^{2}C_{0}^{2}}{36\alpha C_{2}^{3}} - \frac{b\omega C_{0}}{12\alpha C_{2}^{2}} + \frac{b^{2}}{8\alpha C_{2}} - \frac{\omega^{3}}{27C_{2}^{3}}.$$

Таким образом, решение уравнения (12) записывается следующим образом:

$$V(z) = M - \rho \left( \frac{2C_2}{\alpha} (z - z_0), g_2, g_3 \right),$$

$$M = \frac{\omega}{6C_2} - \frac{C_0^2}{24\alpha C_2}.$$
(16)

При  $n = 1, C_1 = 0$  решение уравнения (7) имеет вид

$$y(z) = \left\{ M - \wp \left( \sqrt{\frac{2C_2}{\alpha}} (z - z_0), g_2, g_3) \right) \right\}^{-1/2},$$
(17)
$$M = \frac{\omega}{6C_2} - \frac{C_0^2}{24\alpha C_2},$$

-84-

а решение уравнения (1):

$$u(x,t) = \left\{ M - \wp \left( \sqrt{\frac{2C_2}{\alpha}} (z - z_0), g_2, g_3) \right) \right\}^{-1/2} \times (18)$$
$$\times e^{i (\psi(z) - \omega t)}, \ z = x - C_0 t,$$

где

$$\psi_{z} = \frac{3b}{4} \left\{ M - \wp \left( \sqrt{\frac{2C_{2}}{\alpha}} (z - z_{0}), g_{2}, g_{3} \right) \right)^{-1} - \frac{2C_{0}}{4\alpha},$$

$$g_{2} = \frac{\omega^{2}}{3C_{2}^{2}} + \frac{bC_{0}}{2\alpha C_{2}} - \frac{\omega C_{0}^{2}}{6\alpha C_{2}^{2}} + \frac{C_{0}^{4}}{48\alpha^{2}C_{2}^{2}}, \quad (19)$$

$$g_{3} = \frac{C_{0}^{6}}{1728\alpha^{3}C_{2}^{3}} - \frac{\omega C_{0}^{4}}{144\alpha^{2}C_{2}^{3}} + \frac{bC_{0}^{3}}{48\alpha^{2}C_{2}^{2}} + \frac{\omega^{2}C_{0}^{2}}{36\alpha C_{2}^{3}} - \frac{b\omega C_{0}}{12\alpha C_{2}^{2}} + \frac{b^{2}}{8\alpha C_{2}} - \frac{\omega^{3}}{27C_{2}^{3}},$$

$$M = \frac{\omega}{6C_{2}} - \frac{C_{0}^{2}}{24\alpha C_{2}}.$$

# 1.2. Точные решения уравнения (1), выраженные с помощью эллиптического синуса

Решение уравнения (1) можно также выразить посредством эллиптического синуса [15]. Для этого в уравнении (1) введем новую переменную x = mz:

$$V_{x}^{2} + \frac{4C_{1}^{2}}{\alpha m^{2}} (V - \upsilon_{1}) \cdot (V - \upsilon_{2}) \times$$
(20)  
×(V - \u03c0\_{3}) \u03c0 (V - \u03c0\_{4}) = 0,

где  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  и  $v_4$  – корни алгебраического уравнения

$$\frac{4C_{1}^{2}}{\alpha}V^{4} + \frac{8C_{2}}{\alpha}V^{3} + \left(\frac{2bC_{1}}{\alpha^{2}} + \frac{C_{0}^{2}}{\alpha^{2}} - \frac{4\omega}{\alpha}\right)V^{2} - \frac{bC_{0}}{\alpha^{2}}V + \frac{b^{2}}{4\alpha^{2}} = 0.$$
(21)

Используя формулу [15]

$$V(x) = v_1 + \frac{(v_2 - v_1)E}{Y^2 + E},$$
 (22)

где *Е* – искомая константа, и подставляя (22) в (20), находим, что [15]

$$V(x) - \upsilon_{2} = \frac{(\upsilon_{2} - \upsilon_{1})Y^{2}}{Y^{2} + E}, \quad V(x) - \upsilon_{1} = \frac{(\upsilon_{2} - \upsilon_{1})E}{Y^{2} + E},$$
$$V_{x}^{2} = \frac{4(\upsilon_{2} - \upsilon_{1})^{2}E^{2}Y^{2}Y_{x}^{2}}{(Y^{2} + E)^{2}},$$
$$V(x) - \upsilon_{3} = (\upsilon_{1} - \upsilon_{3})\left(1 - \frac{(\upsilon_{1} - \upsilon_{2})E}{(\upsilon_{1} - \upsilon_{3})(Y^{2} + E)}\right), \quad (23)$$
$$V(x) - \upsilon_{4} = (\upsilon_{1} - \upsilon_{4})\left(1 - \frac{(\upsilon_{1} - \upsilon_{2})E}{(\upsilon_{1} - \upsilon_{4})(Y^{2} + E)}\right).$$

Подставляя (23) в (20), получаем [15]

$$\frac{4(\upsilon_{2}-\upsilon_{1})^{2}E^{2}Y^{2}}{(Y^{2}+E)^{4}} \times \left[V_{x}^{2}-\frac{C_{1}^{2}E}{\alpha m^{2}}(\upsilon_{3}-\upsilon_{2})\cdot(\upsilon_{4}-\upsilon_{2})\times\right] \times \left(1-\frac{(\upsilon_{1}-\upsilon_{2})Y^{2}}{(\upsilon_{1}-\upsilon_{3})E}\right)\cdot\left(1-\frac{(\upsilon_{1}-\upsilon_{4})^{2}Y^{2}}{(\upsilon_{4}-\upsilon_{2})E}\right) = 0.$$
(24)

Введем обозначения:

$$E = \frac{(\upsilon_1 - \upsilon_3)}{(\upsilon_3 - \upsilon_2)}, \quad m^2 = \frac{C_1^2}{\alpha} (\upsilon_4 - \upsilon_2) \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_3),$$

$$\kappa^2 = \frac{(\upsilon_1 - \upsilon_4) \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_3)}{(\upsilon_4 - \upsilon_2) \cdot (\upsilon_3 - \upsilon_2)}.$$
(25)

С учетом (24) и (25) уравнение (11) можно записать следующим образом:

$$\frac{4m^{2}(\upsilon_{2}-\upsilon_{1})^{2}E^{2}Y^{2}}{(Y^{2}+E)^{4}} \times$$

$$\times \left[Y_{x}^{2}-(1-Y^{2})\cdot(1-\kappa^{2}Y^{2})\right] = 0.$$
(26)

Таким образом, общее решение уравнения (11):

$$V(z) = \frac{\upsilon_1(\upsilon_3 - \upsilon_2)Y^2 + \upsilon_2(\upsilon_1 - \upsilon_3)}{(\upsilon_3 - \upsilon_2)Y^2 + \upsilon_1 - \upsilon_3},$$
 (27)

где

$$Y(z;\kappa) = sn \left\{ \sqrt{\frac{C_1^2}{\alpha} (\upsilon_4 - \upsilon_2) (\upsilon_1 - \upsilon_3)} (z - z_0); \kappa \right\}.$$

Тогда решение уравнения (1) при *n* = 1 записывается в виде

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН, ОПИСЫВАЕМЫХ ОБОБЩЕННЫМ УРАВНЕНИЕМ КАУПА-НЬЮЭЛЛА

$$u(x,t) = V(z)^{-1/2} e^{i(\psi(z) - \omega t)}, \quad z = x - C_0 t,$$
  
$$\psi_z = \frac{b(2n+1)}{2n+2} V(z)^{-n} - \frac{C_0}{2\alpha} - \frac{C_1}{\alpha y^2},$$
 (28)

где *V*(*z*) удовлетворяет выражению (27).

# 1.3. Точные решения уравнения (1) при произвольном коэффициенте отражения *n*

Умножив уравнение (8) на  $\frac{8y^2}{\alpha}$  и используя

замену  $y = V(z)^{\frac{1}{2n}}$ , с учетом  $C_1 = C_2 = 0$ , получаем

$$V_z^2 + k_1 V^4 - k_2 V^3 - k_3 V^2 = 0, (29)$$

решение которого [16]:

$$V(z) = \frac{4k_3 e^{\sqrt{k_3}(z-z_0)}}{k_2^2 + 4k_1 k_3 + e^{2\sqrt{k_3}(z-z_0)} - 2k_2 e^{\sqrt{k_3}(z-z_0)}},$$
 (30)

где введены следующие обозначения:

$$k_{1} = \frac{b_{2}}{4\alpha^{2}(n+1)^{2}}, \quad k_{2} = \frac{bC_{0}}{2\alpha^{2}(n+1)},$$
$$k_{3} = \frac{4\alpha\omega - C_{0}^{2}}{4\alpha^{2}}.$$

Тогда решение уравнения (1) можно записать следующим образом:

$$u(x,t) = y(z)e^{i(\psi(z) - \omega t)}, \qquad (31)$$

где

$$y(z) = \left[\frac{4k_3 e^{\sqrt{k_3}(z-z_0)}}{k_2^2 + 4k_1 k_3 + e^{2\sqrt{k_3}(z-z_0)} - 2k_2 e^{\sqrt{k_3}(z-z_0)}}\right]^{\frac{1}{2n}}$$

а  $\psi(z)$  является первым интегралом уравнения

$$\psi_z = \frac{b(2n+1)}{2n+2} y^{2n} - \frac{C_0}{2\alpha},$$

и имеет вид

$$\psi(z) = \frac{b(2n+1)}{\sqrt{k_1}(n+1)} \operatorname{arctg}\left\{\frac{e^{\sqrt{k_3}(z-z_0)} - k_2}{2\sqrt{k_1k_2}}\right\} - \frac{C_0}{2\alpha}z + C_3.$$

Полученное в разделе 1.3 решение (31) будет использоваться для тестирования численного решения модели.

# 2. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ КАУПА–НЬЮЭЛЛА С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Сформулируем краевую задачу для численного решения. Возьмем уравнение (1):

$$u_{t} + i\alpha u_{xx} + b \Big[ |u|^{2n} \, u \Big]_{x} = 0,$$
  

$$x \in [-L/2, L/2], \quad t > 0,$$
(32)

с начальными

$$u(x,0) = \varphi(x) \tag{33}$$

и граничными условиями:

$$u(x-L/2,t) = u(x+L/2,t),$$
  

$$u_x(x-L/2,t) = u_x(x+L/2,t),$$
(34)

где  $\phi(x) - \phi$ ункция в виде (31) при t = 0.

Пусть  $\{x: x_j = jh\}_{j=0}^N$  – регулярные узлы сетки (h = L/N - шаг по пространству); $\{t: t_m = m\tau\}_{m=0}^M$  – массив значений временной переменной  $(\tau - \text{шаг по времени})$ . Тогда  $U = u(x_j, t_m)$  – значение функции в узле сетки  $x_j$  в момент времени  $t_m$ .

С учетом введенных обозначений разностную аппроксимацию задачи (32)–(34) для псевдоспектрального метода можно записать следующим образом:

$$U_{j}^{m+1} = (I - ir\theta S)^{-1} (I + ir(1 - \theta)) V_{j}^{m},$$
  

$$u(x_{j}, 0) = \varphi(x_{j})$$
(35)  

$$U_{N-1} = U_{0}, U_{N} = U_{1}.$$

где введены следующие обозначения:

$$V_{j}^{m} = e^{-\tau b \left(\left|U_{j+1}^{m}\right|^{2^{n}} U_{j+1}^{m} - \left|U_{j}^{m}\right|^{2^{n}} U_{j}^{m}\right) / (hU_{i}^{m}))} \cdot U_{j}^{m},$$
  

$$\varphi(x_{j}) = \left[\frac{4k_{3}e^{\sqrt{k_{3}}(x_{j}-z_{0})}}{k_{2}^{2} + 4k_{1}k_{3} + e^{2\sqrt{k_{3}}(x_{j}-z_{0})} - 2k_{2}e^{\sqrt{k_{3}}(x_{j}-z_{0})}}\right]^{\frac{1}{2n}} \times e^{i\Psi(x_{j})},$$

- 86 -



**Рис. 1**. Графики численного решения в сравнении с точным решением (31) при  $\alpha = 0.11$ , b = -0.6,  $C_0 = 0.6$ , L = 70, h = 0.05,  $\tau = 0.0025$ , погрешность  $\epsilon = 0.7932$ 

Для исследования погрешности использованного метода при численном моделировании был выполнен ряд экспериментальных вычислений для набора шагов 0.05, 0.025, 0.02, 0.0125, 0.01. На основе проведенных расчетов построена табл. 1, в которой представлены значения погрешности в зависимости от значений шага h и коэффициента отражения n при количестве итераций M = 2500 и размере области L = 50. Таблица построена с учетом зависимости  $\tau = h^2$ . Время выполнения расчетов при этом варьировалось от 52 до 251 с.

	h	n = 1	<i>n</i> = 2	<i>n</i> = 3	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 5
1	0.05	0.13159	0.63366	0.92831	0.94652	0.90263
2	0.025	0.03783	0.1811	0.32705	0.44452	0.52886
3	0.02	0.02449	0.11839	0.21999	0.31212	0.38845
4	0.0125	0.00966	0.04714	0.08967	0.13233	0.17359
5	0.01	0.00619	0.03027	0.05778	0.08581	0.11404

Таблица 1. Погрешность численного решения в зависимости от h

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что погрешность вычислений уменьшается при увеличении количества разбиений сетки и возрастает при увеличении значении параметра *n*, ответственного за нелинейность уравнения, что согласуется с теоретическими сведениями.

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН, ОПИСЫВАЕМЫХ ОБОБЩЕННЫМ УРАВНЕНИЕМ КАУПА-НЬЮЭЛЛА

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено обобщенное уравнение Каупа-Ньюэлла, используемое для описания распространения импульсов в оптической среде. Представлены точные решения, выраженные через эллиптическую функцию Вейерштрасса и эллиптический синус при n = 1, а также в виде уединенных волн при произвольном значении параметра *n*. Построено численное решение краевой задачи, описываемой уравнением (1) с учетом периодических граничных условий. Разработан программный код на языке программирования Python, в котором используются библиотеки numpy, tabulate и matplotlib. Исследована зависимость погрешности от значений коэффициента отражения n. Показана зависимость погрешности численного решения от количества разбиений в сетке. Приведены графики сравнения численного и аналитического решений при учете ограничений на параметры математической модели.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sulaiman T.A., Yusuf A., Yusuf B., and Baleanu D. Propagation of diverse ultrashort pulses in optical fiber to Triki-Biswas equation and its modulation instability analysis // Modern Physics Letters B, 2021. V. 35. № 33. P. 2150491.

2. *Kudryashov N.A., Biswas A.* Optical solitons of nonlinear Schrödinger's equation with arbitrary dual-power law parameters // Optik, 2022. V. 252. P. 168497.

3. Triki H., Zhou Q., Biswas A., Liu W., Yıldırım Y., Alshehri H.M., and Belic M. R. Localized pulses in optical fibers governed by perturbed Fokas–Lenells equation // Physics Letters A, 2022. V. 421. P. 127782.

4. *Kudryashov N.A.* Mathematical model of propagation pulse in optical fiber with power nonlinearities // Optik, 2020. V. 212. P. 164750.

5. *Kudryashov N.A.* A generalized model for description of propagation pulses in optical fiber // Optik, 2019. V. 189. P. 42–52.

6. *Kudryashov N.A.* Optical solitons of mathematical model with arbitrary refractive index // Optik, 2020, V. 224. P. 165391.

7. *Kudryashov N.A.* Model of propagation pulses in an optical fiber with a new law of refractive indices // Optik, 2021. V. 248. P. 168160.

8. Антонова Е.В., Кудряшов Н.А. Темные и светлые солитоны нелинейного уравнения Шредингера с насыщением // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», 2023. Т. 11, № 1. С. 22–27.

9. Younas U., Sulaiman T.A., Ren J. Dynamics of optical pulses in dual-core optical fibers modelled by decoupled nonlinear Schrodinger equation via GERF and NEDA techniques // Optical and Quantum Electronics, 2022. V. 54. № 11. P. 738.

10. Triki H., Biswas A. Dark solitons for a generalized nonlinear Schr"odinger equation with parabolic law and dual-power law nonlinearities // Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2011. V. 34.  $N_{2}$  8. P. 958–962.

11. Biswas A., Triki H., Zhou Q., Moshokoa S.P., Ullah M. Z., and Belic M. Cubic-quartic optical solitons in Kerr and power law media // Optik, 2017. V. 144. P. 357–362.

12. *Triki H., Biswas A*. Sub pico-second chirped envelope solitons and conservation laws in monomode optical fibers for a new derivative nonlinear Schr"odinger's model // Optik, 2018. V. 173. P. 235–241.

13. *Gonzalez-Gaxiola O*. Optical soliton solutions for Triki–Biswas equation by Kudryashov's R function method // Optik, 2022. V. 249. P. 168230.

14. Zhou Q., Ekici M., Sonmezoglu A. Exact chirped singular soliton solutions of Triki- Biswas equation // Optik, 2019. V. 181. P. 338–342.

15. *Kudryashov N.A.* Explicit formulas for general solutions of two nonlinear ordinary differential equations via Jacobi elliptic sine // AIP Conference Proceedings / AIP Publishing LLC, 2022. V. 2425. P. 340010.

16. *Kudryashov N.A., Antonova E.V.* Solitary waves of equation for propagation pulse with power nonlinearities // Optik, 2020. V. 217. P. 164881.

#### Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2023, vol. 12, no. 2, pp. 83-89

# ANALYTICAL AND NUMERICAL MODELLING OF SOLITARY WAVES DESCRIBED BY THE GENERALIZED KAUP–NEWELL EQUATION

K.V. Kan<sup>1,\*</sup>, N.A. Kudryashov<sup>1,-\*\*</sup> <sup>1</sup>National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia \*e-mail: kan\_13@mail.ru \*\*e-mail: nakudr@gmail.com

Received April 21, 2023; revised April 26, 2023; accepted May 11, 2023

Pulse propagation in optical fiber described by the generalized Kaup–Newell equation with arbitrary refractive index is investigated. Using traveling wave variables the generalized Kaup–Newell equation is reduced to a system of nonlinear differential equations. Compatibility conditions for the system of equations are found. Exact solutions of the equation with fixed n = 1 expressed by an elliptic Weierstrass function and an elliptic sine are obtained. Using the generalized simplest equation method, exact solutions of the equation in the form of solitary waves are found for an arbitrary refractive index. Mathematical model with periodical boundary conditions is formulated. Using pseudo-spectral method the numerical solution on a regular grid is constructed. The program code of the numerical solution for the problem is verified by comparing the numerical solution with the analytical one in the form of solitary waves. The error dependence on a step of grid is studied taking into account the restrictions on the model parameters. Figures of analytical and numerical solutions were constructed and analyzed.

Keywords: optical pulse, generalized Kaup-Newell equation, pseudo-spectral method.

#### REFERENCES

1. Sulaiman T.A., Yusuf A., Yusuf B., Baleanu D. Propagation of diverse ultrashort pulses in optical fiber to Triki–Biswas equation and its modulation instability analysis. Modern Physics Letters B, 2021. Vol. 35. No. 33. P. 2150491.

2. *Kudryashov N.A., Biswas A.* Optical solitons of nonlinear Schrödinger's equation with arbitrary dual-power law parameters. Optik, 2022. Vol. 252. P. 168497.

3. *Triki H., Zhou Q., Biswas A., Liu W., Yıldırım Y., Alshehri H.M., Belic M.R.* Localized pulses in optical fibers governed by perturbed Fokas–Lenells equation. Physics Letters A, 2022. Vol. 421. P. 127782.

4. *Kudryashov N.A.* Mathematical model of propagation pulse in optical fiber with power nonlinearities. Optik, 2020. Vol. 212. P. 164750.

5. *Kudryashov N.A.* A generalized model for description of propagation pulses in optical fiber. Optik, 2019. Vol. 189. P. 42–52.

6. *Kudryashov N.A.* Optical solitons of mathematical model with arbitrary refractive index. Optik, 2020, Vol. 224. P. 165391.

7. *Kudryashov N.A.* Model of propagation pulses in an optical fiber with a new law of refractive indices. Optik, 2021. Vol. 248. P. 168160.

8. Antonova E.V., Kudryashov N.A. Temnye i svetlye solitony nelinejnogo uravneniya SHredingera s nasyshcheniem. Vestnik NIYaU MIFI, 2023. T. 11. No. 1. Pp. 22–27. 9. Younas U., Sulaiman T.A., Ren J. Dynamics of optical pulses in dual-core optical fibers modelled by decoupled nonlinear Schrodinger equation via GERF and NEDA techniques. Optical and Quantum Electronics, 2022. Vol. 54. No. 11. P. 738.

10. *Triki H., Biswas A.* Dark solitons for a generalized nonlinear Schrödinger equation with parabolic law and dual-power law nonlinearities. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2011. Vol. 34. No. 8. P. 958–962.

11. Biswas A., Triki H., Zhou Q., Moshokoa S.P., Ullah M.Z., Belic M. Cubic-quartic optical solitons in Kerr and power law media. Optik, 2017. Vol. 144. P. 357–362.

12. *Triki H., Biswas A*. Sub pico-second chirped envelope solitons and conservation laws in monomode optical fibers for a new derivative nonlinear Schrödinger's model. Optik, 2018. Vol. 173. P. 235–241.

13. *Gonzalez-Gaxiola O*. Optical soliton solutions for Triki–Biswas equation by Kudryashov's R function method. Optik, 2022. Vol. 249. P. 168230.

14. *Zhou Q., Ekici M., Sonmezoglu A.* Exact chirped singular soliton solutions of Triki- Biswas equation. Optik, 2019. Vol. 181. P. 338–342.

15. *Kudryashov N.A.* Explicit formulas for general solutions of two nonlinear ordinary differential equations via Jacobi elliptic sine. AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC, 2022. Vol. 2425. P. 340010.

16. Kudryashov N. A., Antonova E. V. Solitary waves of equation for propagation pulse with power nonlinearities. Optik, 2020. Vol. 217. P. 164881.

#### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

УДК 517.95

# ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

© 2023 П.А. Грибов, Н.А. Кудряшов, А.А. Кутуков\*

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, 115409, Россия \*e-mail: alexkutuk@gmail.com

> Поступила в редакцию 06.06.2023 После доработки: 08.06.2023 Принята к публикации: 15.06.2023

Представлены преобразования для нелинейных уравнений в частных производных с переменным коэффициентом. Показано, что свойства интегрируемости для некоторых уравнений с переменными коэффициентами выполняются естественным образом, так как эти уравнения преобразуются к хорошо известным интегрируемым уравнениям в частных производных.

*Ключевые слова:* солитонные преобразования, дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами, интегрируемые дифференциальные уравнения.

DOI: 10.26583/vestnik.2023.245

В последние годы появились обширные исследования, посвященные нелинейным дифференциальным уравнениям в частных производных с переменными коэффициентами (см., например, [1–14]). Эти уравнения являются естественными обобщениями многих хорошо известных уравнений из различных разделов физики.

В данной работе исследуются широко известные нелинейные уравнения в частных производных с переменными коэффициентами, для которых применяются преобразования переменных. Показано, что некоторые нелинейные уравнения с переменными коэффициентами являются интегрируемыми уравнениями и обладают всеми свойствами интегрируемости, поскольку они преобразуются к хорошо известным интегрируемым уравнениям.

Рассмотрим уравнение Кортевега-де Вриза с переменными коэффициентами, имеющее вид

$$u_{t} + 3uu_{x} + u_{xxx} + (\varphi_{1}(t)x + \varphi_{2}(t))u_{x} + 2\varphi_{1}(t)u = 0.$$
(1)

Уравнение (1) изучено, в частности, в работе [1], где было показано, что оно может быть решено с помощью преобразования рассеяния. Уравнение (1) имеет псевдопотенциалы Уолквиста– Эстабрука и пару Лакса [2]. Недавно было обнаружено, что уравнение (1) обладает свойством Пенлеве и имеет рациональные решения [7].

Ниже будет показано, что уравнение (1) может быть преобразовано к хорошо известному уравнению Кортевега–де Вриза.

Покажем, что это можно сделать с помощью преобразований:

$$v(y,\tau) = \frac{1}{k^2(t)}u(x,t),$$
 (2)

$$y = k(t)x - \int_0^t k(\varsigma)\varphi_2(\varsigma)d\varsigma, \qquad (3)$$

$$\tau = \int_0^t k^3(\varsigma) d\varsigma, \tag{4}$$

где

$$k(t) = k(t = 0) \exp\left\{-\int_0^t \varphi_1(\xi) d\xi\right\}.$$
 (5)

Назовем эти преобразования солитонными, потому что они позволяют находить солитонные решения некоторых уравнений.

С учетом преобразований (2)–(4) получаются соотношения

$$\frac{\partial}{\partial t} = k^3 \frac{\partial}{\partial \tau} + \left( x \frac{dk}{dt} - k \varphi_2 \right) \frac{\partial}{\partial y},\tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = k \frac{\partial}{\partial y}.$$
 (7)

Подстановка (2)–(7) в уравнение (1) приводит к уравнению Кортевега–де Вриза:

$$v_{\tau} + 3vv_{y} + v_{yyy} = 0.$$
 (8)

Очевидно, уравнение (1) обладает естественными свойствами для интегрируемых уравнений. В частности, оно имеет солитонные решения. Односолитонное решение для уравнения (1) принимает вид

$$u(x,t) = k^{2}(t) \operatorname{ch}^{-2} \left\{ \frac{1}{2} (k(t)x - \omega(t)) \right\}, \quad (9)$$

где  $\omega(t)$  удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{d\omega}{dt} = k^3 + \varphi_2 k. \tag{10}$$

*N*-солитонные решения уравнения (1) определяются формулой Хироты для обычного уравнения Кортевега–де Вриза [8]:

$$u = 4 \frac{\partial^2 \ln \Phi_N}{\partial x^2},\tag{11}$$

где  $\Phi_N = \Phi(\theta_1, ..., \theta_N)$  соответствует решению уравнения Хироты [8], и

$$\theta_j = k_j(t)x - \omega_j(t), \qquad (12)$$

$$k_j(t) = k_j(t=0)\exp\left\{-\int_0^t \varphi_1(\tau)d\tau\right\},$$
 (13)

$$\frac{d\omega_j}{dt} = k_j^3 + \varphi_2(t)k_j. \tag{14}$$

Фазовый сдвиг для солитонов определяется по формуле

$$e^{A_{ij}} = \left(\frac{k_i - k_j}{k_i + k_j}\right)^2 = \left(\frac{k_i(t=0) - k_j(t=0)}{k_i(t=0) + k_j(t=0)}\right)^2.$$
 (15)

Можно также получить пару Лакса и бесконечное число сохраняющихся величин для уравнения (1) с учетом пары Лакса и сохраняющихся величин для обычного уравнения Кортевега-де Вриза и преобразований (2)–(4).

Заметим, что уравнение (1) можно получить из уравнения Кортевега-де Вриза (8), если использовать преобразования (6) и (7) в виде

$$\frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{1}{k^3} \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{dk}{dt}x - k\varphi_2\right) \frac{\partial}{\partial x},\tag{16}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x} \tag{17}$$

и принять во внимание уравнение

$$\frac{dk}{dt} + \varphi_1 k = 0. \tag{18}$$

В качестве второго примера рассмотрим модифицированное уравнение Кортевега-де Вриза с переменными коэффициентами, которое имеет вид [2, 7]

$$u_t + 6u^2 u_x + u_{xxx} + (\phi_1(t)x + \phi_2(t))u_x + \phi_1(t)u = 0.$$
(19)

Используя преобразование

$$v(y,\tau) = \frac{1}{k(t)}u(x,t) \tag{20}$$

и у, т из (6), (7), получим модифицированное уравнение Кортевега-де Вриза:

$$v_{\tau} + 6v^2 v_y + v_{yyy} = 0.$$
 (21)

Уравнение (19) обладает всеми свойствами интегрируемого уравнения, потому что оно приводится преобразованиями (6), (7) и (20) к уравнению (21). В частности, уравнение (19) имеет солитонные решения, которые выражаются формулами Хироты для модифицированного уравнения Кортевега-де Вриза. Например, односолитонное решение для уравнения (19) принимает вид

$$u(x,t) = \frac{k(t)}{\operatorname{ch}(k(t)x - w(t))},$$
(22)

где k(t) и  $\omega(t)$  определяются уравнениями (18) и (10).

Рассмотрим также обобщенное нелинейное уравнение Шредингера в виде

$$iu_t + u_{xx} + 2|u|^2 u + i(\phi_1(t)x + \phi_2(t))u_x + i\phi_1(t)u = 0.$$
(23)

Задача рассеяния для уравнения (23) принимает вид

$$\Psi_{1x} + i\lambda\Psi_1 - u\Psi_2 = 0, \qquad (24)$$

$$\Psi_{2x} - i\lambda\Psi_2 - u^*\Psi_1 = 0.$$
 (25)

Временная зависимость  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  выбирается в виде

$$\Psi_{1t} = A\Psi_1 + B\Psi_2, \tag{26}$$

$$\Psi_{2t} = C\Psi_1 - A\Psi_2, \tag{27}$$

где

+

$$A = -2i\lambda^2 + i(\varphi_1 x + \varphi_2)\lambda + iuu^*, \quad (28)$$

$$B = 2u\lambda - u(\varphi_1 x + \varphi_2) + iu_x, \qquad (29)$$

$$C = -2u^*\lambda + u^*(\varphi_1 x + \varphi_2) + iu_x^*$$
 (30)

при

- 91 -

$$\lambda_t + \varphi_1 \lambda = 0. \tag{31}$$

В этом случае солитонные преобразования выбираются в виде

$$y = k(t)x - \int_0^t \varphi_2(\varsigma)k(\varsigma)d\varsigma, \qquad (32)$$

$$v(y,\tau) = \frac{1}{k(t)}u(x,t),$$
 (33)

$$\tau = \int_0^t k^2(\varsigma) d\varsigma, \qquad (34)$$

где

$$k(t) = k(t = 0) \exp\left\{-\int_0^t \varphi_1(\xi) d\xi\right\}.$$
 (35)

Подстановка (32)–(35) в уравнение (23) дает нелинейное уравнение Шредингера

$$iv_{\rm T} + v_{\rm yy} + 2|v|^2 v = 0. \tag{36}$$

Уравнение (23) также обладает всеми свойствами, уникальными для интегрируемых уравнений. В частности, это уравнение имеет солитонные решения. Односолитонное решение уравнения (23) принимает вид

$$u = \frac{\exp(\theta_1)}{1 + \exp\{\theta_1 + \theta_1^* + \phi_{11}\}},$$
(37)

$$\theta_1 = k_1(t)x + \omega_1(t), \tag{38}$$

$$\exp\{\varphi_{11}\} = \frac{1}{2}(k_1 + k_1^*)^{-2}, \qquad (39)$$

$$\frac{dk_1}{dt} + \varphi_1 k_1 = 0, \tag{40}$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} = ik_1^2 - \varphi_2 k_1 - \varphi_1.$$
 (41)

Использование преобразования

$$u = \frac{G}{F} \tag{42}$$

позволяет получить *N*-солитонные решения уравнения (23) по аналогии с нелинейным уравнением Шредингера [8]. Они выражаются при помощи формул для *N*-солитонных решений.

Можно получить и другие интегрируемые уравнения с переменными коэффициентами, подобные тем, которые рассматривались выше с учетом известных интегрируемых уравнений.

Предположим, что уравнение

$$v_{\tau} + L(v) = 0 \tag{43}$$

является интегрируемым. Рассмотрим солитонные преобразования в виде

$$v(y,\tau) = \frac{1}{s(t)}u(x,t),$$
 (44)

$$y = \alpha(t)x + \beta(t), \tag{45}$$

$$\tau = \gamma(t), \tag{46}$$

где  $s(t), \alpha(t), \beta(t)$  и  $\gamma(t)$  – гладкие функции от t. С учетом (45), (46) получаются соотношения

$$\frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{1}{\dot{\gamma}} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\dot{\alpha}x + \dot{\beta}}{\alpha \dot{\gamma}} \frac{\partial}{\partial x},\tag{47}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial x}.$$
 (48)

Используя уравнение (43) и преобразования (44)-(46), получаем уравнение

$$u_t - \frac{\dot{s}}{s}u - \frac{\dot{\alpha}x + \dot{\beta}}{\alpha}u_x + \dot{\gamma}sL\left(\frac{u}{s}\right) = 0.$$
(49)

Принимая во внимание форму оператора L(v); можно найти новое интегрируемое уравнение, которое соответствует уравнению (43).

Возьмем, к примеру, уравнение Буссинеска:

$$v_{\tau\tau} + v_{yyyy} + 3(v^2)_{yy} = 0.$$
 (50)

Используя преобразования (44)–(46) и формулы (47) и (48), получаем следующее уравнение [2]:

$$u_{tt} + u_{xxxx} + 3(u^2)_{xx} + (2F_1x + F_2)u_{xt} + +6F_1u_t + \frac{1}{4}(2F_1x + F_2)^2u_{xx} + + \left[(7F_1^2 + F_{1t})x + \frac{7}{2}F_1F_2 + \frac{1}{2}F_{2t}\right] \times$$
(51)  
$$\times u_x + (8F_1^2 + 2F_{1t})u = 0,$$

если принять в (44)–(46)

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\alpha F_1(t), \tag{52}$$

$$s = \alpha^2(t), \tag{53}$$

$$\frac{d\beta}{dt} = -\frac{1}{2}\alpha F_2,\tag{54}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \alpha^2(t), \tag{55}$$

где  $F_1(t)$  и  $F_2(t)$  — произвольные гладкие функции от t.

В заключение сформулируем результаты данной работы. Рассмотрены некоторые нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных с переменными коэффициентами и показано, что эти уравнения преобразуются к хорошо известным интегрируемым уравнениям. Также показано, что эти уравнения обладают солитонными решениями и всеми другими свойствами интегрируемых уравнений.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-11-00141, https://rscf.ru/project/22-11-00141/.

Вклад авторов: Н.А. Кудряшов – идея метода, концепция исследования; А.А. Кутуков – подготовка примеров, написание текста статьи; П.А. Грибов – обзор публикаций, проверка текста на ошибки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chan W. L., Kam Shun L.* Nonpropagating solitons of the variable coefficient and nonisospectral Korteweg-de Vries equation. Journal of Mathematical Physics, 1989. V. 30(11). Pp. 2521–2526.

2. Lou S. Y. Pseudopotentials. Lax pairs and Backlund transformations for some variable coefficient nonlinear equations. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1991. V. 24(10). L513.

3. *Porsezian K.* Backlund transformations and explicit solutions of certain inhomogeneous nonlinear Schrodinger-type equations. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1991. V. 24(7). L337.

4. Porsezian K., Daniel, M., Bharathikannan R. Generalized  $\chi$ -dependent Hirota equation: singularity structure, Bäcklund transformation and soliton solutions. Physics Letters A, 1991. V. 156(5). Pp. 206–210.

5. *Winternitz P., Gazeau J.P.* Allowed transformations and symmetry classes of variable coefficient Korteweg-de Vries equations. Physics Letters A, 1992. V. 167(3). Pp. 246–250. 6. *Gagnon L., Winternitz P. Symmetry* classes of variable coefficient nonlinear Schrodinger equations. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1993. V. 26(23). Pp. 7061.

7. *Kudryashov N.A., Nikitin V.A.* Painleve analysis, rational and special solutions of variable coefficient Korteweg-de Vries equations. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1994. V. 27(4). L101.

8. *Hirota R.* Exact solution of the Korteweg-de Vries equation for multiple collisions of solitons. Physical Review Letters, 1971. V. 27(18). Pp. 1192.

9. Caudrey P.J., Gibbon J.D., Eilbeck J.C., Bullough R.K. Exact multisoliton solutions of the self-induced transparency and sine-Gordon equations. Physical Review Letters, 1973. V. 30(6). Pp. 237.

10. *Kudryashov N.A.* Governed optical solitons of the generalized Schrödinger equation with dual-power law of refractive index. Optik, 2022. V. 266. № 169619.

11. Zhao J., Luan Z., Zhang P., Dai C., Biswas A., Liu W., Kudryashov N. A. Dark three-soliton for a nonlinear Schrödinger equation in inhomogeneous optical fiber. Optik, 2020. V. 220. No. 165189.

12. Popov S.P. Neavtonomnye solitonnye reshenija modificirovannogo uravnenija Kortevega-de Vriza-sinus-Gordona [Nonautonomous soliton solutions of the modified Korteweg-de Vries-sine-Gordon equation]. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2016. V. 56. № 11. Pp. 1960–1969 (in Russian).

13. Liu X., Luan Z., Zhou Q., Liu W., Biswas A. Dark two-soliton solutions for nonlinear Schrödinger equations in inhomogeneous optical fibers. Chinese Journal of Physics, 2019. V. 61. Pp. 310–315.

14. *Clarkson P.A.* Painleve analysis and the complete integrability of a generalized variable-coefficient Ka-domtsev-Petviashvili equation. IMA journal of applied mathematics, 1990. V. 44(1). Pp. 27–53.

#### Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2023, vol. 12, no. 2, pp. 90-94

# TRANSFORMATIONS OF SOME NONLINEAR EQUATIONS WITH VARIABLE COEFFICIENTS

P.A. Gribov, N.A. Kudryashov, A.A. Kutukov\*

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia \*e-mail: alexkutuk@gmail.com

Received June 6, 2023; revised June 8, 2023; accepted June 15, 2023

Transformations for non-linear partial differential equations with a variable coefficient are presented. It is shown that the integrability properties for some equations with variable coefficients are satisfied in a natural way, since these equations are transformed to well-known integrable partial differential equations.

Keywords: soliton transformations, differential equations with variable coefficients, integrable differential equations.

#### REFERENCES

1. *Chan W. L., Kam Shun L.* Nonpropagating solitons of the variable coefficient and nonisospectral Korteweg-de Vries equation. Journal of Mathematical Physics, 1989. Vol. 30(11). Pp. 2521–2526.

2. Lou S. Y. Pseudopotentials. Lax pairs and Backlund transformations for some variable coefficient nonlinear equations. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1991. Vol. 24(10). L513.

3. *Porsezian K*. Backlund transformations and explicit solutions of certain inhomogeneous nonlinear Schrodinger-type equations. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1991. Vol. 24(7). L337.

4. Porsezian K., Daniel, M., Bharathikannan R. Generalized  $\chi$ -dependent Hirota equation: singularity structure, Bäcklund transformation and soliton solutions. Physics Letters A, 1991. Vol. 156(5). Pp. 206–210.

5. *Winternitz P., Gazeau J.P.* Allowed transformations and symmetry classes of variable coefficient Korteweg-de Vries equations. Physics Letters A, 1992. Vol. 167(3). Pp. 246–250.

6. *Gagnon L., Winternitz P. Symmetry* classes of variable coefficient nonlinear Schrodinger equations. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1993. Vol. 26(23). Pp. 7061.

7. *Kudryashov N.A., Nikitin V.A.* Painleve analysis, rational and special solutions of variable coefficient Korteweg-de Vries equations. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1994. Vol. 27(4). L101. 8. *Hirota R.* Exact solution of the Korteweg-de Vries equation for multiple collisions of solitons. Physical Review Letters, 1971. Vol. 27(18). Pp. 1192.

9. Caudrey P.J., Gibbon J.D., Eilbeck J.C., Bullough R.K. Exact multisoliton solutions of the self-induced transparency and sine-Gordon equations. Physical Review Letters, 1973. Vol. 30(6). Pp. 237.

10. *Kudryashov N.A.* Governed optical solitons of the generalized Schrödinger equation with dual-power law of refractive index. Optik, 2022. Vol. 266. No. 169619.

11. Zhao J., Luan Z., Zhang P., Dai C., Biswas A., Liu W., Kudryashov N. A. Dark three-soliton for a nonlinear Schrödinger equation in inhomogeneous optical fiber. Optik, 2020. Vol. 220. No. 165189.

12. Popov S.P. Neavtonomnye solitonnye reshenija modificirovannogo uravnenija Kortevega-de Vriza-sinus-Gordona [Nonautonomous soliton solutions of the modified Korteweg-de Vries-sine-Gordon equation]. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2016. Vol. 56, No. 11. Pp. 1960–1969 (in Russian).

13. Liu X., Luan Z., Zhou Q., Liu W., Biswas A. Dark two-soliton solutions for nonlinear Schrödinger equations in inhomogeneous optical fibers. Chinese Journal of Physics, 2019. Vol. 61. Pp. 310–315.

14. *Clarkson P.A.* Painleve analysis and the complete integrability of a generalized variable-coefficient Ka-domtsev-Petviashvili equation. IMA journal of applied mathematics, 1990. Vol. 44(1). Pp. 27–53.

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

#### УДК 504.3.054

# СИСТЕМА МОНИТОРИНГА ВОЗДУШНОЙ СРЕДЫ ОФИСНЫХ ПОМЕЩЕНИЙ

© 2023 А.В. Тарасов<sup>1</sup>, Д.Е. Иванов<sup>1,\*</sup>, Т.Н. Швецова-Шиловская<sup>1</sup>, Р.А. Хрусталёв<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное унитарное предприятие «Государственный научно-исследовательский институт органической химии и технологии» (ФГУП «ГосНИИОХТ») ГНЦ РФ, Москва, 111024, Россия

e-mail: <u>dir@gosniiokht.ru</u>

Поступила в редакцию: 17.05.2023 После доработки: 19.05.2023 Принята к публикации: 08.06.2023

В статье представлено описание системы мониторинга воздушной среды офисных помещений, предназначенной для оценки качества воздуха. Актуальность задачи создания систем мониторинга качества воздуха обусловлена тем, что воздушная среда, загрязненная вредными химическими веществами, может оказывать на человека негативное воздействие. Разработанная система включает информационно-измерительный и информационно-аналитический блоки, отвечающие определенным требованиям, таким как чувствительность, селективность, быстродействие и компактность. Основной задачей информационно-измерительного модуля является обнаружение и идентификация вредных химических веществ. Назначение информационноизмерительного модуля – определение концентрационных, скоростных и температурных полей, в любой момент времени, в любой точке помещения. Апробация разработанной системы проведена на основе экспериментальных исследований. В качестве загрязняющего вещества выбран бутилацетат. Источник загрязнения располагался вблизи системы вентиляции. Моделирование распространения загрязняющего вещества в помещении выполнено в программном комплексе Solidworks 2020. Получено распределение концентрации бутилацетата в офисном помещении на уровне слоя дыхания человека с учетом расположения источника загрязнения и рабочего места, а также с учетом времени года. Определены значения концентраций бутилацетата в различные моменты времени на рабочем месте сотрудника. Результаты моделирования показали, что в летний период времени за счет незначительной разницы температур наружного и внутреннего воздуха концентрация бутилацетата на рабочем месте сотрудника достигает предельно допустимых значений значительно быстрее, чем в зимний период.

*Ключевые слова:* система мониторинга, офисное помещение, загрязнение воздушной среды, вредные химические вещества, математическое моделирование.

**DOI:** 10.26583/vestnik.2023.248

#### ВВЕДЕНИЕ

Воздух является основной средой, окружающей человека. Поэтому загрязненный вредными химическими веществами промышленного или бытового назначения воздух оказывает на человека негативное воздействие [1–3]. Для оценки качества воздушной среды используются различные классы газоанализаторов, позволяющих контролировать концентрации загрязняющих веществ. При гигиенической оценке качества воздуха учитываются его физические свойства, такие как температура, давление, влажность, скорость движения и т.д. [4–6].

Применение в промышленности и быту различных загрязняющих веществ (в том числе вредных химических веществ, далее – ВХВ) предъявляет требования к точности идентификации концентраций ВХВ в широком диапазоне температур, давлений и влажностей.

Одним из путей решения проблемы экологической безопасности воздушной среды рабочих помещений и атмосферного воздуха является проектирование и создание современных систем мониторинга. В данной работе представлена система мониторинга качества воздушной среды офисных помещений, а также результаты экспериментальных исследований идентификации ВХВ с использованием разработанной системы.

#### СТРУКТУРА СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА

Анализ существующих систем, приборов и устройств информационно-аналитического обеспечения по оценке качества воздушной среды показал, что такие системы, как правило, включают информационно-измерительный и информационно-аналитический блоки, к каждому из которых предъявляются определенные требования, такие как чувствительность, селективность, быстродействие, компактность и т.д. [7–9]. На основании проведенного анализа разработана система мониторинга воздушной среды офисного помещения, блок-схема которой представлена на рис. 1.



Рис. 1. Блок-схема системы мониторинга воздушной среды офисного помещения

Система мониторинга воздушной среды включает два основных модуля: информационно-измерительный и информационно-аналитический.

#### Информационно-измерительный модуль

Основной задачей информационно-измерительного модуля (далее – ИИМ) является обнаружение и идентификация ВХВ.

ИИМ состоит из электрохимических (далее – ЭХ) датчиков «СИГМА-03» и стационарных газоанализаторов «Сегмент» (далее – ГАС), обладающих высокой селективностью и возможностью расширения базы обнаруживаемых веществ (количество необходимых технических средств определяется геометрией помещения и физико-химическими свойствами ВХВ).

Электрохимический датчик «СИГМА-03» представляет собой стационарный одноканаль-

ный прибор для непрерывного контроля концентрации ВХВ в воздушной среде помещения. Результатом работы «СИГМА-03» является фиксация наличия в помещении загрязняющих веществ. Основными преимуществами «СИГ-МА-03» являются модульность, компактность, простота сборки при использовании в составе ИИМ.

ГАС «Сегмент», принцип действия которого основан на спектрометрии ионной подвижности, идентифицирует ВХВ в воздушной среде помещения. Он содержит базу данных о пороговых значениях концентраций ВХВ и их смесей, включающую до 20 значений. База данных ГАС может редактироваться путем изменения количества и видов загрязняющих веществ.

Основными характеристиками ГАС «Сегмент» являются следующие: время выхода на рабочий режим – не более 15 мин и время определения пороговых значений ВХВ – не более 5 с.

ГАС «Сегмент» включает программное обеспечение ПО IMS WedUI, которое позволяет с помощью коммуникационного блока визуализировать на мониторе автоматизированного рабочего места (далее – APM) оператора область загрязнения в помещении.

Результатом работы ГАС «Сегмент» является идентификация ВХВ и регистрация спектра во внутренней памяти газоанализатора, далее информация поступает на АРМ.

#### Информационно-аналитический модуль

В состав информационно-аналитического модуля (далее – ИАМ) входят следующие блоки: банк данных о характеристиках помещения, банк данных о свойствах ВХВ, математические модели, комплекс программ.

Банк данных о характеристиках помещения содержит информацию о геометрии помещения и расположении дверей, окон, предметов интерьера, количестве рабочих мест и, соответственно, количестве персонала, работающего в данном помещении.

Банк данных о свойствах ВХВ включает: перечень вредных химических веществ, их основные физико-химические свойства, данные по токсичности и т.д.

Математические модели включают модели свободно-конвективного тепломассопереноса в замкнутых областях, которые позволяют визуализировать на мониторе APM температурные, скоростные и концентрационные поля распределения BXB в воздушной среде офисного помещения.

Комплекс программ включает два программных обеспечения (далее – ПО): IMS WebUI и Solidworks 2020 с дополнением Flow Simulation.

ПО IMS WebUI предназначено для сбора информации, поступающей с ИИМ, и визуализации полученных данных на APM оператора. Такими данными являются: техническое состояние «СИГМА-03» и ГАС «Сегмент», информация о идентификации ВХВ.

Рабочая среда ПО Solidworks 2020 позволяет оператору АРМ создать геометрическую модель помещения, построить математическую модель гидрогазодинамики на основании уравнения Навье–Стокса для исследования процессов тепломассопереноса.

Оператору системы на экране монитора APM отображается место размещения технических средств ИИМ в помещении и идентифициро-

ванное ВХВ. При обнаружении в помещении загрязняющих веществ оператор АРМ обращается к блоку «Комплекс программ» для моделирования концентрационных, температурных и скоростных полей в помещении. На основании результатов математического моделирования оператор АРМ принимает решение о проведении мероприятий, направленных на обеспечение безопасности воздушной среды офисного помещения.

На автоматизированном рабочем месте оператор системы осуществляет управление работой как информационно-измерительного, так и информационно-аналитического модулей.

Результатом работы ИАМ является определение концентрационных, скоростных и температурных полей в любой момент времени, в любой точке помещения.

Продемонстрируем работоспособность системы на основе результатов экспериментальных исследований мониторинга воздушной среды типового офисного помещения.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В качестве модельного примера рассмотрим климатическую камеру объемом 2 м<sup>3</sup>, в которой поддерживается постоянная температура 25 °C. Перемешивание воздуха в камере обеспечивается с помощью насоса. После выхода климатической камеры на режим (в течение 1 ч), в ней размещали информационно-измерительный модуль на специализированной подставке и с помощью LAN-кабеля соединяли технические средства с управляющей станцией (APM).

В качестве модельного вещества был выбран бутилацетат, который применяется как:

душистое вещество, входящее в состав парфюмерных композиций и фруктовых эссенций;

дубильное вещество в кожевенной промышленности;

средство для выделения первичных субстанций в фармацевтической промышленности;

растворитель для эффективного получения лакокрасочных покрытий.

Принимая это во внимание, существует вероятность нахождения н-бутилацетата в воздушной среде офисных помещений. Значение предельно допустимой концентрации в воздухе рабочей зоны (далее – ПДК<sub>р3</sub>) для данного соединения составляется 50 мг/м<sup>3</sup>.

В камеру с помощью специального устройства вносили бутилацетат. На рис. 2 представлен спектр воздушной среды в камере до внесения вещества, полученный с помощью ГАС «Сегмент».

На рис. 3 представлен спектр воздушной среды в камере после внесения бутилацетата, соответствующий его концентрации на уровне

0.1 ПДК<sub>р3</sub>, где показан отклик прибора на внесенное соединение через 1 мин.

На экране монитора APM оператора фиксировалась информация о внесенном бутилацетате (вид вещества и его концентрация). Рабочее окно программы IMS WebUI представлено на рис. 4 в виде информационной карточки.



Рис. 2. Спектр воздушной среды камеры до внесения бутилацетата



Рис. 3. Спектр воздушной среды камеры после внесения бутилацетата

Мониторинг         Image: Company of the second secon		JI <sub>2.2 dev</sub>	🏦 IMS WebUI
Сегмент 🔮 💠 🔞	Имя прибора Сохранить Очистить	🕈 🕈 🕲 📥	Мониторинг
butylacetate	007-2021Z TpeBora <b>butylacetate (Butylacetate)</b> <b>:2770</b>		Сегмент 007-2021Z butylacetate

Рис. 4. Рабочее окно ПО IMS WebUI

С помощью ПО Solidworks 2020 была задана геометрия помещения, расставлены предметы интерьера для типового офисного помещения.

Предварительно в типовом офисном помещении провели экспериментальное исследование по определению температуры воздуха в летний и зимний периоды. В ходе опытов исследовалось пространственное изменение температуры в зависимости от работы систем отопления, вентиляции и окон.

Результаты экспериментальных исследований являлись исходными данными при проведении расчета в программном комплексе Solidworks 2020 для определения концентрационных полей распределения бутилацетата в воздушной среде помещения (рис. 5,  $a, \delta$ ). На рис. 5, а представлено распределение расчетного поля концентраций загрязняющего вещества в офисном помещении при условии

расположения источника загрязнения вблизи системы естественной вентиляции для зимнего периода через 30 и 240 секунд, соответственно.



**Рис. 5.** Распределение поля концентрации бутилацетата в: *a*) зимний период через 30 и 240 с; *б*) летний период через 30 и 240 с

На уровне слоя дыхания человека (1.5 м) концентрационное поле бутилацетата, отличное от нуля, появляется через 30 с (0.33 мг/м<sup>3</sup>) вблизи вентиляционной системы помещения и покрывает рассматриваемое рабочее место сотрудника (точка М). Через 240 с концентрация бутилацетата на уровне слоя дыхания в рассматриваемой точке М достигает значения 10.78 мг/м<sup>3</sup>. Превышение предельно допустимой концентрации вещества в воздухе рабочей зоны (далее – ПДК<sub>р3</sub>) в рассматриваемой точке М офисного помещения наблюдается через 92 мин.

На рис. 5, б представлено расчетное поле концентраций бутилацетата в офисном помещении при условии расположения источника загрязнения вблизи системы вентиляции для летнего периода через 30 и 240 с соответственно.

На уровне слоя дыхания человека концентрационное поле бутилацетата, отличное от нуля, появляется через 30 с (0.006 мг/м<sup>3</sup>) вблизи вентиляционной системы помещения и покрывает рассматриваемое рабочее место сотрудника (точка М). Через 240 с концентрация бутилацетата на уровне слоя дыхания в рассматриваемой точке М достигает значения 2.75 мг/м<sup>3</sup>. Превышение ПДК<sub>р3</sub> в рассматриваемой точке М офисного помещения наблюдается через 15 мин.

Результаты исследований показывают, что в зимний период концентрация бутилацетата в рассматриваемой точке М через 4 мин почти в шесть раз больше, чем в летний период.

При этом превышение ПДК<sub>р3</sub> бутилацетата в летний период происходило за 15 мин, а превышение ПДК<sub>р3</sub> в зимний период – через 92 мин.

Данные различия обусловлены тем, что в зимний период из-за большей разницы температур (наружного и внутреннего воздуха) возникают более интенсивные воздушные потоки, обусловленные свободной естественной конвекцией воздуха, поэтому в рассматриваемой точке М концентрация бутилацетата достигает уровня ПДК<sub>р3</sub> значительно позже.

# выводы

Представленная система мониторинга воздушной среды офисных помещений включает два модуля: информационно-измерительный и информационно-аналитический. Информационно-измерительный модуль предназначен для обнаружения и идентификации вредных химических веществ. В его состав входят два вида технических средств: «СИГ-МА-03» и ГАС «Сегмент»; количество необходимых технических средств определяется геометрией помещения и физико-химическими свойствами вредных химических веществ.

Информационно-аналитический модуль включает в себя необходимые данные, комплексы программ и автоматизированное рабочее место оператора, на мониторе которого отображаются результаты мониторинга воздушной среды офисного помещения. Результаты мониторинга представляются в виде концентрационных, скоростных и температурных полей как в двухмерном, так и трехмерном виде.

Представлены результаты экспериментальных исследований мониторинга воздушной среды типового офисного помещения. В качестве загрязняющего вещества выбран бутилацетат. Источник загрязнения располагался вблизи системы вентиляции. При помощи программного комплекса Solidworks 2020 получено распределение концентрации бутилацетата в офисном помещении с учетом расположения источника загрязнения и рабочего места.

Результаты моделирования показали, что в летний период за счет незначительной разницы температур наружного и внутреннего воздуха концентрация бутилацетата достигает уровня ПДК рабочей зоны в 6 раз быстрее, чем в зимний период.

Работоспособность созданной системы мониторинга продемонстрирована на примере распространения бутилацетата в офисном помещении. Дальнейшие исследования будут направлены на тестирование системы мониторинга воздушной среды помещений различных конфигураций, с различным расположением источников загрязнений, а также с различными загрязняющими веществами.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давыдова И.С., Гапоненко А.В. Проблема загрязнения атмосферного воздуха в городах //Science Of Europe. 2017. № 14-2(14). Р. 3–5.

2. Лобанов Д.В., Шепс Р.А., Портнова Н.В. Экспериментальные исследования энергоэффективности работы систем климатизации в офисном помещении // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2018. Т.14. № 3. С. 71–78.

3. Абрамкина Д.В., Агаханова К.М. Влияние естественного воздухообмена в помещении на концентрацию взвешенных частиц. // Вестник СибАДИ. 2018. Т. 15. № 6. С. 912–921.

4. Федеральный закон от 10.01.2002. № 7-ФЗ «Об охране окружающей среды». [Электронный ресурс]. URL: http://www.kremlin.ru/acts/bank/17718 (дата обращения: 10.01.2023).

5. Корчков А.П. Микроклимат помещений // Вестник магистратуры. 2020. № 2–1 (101). С. 14–19.

6. Цыганков А.В., Цыганков И.А. Комплексная оценка воздушно-теплового комфорта жилых помещений // Техносферная безопасность. 2011. № 5–6(17-18). С. 65–68.

7. Якунина И.В., Попов Н.С. Методы и приборы контроля окружающей среды. Экологический мони-

торинг: Учебное пособие. Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2009. 188 с.

8. Бизикин А.В. и др. Принципы построения автоматизированной системы экологического мониторинга при выбросах вредных веществ // Экологически устойчивое развитие Центрального федерального округа: докл. науч.-пракг. форума / Под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. В.М. Панарина. Тула: Изд-во ТулГУ, 2008. С. 173–182.

9. Петрова Д.Д., Чеснов А.А., Скворцов Ф.И., Тарасов А.В., Хрусталев Р.А., Пантелеев В.В., Абрамов Д.О. Методы и приборы для определения вредных химических веществ в атмосферном воздухе // Химия и технология органических веществ. 2021. № 2 (18). С. 73–83.

#### Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2023, vol. 12, no. 2, pp. 95-102

#### **OFFICE SPACE AIR MONITORING SYSTEM**

A.V. Tarasov<sup>1,\*</sup>, D.E. Ivanov<sup>1</sup>, T.N. Shvetsova-Shilovskaya<sup>1</sup>, R.A. Khrustalev<sup>1</sup>

Federal state unitary enterprise «State scientific-research Institute of organic chemistry and technology» (FGUP «GosNIIOKHT») State research center of the Russian Federation Moscow, shosse Entuziastov 23, 111024, Russia \*e-mail: dir@gosniiokht.ru

Received May 17, 2023; revised May 19, 2023; accepted June 8, 2023

The article describes the air monitoring system of office premises designed to assess air quality. The urgency of the task of creating air quality monitoring systems is due to the fact that the air environment contaminated with harmful chemicals can have a negative impact on humans.

The developed system includes information-measuring and information-analytical blocks that meet certain requirements, such as sensitivity, selectivity, speed and compactness. The main task of the information and measurement module is the detection and identification of harmful chemicals. The purpose of the information and measurement module is to determine concentration, velocity and temperature fields at any time at any point in the room.

The approbation of the developed system was carried out on the basis of experimental studies. Butyl acetate was selected as a contaminant. The source of the contamination was located near the ventilation system. Modeling of the spread of pollutants in the room is performed in the Solidworks 2020 software package. The distribution of butyl acetate concentration in an office space at the level of the human respiration layer is obtained, taking into account the location of the source of pollution and the workplace, as well as taking into account the time of year. The values of butyl acetate concentration at various points of time at the employee's workplace were determined.

The simulation results showed that in the summer, due to a slight difference in outdoor and indoor air temperatures, the concentration of butyl acetate at the employee's workplace reaches the maximum permissible values much faster than in winter.

Keywords: monitoring system, office space, air pollution, harmful chemicals, mathematical modeling.

#### REFERENCES

1. *Davydova I.S., Gaponenko A.V.* Problema zagryazneniya atmosfernogo vozduha v gorodah [The problem of air pollution in cities]. Science of Europe, 2017. No. 14–2 (14). Pp. 3–5 (in Russian).

2. Lobanov D.V., SHeps R.A., Portnova N.V. Eksperimental'nye issledovaniya energoeffektivnosti raboty sistem klimatizacii v ofisnom pomeshchenii [Experimental studies of the energy efficiency of the operation of air conditioning systems in an office space]. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2018. Vol. 14. No. 3. Pp. 71–78 (in Russian).

3. Abramkina D.V., Agahanova K.M. Vliyanie estestvennogo vozduhoobmena v pomeshchenii na koncentraciyu vzveshennyh chastic [The effect of natural air exchange in the room on the concentration of suspended particles]. Vestnik SibADI, 2018. Vol. 15. No. 6. Pp. 912–921 (in Russian). 4. Federal'nyj zakon ot 10.01.2002. № 7-FZ «Ob ohrane okruzhayushchej sredy»[Federal Law No. 7-FZ of 10.01.2002 «On Environmental Protection»]. Available at: http://www.kremlin.ru/acts/bank/17718 (accessed 10.01.2023).

5. *Korchkov A.P.* Mikroklimat pomeshchenij [Indoor microclimate]. Vestnik magistratury, 2020. No. 2–1 (101). Pp. 14–19 (in Russian).

6. *Cygankov A.V., Cygankov I.A.* Kompleksnaya ocenka vozdushno-teplovogo komforta zhilyh pomeshchenij [Comprehensive assessment of the air-thermal comfort of residential premises]. Tekhnosfernaya bezopasnost'. 2011. No. 5–6 (17–18). Pp. 65–68.

7. YAkunina I.V., Popov N.S. Metody i pribory kontrolya okruzhayushchej sredy. Ekologicheskij monitoring : uchebnoe posobie. [Methods and devices of environmental control. Environmental monitoring: a textbook]. Tambov, Izd. TGTU Publ., 2009. 188 p. 8. *Bizikin A.V. et al.* [Principles of building an automated environmental monitoring system for emissions of harmful substances]. Ekologicheski ustojchivoe razvitie Central'nogo federal'nogo okruga: doklad nauchnoprakticheskogo foruma / Pod obshch. red. prof. V.M. Panarina [ Environmentally sustainable development of the Central Federal District: dokl. scientific-practical. forum / Under common. ed. d.t.s., prof. V.M. Panarina]. Tula, Izd. TulGU Publ., 2008. Pp. 173–182.

9. Petrova D.D., CHesnov A.A., Skvorcov F.I., Tarasov A.V., Hrustalev R.A., Panteleev V.V., Abramov D.O. Metody i pribory dlya opredeleniya vrednyh himicheskih veshchestv v atmosfernom vozduhe [Methods and devices for the determination of harmful chemicals in the atmospheric air]. Himiya i tekhnologiya organicheskih veshchestv, 2021. No. 18. Pp. 73–83 (in Russian).

#### ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

УДК 621.039.5

## ПРЕДИКТИВНАЯ ДИАГНОСТИКА ДАТЧИКОВ КОНТРОЛЯ В ЯДЕРНОМ РЕАКТОРЕ

#### © 2023 С.В. Тен<sup>1\*</sup>, А.М. Загребаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, 115409, Россия \*e-mail: tenstanislav@email.com

> Поступила в редакцию: 01.06.2023 После доработки: 09.06.2023 Принята к публикации: 15.06.2023

В данной работе предлагается подход для точечного выявления неработоспособных датчиков на основе анализа диагностических параметров. Такими параметрами могут выступать коэффициенты «скользящей корреляции», четвертое собственное число и относительное отклонение восстановленного показания датчика. С помощью приведенных диагностических параметров можно изначально сразу определять TBC, в которой один из ДПЗ предположительно вышел из строя, далее анализировать корреляции уровней между собой и с помощью восстановленного значения выносить окончательное суждение о работоспособности каждого высотного датчика.

Разработанное программное обеспечение позволяет проводить экспресс-анализ архива реактора ВВЭР. Это имеет научно-практическую ценность в контексте повышения качества работы оперативного персонала и анализа ситуаций, требующих дополнительного внимания и более детального анализа. Применение данного подхода может помочь обнаружить неисправности в датчиках и принять своевременные меры для предотвращения возможных проблем и аварийных ситуаций, что является важным шагом в обеспечении безопасности и эффективности работы системы контроля и управления реактором ВВЭР.

*Ключевые слова:* ядерный реактор, датчик контроля, предиктивная диагностика, архив эксплуатационных параметров, анализ данных, статистика.

DOI: 10.26583/vestnik.2023.243

#### ВВЕДЕНИЕ

Повышение эффективности и безопасности эксплуатации ядерных энергетических реакторов в настоящее время в значительной степени достигается за счет совершенствования математического обеспечения, в основе которого лежат математические модели нейтронно-физических процессов, протекающих в активной зоне реактора. В процессе эксплуатации, в силу воздействия большого количества случайных факторов (например, колебаний расхода теплоносителя, перемещения органов регулирования, флюктуации паросодержания И нейтроннодp.), физические свойства имеют случайный характер, что приводит к необходимости в ряде задач контроля и управления рассматривать реактор как объект со случайными параметрами [1].

Архив эксплуатационных параметров ядерного реактора, как и любые другие данные, обладает определенными статистическими характеристиками, анализируя которые, можно выносить суждения о работе ядерного реактора. Нахождение закономерностей работы ядерного реактора может в большей степени способствовать увеличению эффективности работы объекта как с точки зрения работы операторов, так и проведения последующего анализа накопленных данных.

В практике эксплуатации ядерных реакторов нередки ситуации, когда часть внутриреакторных датчиков выходит из строя. Если датчик выходит из строя, то его показаниями пользоваться запрещено. Например, если выйдет из строя более чем одна секция датчика РБМК, то детектор считается «запрещенным». Канал нейтронных измерений ВВЭР запрещается при выходе из строя более двух датчиков [2].

С точки зрения классификации аварийных ситуаций аварии на активной зоне относятся к маловероятным событиям. Вероятность их возникновения  $10^{-4}$ – $10^{-6}$  на реактор-год. Однако последствия этих отказов настолько серьезны, что контролю безопасности и условиям эксплуатации активной зоны уделяется большое внимание. Критерии безопасной эксплуатации будут все более строгими, если принимать во внимание программу повышения мощности реакторных установок ВВЭР-1000 до 104 % [3].

Характерной особенностью системы внутриреакторного контроля (СВРК) является то, что ее функционирование влияет непосредственно как на безопасность, так и на экономичность эксплуатации энергоблока АЭС. В современной СВРК-М появилась функция по формированию сигналов предупредительной и аварийной защиты по внутриреакторным локальным параметрам энерговыделения. Кроме этого, именно в СВРК определяется средневзвешенная тепловая мощность реактора, которая влияет на расчет техникоэкономических показателей работы энергоблока. В связи с вышеуказанным, необходимым условием эксплуатации становится своевременное диагностирование отказов информационно-измерительных каналов СВРК [4].

Таким образом, имея информацию о поведении параметров ядерного реактора в рамках нескольких кампаний, можно провести анализ статистических характеристик с целью выявления некоторых диагностических параметров, наблюдая которые, можно выносить суждения об аномальной или неправильной эксплуатации объекта. Такими параметрами для предиктивной диагностики могут выступать некоторые выявленные статистические величины, анализируя которые, можно выносить предположения о работе отдельных компонентов реактора.

Элементы контроля и защиты в ядерном реакторе, которыми, в том числе, являются датчики прямого заряда (ДПЗ), позволяют измерять поле энерговыделения в активной зоне, однако они имеют свойство утрачивать точность своих показаний со временем, или, другими словами, деградировать. Деградация датчиков приводит к снижению достоверности измеряемых значений и может привести к неверной эксплуатации, что, в свою очередь, может привести к аварии на объекте.

Таким образом, возникает необходимость в восстановлении утраченной измерительной информации с ДПЗ при помощи статистических алгоритмов восстановления показаний датчиков.

При этом, были проанализированы зависимости параметров и разработан систематический подход для предиктивной диагностики датчиков контроля в ядерном реакторе с целью выявления неработоспособных.

# ПОИСК ЗАВИСИМОСТЕЙ ПОВЕДЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИМЕЮЩЕГОСЯ АРХИВА

Для проведения анализа были использованы значения энерговыделения, снятые с помощью датчиков прямого заряда (ДПЗ), как наиболее подходящие для проведения предварительного анализа. Датчики расположены равномерно по всему объему активной зоны ЯР, что позволяет выявлять аномалии с помощью расположенных рядом «соседних» датчиков. Анализ проводился в разрезе одной кампании, продолжительность которой составляла около 6 мес.

Для нахождения некоторого диагностического параметра, с помощью которого можно было бы выносить суждения о работоспособности датчиков, необходимо найти зависимости значений параметров или корреляцию.

При условии выявления корреляции параметров между собой можно на основе статистических характеристик выявлять отклонения параметров от нормальных или предельнодопустимых значений.

К показаниям одного из датчиков по высоте было добавлено фиктивное возмущение для того, чтобы посмотреть, как поведут себя графики (рис. 1). Данное решение позволяет смоделировать ситуацию, когда датчик выходит из строя и, соответственно, показания датчика не являются истинными.

При последующем анализе была выбрана функция скользящей корреляции для значений ЭВ по ДПЗ между четвертым и пятым уровнем для одной конкретной кассеты. Период был выбран равным 60 дням, так как объем выборки позволяет выбрать наибольший интервал, позволяющий наглядно заметить явное отклонение значения корреляции.

Другими словами, понятие «скользящей корреляции» было введено как название функции, значение которой в каждой точке определения равно некоторому значению корреляции за предыдущий выделенный период. Так как при расчете значение функции вычисляется каждый раз заново, при этом учитывается конечное значимое множество предыдущих значений, функция «перемещается» (движется), как бы «скользя» по временному ряду. Из графика на рис. 2 можно сделать вывод, что при выходе датчика из строя значение корреляции уменьшается и стремится к нулю, что говорит о том, что значение функции скользящей

корреляции можно использовать как один из диагностических параметров для выявления выхода датчика из строя.



Рис. 1. График значения ЭВ по ДПЗ по времени с добавленным фиктивным возмущением



Рис. 2. Графики функции скользящей корреляции значений с добавленным фиктивным возмущением

Также был построен график (рис. 3) отклонения функции скользящей корреляции относительно эталона. Эталонными значениями было решено считать истинные значения ЭВ по ДПЗ (без внесения фиктивных возмущений). При этом было выполнено сглаживание графика полученных экспериментальных данных с целью упрощения восприятия визуализации, так как итоговые значения функции скользящей корреляции сильно восприимчивы к случайному возмущению истинных значений.



Рис. 3. График отклонения функции скользящей корреляции относительно эталона (исходных значений)

На графике также можно наблюдать рост корреляции вплоть до 100 % с увеличением разброса случайной ошибки со временем. Таким образом, можно сделать вывод, что с ростом величины ошибки возрастает отклонение значения корреляции.

# ПОИСК И АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ МАТРИЦЫ КОРРЕЛЯЦИИ

Для исходных данных была посчитана матрица значений функции скользящей корреляции всех уровней между собой для одной кассеты, имеющей в себе ДПЗ. Таким образом, для каждого момента времени была получена квадратная матрица 7х7, в которой номер строки или столбца – это номер датчика по высоте, а на пересечении – расчетное значение функции скользящей корреляции за последние 60 дней. На главной диагонали значения равны 1, так как на ней приведены значения корреляции ряда с самим собой. При этом матрица получилась симметричная относительно главной диагонали, так как значение корреляции однозначны для двух уровней вне зависимости от порядка. Данные свойства сохраняются для каждой расчитанной матрицы для любого момента времени. Пример полученной матрицы для одного временного среза приведен на рис. 4.

Далее, аналогично предыдущим экспериментам, к истинным значениям ЭВ по ДПЗ было добавлено фиктивное случайное возмущение, начиная с 31 дня, с целью выявления закономерностей изменения собственных значений и моделирования ситуации выхода одного из датчиков из строя. Результаты приведены на рис. 5, *а*–*в*.



Рис. 4. Матрица значений функции скользящей корреляции

Из графиков можно сделать вывод, что, когда к истинным значением добавляется фиктивное возмущение, т.е. моделируется ситуация выхода датчика из строя, значение четвертого собственного числа резко возрастает и принимает постоянное ненулевое значение. Таким образом, значение четвертого собственного числа можно использовать как еще один более общий диагностический параметр для выявления выхода из строя одного из высотных датчиков в определенной касете. При визуализации значения данного параметра на картограмме активной зоны предоставляется возможность идентифицировать кассету, в которой наблюдается отклонение значений одного из датчиков, и, проанализировав другие, более точные, характеристики (например, диагностический параметр в виде отклонения корреляции), выявить, какой именно высотный датчик вышел из строя.



Рис. 5, а. График зависимости собственных значений от времени (запрещен датчик на уровне 2)



Рис. 5, б. График зависимости собственных значений от времени (запрещен датчик на уровне 5)



Рис. 5, в. График зависимости собственных значений от времени (запрещен датчик на уровне 7)

#### ВОССТАНОВЛЕНИЕ УТРАЧЕННОГО ПОКАЗАНИЯ ДАТЧИКА И АНАЛИЗ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ОШИБКИ

Уменьшение числа показаний датчиков внутриреакторного контроля, на основе которых восстанавливается энерговыделение в активной зоне реактора, приводит к возрастанию погрешности его определения и требует модификации штатного алгоритма восстановления.

Утраченную измерительную информацию можно восстановить математическими методами и тем самым избежать преждевременной замены вышедших из строя детекторов, что целесообразно и с экономической точки зрения. Для этого утраченные показания предлагается рассчитать путем аппроксимации по известным точкам, при этом пробные функции определяются на основе накопленной архивной информации [2].

#### АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОКАЗАНИЯ ДАТЧИКА

Простейший алгоритм, приведенный в работе [2], основан на том, что распределение плотности потока нейтронов, например, по высоте аппроксимируется с помощью собственных функций «голого» одномерного реактора с однородной загрузкой без обратных связей:

$$\varphi(x) \approx \sum_{j=1}^{n} A_j \psi_j(x), \qquad (1)$$

где  $\psi_j(x) = \sin\left(\frac{j\pi x}{H}\right)$  – собственные функции реактора,  $x \in [0; H]$ ; H – высота активной зоны реактора; n – число собственных функций;  $A_j$  – коэффициенты аппроксимации.

Коэффициенты аппроксимации *A<sub>j</sub>* находятся по методу наименьших квадратов из условия:

$$J = \min_{A_j} \sum_{i=1}^m (C_i - \sum_{j=1}^n A_j \psi_j(x_i))^2,$$
(2)

где *m* – число работоспособных датчиков; *C<sub>i</sub>* – показания работоспособных датчиков.

Утраченное измерение  $C_i$  в месте расположения «запрещенного» датчика  $x_i$  определяется из выражения:

$$C_i = \sum_{j=1}^n A_j \psi_j(x_i). \tag{3}$$

Очевидно, что число функций разложения в представлении (1) должно быть не больше числа работоспособных датчиков ( $n \le m$ ). Например, если отказали три датчика из семи в одном КНИ,

то для восстановления поля по остальным датчикам можно привлекать не более четырех гармонических функций  $\psi_j(x) = \sin\left(\frac{j\pi x}{H}\right), \ j = 1...4.$ 

Однако реальное распределение поля нейтронов может не описываться суперпозицией именно этих функций. Действительно, в реальной эксплуатации в силу множества причин (обратные нейтронно-физические и теплофизические связи, перемещение органов регулирования и др.) распределение размножающих свойств меняется во времени и пространстве и не является однородным.

Предлагается на основе архивной информации о поведении полей нейтронов в процессе эксплуатации синтезировать такие функции аппроксимации  $\tilde{\Psi}_i(x)$ , которые меньшим количеством описывали бы распределение ППН в реакторе. Тогда возможно было бы по показаниям работоспособных датчиков восстановить информацию в местах расположения запрещенных ДПЗ или секций ДКЭВ.

Координатные функции канонического разложения являются аналогом собственных функций работающего реактора. При этом математическое ожидание плотности потока нейтронов – функция  $\tilde{\Psi}_0(x)$  – аналог фундаментального решения, т.е. собственной функции, отвечающей наименьшему собственному значению, функции  $\psi_1, \ldots, \psi_n$  соответственно отвечают большим собственным значениям. Их предложено называть «естественными функциями реактора». Видимо, по этой физической причине ряд из координатных функций канонического разложения сходится быстрее, чем при других функции канонического разложения показаны на рис. 6.

В ВВЭР канал нейтронных измерений состоит из семи ДПЗ, поэтому естественные функции определяются по семи точкам. Это позволяет использовать большее их число для восстановления утраченных показаний. Выход из строя двух и даже более датчиков не вносит сильную погрешность при использовании предложенной методики.

При частичной потере измерительной информации для восстановления высотного распределения плотности потока нейтронов предпочтительнее использовать естественные функции (функции приближенного канонического разложения). Такой выбор базиса позволяет восстанавливать поле меньшим числом функций с меньшей на порядок ошибкой восстановления, чем при наборе гармонических функций. Эффект снижения ошибки достигается потому, что при построении нового базиса используется информация о возможном высотном распределении плотности потока нейтронов в процессе эксплуатации реактора. Более того, на примере решения данной задачи, по сути, предложен подход к контролю энерговыделения, заключающийся в том, что алгоритм контроля адаптируется в процессе работы реактора. Далее, так же, как и в прошлых экспериментах, к показаниям одного из датчиков было добавлено фиктивное возмущение в виде линейно возрастающей ошибки, т.е. была смоделирована ситуация выхода датчика из строя.

После этого были «запрещены» три датчика с одного края, и аналогичным образом, применяя коэффициенты смешения и каноническое разложение функции распределения, показания были восстановлены. График истинных показаний предположительно вышедшего из строя датчика и его восстановленных по алгоритму значений приведен на рис. 7.



(1 – математическое ожидание, 2, 3, 4, 5 – соответствующие функции) в ВВЭР



Рис. 7. Восстановленные показания вышедшего из строя датчика

Анализируя график относительной погрешности восстановления, можно заметить, что значение для датчика, к которому было добавлено фиктивное возмущение, резко возрастает, вплоть до 50 %, и явно превышает ошибку восстановления показаний остальных датчиков (рис. 8). Таким образом, анализируя данное представление, можно сделать предположение, что датчик на определенном уровне вышел из строя, и дальнейшая его эксплуатация является ошибочной.

Приведенным выше методом был выявлен еще один индикатор, который можно использовать в качестве дополнительного диагностического параметра для предиктивной диагностики датчиков контроля в ядерном реакторе.



**Рис. 8.** График относительной ошибки восстановленных показаний ДПЗ (добавлено фиктивное возмущение к одному из уровней, запрещены три датчика с одного конца)

# ПРЕДЛАГАЕМАЯ МЕТОДИКА И АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ НЕИСПРАВНЫХ ДПЗ

Таким образом, применяя разработанные выше методики и выявленные диагностические параметры, предлагается подход по определению предположительно вышедших из строя датчиков контроля на основе следующего алгоритма.

На первом этапе предлагается при получении данных за новый временной срез рассчитывать собственные числа матрицы корреляций и визуализировать четвертое значение на картограмме активной зоны. Таким образом, датчики, в которых значения собственного числа будут отличны от нуля, предположительно имеют в сборке неработоспособный датчик.

Для проверки предположения, сделанного на первом этапе алгоритма, предлагается рассчитывать функцию скользящей корреляции. Таким образом, можно выявить, корреляции показаний каких именно датчиков начинают снижаться во времени, и предположить, что какой-либо из зафиксированных датчиков вышел из строя.

На финальном этапе «запрещаются» датчики, корреляции которых снижаются, и значения утраченных показаний восстанавливаются приведенным выше методом. В случае, если относительное отклонение истинных и восстановленных показаний превышает допустимое, датчик отбраковывается и далее считается вышедшим из строя.

Таким образом, с помощью приведенной методики можно достаточно точно выявлять неработоспособные датчики во всех топливных сборках активной зоны реактора.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подход, предложенный в данной работе, позволяет структурированно, отталкиваясь от общей картограммы активной зоны ядерного реактора, получить наглядные индикаторы, сигнализируюцие об отклонениях нормальной эксплуатации. В среднем ошибка восстановления при запрете до трех датчиков с одного края ТВС составляет до 10 %, что говорит о том, что с помощью выявленных диагностических параметров можно достаточно точно предположить, какой именно из высотных датчиков предоставляет неверные значения.

Данный подход может использоваться оперативным персоналом с целью выявления вышедших из строя датчиков, так как оперативное реагирование на возможную деградацию может снизить или предотвратить риск неверной эксплуатации объекта и избежать аварийных ситуаций. При этом подход также может использоваться для проведения последующего анализа накопленных архивов эксплуатационных параметров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Загребаев А.М., Насонова В.А., Овсянникова Н.В. Математическое моделирование ядерного реактора при случайных возмущениях технологических параметров. М.: НИЯУ МИФИ. 2011.

2. Загребаев А.М., Овсянникова Н.В., Рамазанов Р.Н., Мильто Н.В. Восстановление утраченного показания высотного датчика контроля за полем нейтронов по данным архива //Атомная энергия, 2015. Т. 118. № 3. С. 129–133.

3. Алыев Р.Р., Лескин С.Т. Метод анализа работоспособности измерительной системы и программного обеспечения внутриреакторного контроля ВВЭР-1000 // Известия высших учебных заведений. Ядерная энергетика, 2008. № 3. С. 4–12.

4. Саунин Ю.В., Добротворский А.Н., Семенихин А.В., Мусихин А.М. Построение системы диагностики состояния информационно-измерительных каналов СВРК АЭС с ВВЭР в режиме реального времени // IX Международная научно-техническая конференция «Безопасность, экономика и эффективность атомной энергетики». Тезисы докладов. Москва. Концерн «Росэнергоатом», 2014. С. 90.

5. Загребаев А.М., Рамазанов Р.Н. Визуализация архива параметров ядерного энергоблока с реактором РБМК // Научная визуализация, 2015. Т. 7. № 2. С. 1–11.

 Загребаев А.М., Овсянникова Н.В. Автоматизированная обучающая система по физике реакторов. М.: МИФИ, 2002.

7. Косоуров К.Б., Калинушкин А.Е., Мильто В.А., Мильто Н.В. Методика отбраковки ДПЗ для 1 и 2 энергоблоков АЭС «Тяньвань» НИЦ «Курчатовский институт», 2012. Инв. № 32/1-31-112 от 20.02.2012.

Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2023, vol. 12, no. 2, pp. 103–113

#### PREDICTIVE DIAGNOSTICS OF CONTROL SENSORS IN A NUCLEAR REACTOR

S.V. Ten<sup>1\*</sup>, A.M.<sup>1</sup>Zagrebayev

<sup>1</sup>National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409 Russia \* e-mail: tenstanislav@email.com

Received June 1, 2023; revised June 9, 2023; accepted June 15, 2023

In this paper, we propose an approach for the pinpoint detection of inoperable sensors based on the analysis of diagnostic parameters. Such parameters can be the "sliding correlation" coefficients, the fourth eigenvalue and the relative deviation of the reconstructed sensor reading. With the help of the above diagnostic parameters, it is possible to immediately determine the fuel assembly in which one of the DPZ is presumably out of order, then analyze the level correlations between each other and, using the restored value, make a final judgment on the performance of each altitude sensor.

The developed software makes it possible to carry out an express analysis of the archive of the VVER reactor. This has scientific and practical value in the context of improving the quality of work of operational personnel and analyzing situations that require additional attention and more detailed analysis. The application of this approach can help detect

malfunctions in sensors and take timely measures to prevent possible problems and emergencies, which is an important step in ensuring the safety and efficiency of the VVER reactor monitoring and control system.

*Keywords:* nuclear reactor, control sensor, predictive diagnostics, operating parameters archive, data analysis, statistics.

#### REFERENCES

1. Zagrebaev A.M., Nasonova V.A., Ovsyannikova N.V. Matematicheskoe modelirovanie yadernogo reaktora pri sluchajnyh vozmushcheniyah tekhnologicheskih parametrov [Mathematical modeling of a nuclear reactor with random perturbations of technological parameters]. M.: NIYAU MIFI Publ., 2011.

2. Zagrebaev A.M., Ovsyannikova N.V., Ramazanov R.N., Mil'to N.V. Vosstanovlenie utrachennogo pokazaniya vysotnogo datchika kontrolya za polem nejtronov po dannym arhiva [Restoration of the Lost Readings of the Altitude Neutron Field Monitoring Sensor Based on Archive Data]. Atomnaya energiya, 2015. Vol. 118. No. 3. Pp. 129–133 (in Russian).

3. *Alyev P.P., Leskin S.T.* Metod analiza rabotosposobnosti izmeritel'noj sistemy i programmnogo obespecheniya vnutrireaktornogo kontrolya VVER-1000 [Method for analyzing the performance of the measuring system and software for in-reactor monitoring of VVER-1000]. Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Yadernaya energetika, 2008. No. 3. Pp. 4–12 (in Russian).

4. Saunin YU.V., Dobrotvorskij A.N., Semenihin A.V., Musihin A.M. [Construction of a system for diagnosing the state of information-measuring channels of the SVRK NPP with VVER in real time]. Devyataya mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferenciya «Bezopasnost', ekonomika i effektivnost' atomnoj energetiki». Tezisy dokladov. Moskva. Koncern «Rosenergoatom» [Ninth International Scientific and Technical Conference «Safety, Economics and Efficiency of Nuclear Power». Abstracts of reports. Moscow. Concern «Rosenergoatom»], 2014. Pp. 90 (in Russian).

5. Zagrebaev A.M., Ramazanov R.N. Vizualizaciya arhiva parametrov yadernogo energobloka s reaktorom RBMK [Visualization of the parameters archive of a nuclear power unit with an RBMK reactor]. Nauchnaya vizualizaciya, 2015. Vol. 7. No. 2. Pp. 1–11 (in Russian).

6. Zagrebaev A.M., Ovsyannikova N.V. Avtomatizirovannaya obuchayushchaya sistema po fizike reaktorov [Automated teaching system for reactor physics]. M.: NI-YAU MIFI Publ., 2002.

7. Kosourov K.B., Kalinushkin A.E., Mil'to V.A., Mil'to N.V. [DPZ rejection technique for power units 1 and 2 of Tianwan NPP]. NIC «Kurchatovskij institut» [NRC «Kurchatov Institute»], 2012. Inv. No. 32/1-31-112 from 20.02.2012.

# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

УДК 546.05

# ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ НАНОЧАСТИЦ ГЕКСАГОНАЛЬНОГО ФЕРРИТА СТРОНЦИЯ

© 2023 А.И. Ковалев<sup>1, \*</sup>, Е.А. Белая<sup>1</sup>, Д.А. Винник<sup>2</sup>, Д.А. Жеребцов<sup>2</sup>, А.М. Колмогорцев<sup>3</sup> <sup>1</sup> Челябинский государственный университет, Челябинск, 454021, Россия <sup>2</sup> Южноуральский государственный университет (национальный исследовательский университет), Челябинск, 454080, Россия <sup>3</sup> Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, 115409, Россия \*e-mail: kovalev-andrey-i@mail.ru

> Поступила в редакцию: 18.04.2023 После доработки: 19.04.2023 Принята к публикации: 25.04.2023

Осуществлен цитратный метод получения гексаферрита стронция, обладающего формулой SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub>. Особенностью синтеза является сравнительно низкая температура получения – 700 °C. Проведенное исследование методом дифракции рентгеновских лучей выявило однофазное состояние полученного материала вследствие полного совпадения положений дифракционных максимумов на дифрактограмме с положениями на штрихграмме гексаферрита стронция из картотеки ICDD. Микрофотография образца при увеличении 50000 свидетельствует о нанодисперсном состоянии частиц гексаферрита стронция. Метод дифференциальной сканирующей калориметрии выявил точку Кюри, располагающуюся при 450.9 °C. Анализ двух петель гистерезиса, полученных при 300 и 50 K, свидетельствует о полученном монодоменном магнитотвердом материале и росте магнитных характеристик при охлаждении, который замедляется при охлаждении до 100 K. Исследования проводились с помощью дифрактометра Rigaku Ultima IV с использованием излучения СиК $_{\alpha}$  и скоростью съемки 2°/мин, электронного микроскопа JEOL JSM-7001F с энергодисперсионным спектрометром EDS Oxford INCA X-max 80, термоанализатора Netzsch STA449C F1 «Jupiter» при нагреве до 600 °C со скоростью 10 °C/мин в воздушной атмосфере, вибрационного магнитометра Quantum Design PPMS VersaLab при температуре 300 и 50 K с приложенным магнитным полем силой до 3T.

Ключевые слова: наночастицы, феррит стронция, рентгеновская дифракция, РЭМ, ДСК, магнитный гистерезис.

**DOI:** 10.26583/vestnik.2023.260

#### АКТУАЛЬНОСТЬ И ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Гексагональные ферриты – это подкласс ферритов, обладающих идентичной или схожей решеткой с минералом магнетоплюмбитом. Под гексагональными ферритами понимают структуры нескольких типов – это U, Z, W, M, X, Y, которые в некоторой степени отличаются по кристаллической структуре. Среди них Мферриты, представляющие особый интерес для науки и промышленности в основном за счет своих магнитных характеристик. Именно высокая удельная магнитная энергия гексаферрита бария, обнаруженная при его исследовании, в свое время обеспечила большие объемы его производства для создания постоянных магнитов [1, 2].

После того, как были открыты новые сплавы с более высокими значениями удельной магнитной энергии, гексаферриты не потеряли своего значения для производства, во-первых – за счет сравнительно простой и недорогой технологии получения: во-вторых – за счет своих прочих свойств, которыми не обладают или обладают в меньшей степени более мощные магниты. К таким свойствам относятся: высокие значения температуры Кюри и константы магнитокристаллической анизотропии (порядка 105 Дж/м<sup>3</sup>) с осью легкого намагничивания, расположенной вдоль кристаллографической оси с; способность поглощать электромагнитное излучение микроволнового диапазона, а также экологическая безопасность материала и его химическая стойкость. Эти особенности гексаферритов, а также возможность образования твердых

растворов замещения, что позволяет регулировать их свойства, обуславливают широкий круг их возможного применения, который продолжает расширяться. Так, в область применения гексаферритов входят: высокочастотная техника, ферритовые сердечники для катушек индуктивности, частотные фильтры, катализаторы, магнитооптические устройства, пигменты и композитные краски [3–7]. Ведутся исследовательские работы по внедрению гексаферритов в медицину в качестве компонента для лечения раковых заболеваний методом гипертермального лечения [8–10].

Для получения порошков однофазных гексаферритов в исследовательской среде наиболее часто используется несколько методов: керамический, цитратный, соосаждение, гидротермальный [11–14]. Среди них, с учетом их специфики, для синтеза гексаферрита стронция выбран цитратный метод из-за его простоты и эффективности для образования нанодисперсных систем.

Гексаферрит стронция выбран в качестве объекта исследования вследствие его сравнительно более высокой технологичности и лучших магнитных характеристик нежели гексаферрит бария. Несмотря на хорошую изученность этого соединения, его нанопорошки малоизучены, поэтому целью данной работы является получение наноразмерного гексаферрита стронция и исследование его магнитных свойств.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Синтез гексаферрита стронция проводили по цитратному методу из нитратов железа и стронция, которые смешивались в водном растворе с лимонной кислотой, взятой в двухкратном избытке относительно общего количества ионов металлов в смеси. После растворения компонентов раствор высушивали в сушильном шкафу при температуре 100 °С до состояния высушенного геля. Гель сжигали в муфеле при температуре 500 °С в течение трех часов, после чего перетирали в агатовой ступке и вновь помещали в муфель, где нагревали до 700 °С и выдерживали 3 ч.

После проведенных операций был получен порошок темного цвета, который затем исследовали с помощью дифрактометра Rigaku Ultima IV с использованием излучения CuK<sub> $\alpha$ </sub> и скоростью съемки 2°/мин, электронного микроскопа JEOL JSM-7001F с энергодисперсионным

спектрометром EDS Oxford INCA X-max 80, термоанализатора Netzsch STA449C F1 «Jupiter» при нагреве до 600 °C со скоростью 10 °C/мин в воздушной атмосфере, вибрационного магнитометра Quantum PPMS Design VersaLab при температуре 300 и 50 К с магнитным полем до 3 T.

# РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На полученной дифрактограмме соединения  $SrFe_{12}O_{19}$  (рис. 1) с помощью рентгенофазового анализа (РФА) можно видеть полное совпадение с приведенной штрихграммой из картотеки ICDD (номер карточки 33-1340), что показывает однофазное состояние полученного гексаферрита.



**гис. 1.** Дифрактограмма ооразца SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> и штрихграмма этого соединения из картотеки ICDD

Исходя из анализа изображения, полученного методом растровой электронной микроскопии (РЭМ) (рис. 2), следует, что образец SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> состоит из нанодисперсных частиц. На рис. 3 приведены результаты картирования, показывающие равномерное распределение ионов стронция и железа по поверхности, что говорит о достижении высокой степени гомогенности.

Для более точного определения точки Кюри кривую дифференциальной сканирующей калориметрии (ДСК) продифференцировали и построили кривую ДДСК, показанную на рис. 4. Определенная таким методом температура перехода в парамагнитное состояние составила 450.9 °C, что меньше в сравнении с литературными данными [1], которые сообщают о температуре равной 459 °C. Различие почти в 10 °C можно объяснить малыми размерами частиц, в результате чего проявился размерный эффект.



Рис. 2. Микрофотография образца SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> при увеличении 50000



**Рис. 3.** Распределение ионов кислорода, железа и стронция в образце  $SrFe_{12}O_{19}$ 



Рис. 4. Дифференциальная кривая кривой ДСК (ДДСК) образца SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub>

Магнитные характеристики SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> определены при температурах 300 и 50 К, полученные петли гистерезиса изображены на рис. 5. Можно видеть, что при понижении температуры образца возрастают значения намагниченности насыщения (M<sub>s</sub>) и остаточной намагниченности  $(M_r)$ , а коэрцитивная сила  $(H_c)$  практически не меняется и остается порядка 5 кЭ, что соответствует значениям для магнитотвердых материалов. Температурная зависимость намагниченности показана на рис. 6, при охлаждении от 300 до 100 К она линейно возрастает, после чего рост начинает замедляться. Результаты измерений внесены в табл. 1.

05	50 K			300 K			14/14
Ооразец	$M_s$ , A*м <sup>2</sup> /кг	$M_r$ , А*м <sup>2</sup> /кг	<i>H</i> <sub>c</sub> , Э	$M_s$ , A*м <sup>2</sup> /кг	$M_r$ , А*м <sup>2</sup> /кг	<i>H</i> <sub>c</sub> , Э	$M_{r}/M_{s}$
SrFe <sub>12</sub> O <sub>19</sub>	84.78	43.46	5003.6	60.73	30.41	5231.8	0.5

Таблица 1. Магнитные характеристики образца SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub>





5005.0	00.75	50

# выводы

Цитратным методом при сравнительно малых температурах получен образец SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub>. При помощи РФА установлено формирование целевой фазы SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> с группой симметрии Р6<sub>3</sub>/ттс и отсутствием примесных фаз. Методом РЭМ получены изображения, показывающие, что размеры полученных частиц менее 100 нм, что позволяет отнести их к наноматериалам. С помощью термического анализа определена точка Кюри, показывающая возможность использования материала как ферримагнетика до 450 °С. Магнитные измерения выявили высокие значения коэрцитивной силы, соответствующие однодоменной структуре. Показано увеличение магнитных характеристик при охлаждении материала с 300 до 50 К, с нелинейно изменяющимися значениями намагниченности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pullar R.C.* Hexagonal ferrites: A review of the synthesis, properties and applications of hexaferrite ceramics // Prog. Mater. Sci. 2012. V. 57, № 7. P. 1191–1334.

2. Verma S. et al. Understanding the phase evolution with temperature in pure (BaFe12O19) and zinc-zirconium co-doped barium hexaferrite (BaZnZrFe10O19) samples using Pawley and Rietveld analysis // Mater. Today Commun. 2021. V. 27. P. 102291.

3. *Chakradhary V.K., Akhtar M.J.* Highly coercive strontium hexaferrite nanodisks for microwave absorption and other industrial applications // Compos. Part B Eng. 2020. V. 183. P. 107667.

4. *Goel S. et al.* Studies on dielectric and magnetic properties of barium hexaferrite and bio-waste derived activated carbon composites for X-band microwave absorption // J. Alloys Compd. 2021. V. 875. P. 160028.

5. *Kumar A. et al.* Lattice strain mediated structural and magnetic properties enhancement of strontium hexaferrite nanomaterials through controlled annealing // Phys. B Condens. Matter. 2021. V. 600. P. 412592.

6. *Gunanto Y.E. et al.* Composite Paint based on Barium-Strontium-Hexaferrite as an Absorber of Microwaves at X-band Frequency // Mater. Today Proc. 2019. V. 13. P. 1–4.

7. Alna'washi G.A. et al. Investigation on X-ray photoelectron spectroscopy, structural and low temperature magnetic properties of Ni-Ti co-substituted M-type strontium hexaferrites prepared by ball milling technique // Results Phys. 2021. V. 28. P. 104574.

8. *Danewalia S.S., Singh K.* Bioactive glasses and glass–ceramics for hyperthermia treatment of cancer: state-of-art, challenges, and future perspectives // Mater. Today Bio. 2021. V. 10. P. 100100.

9. *Tkachenko M.V. et al.* Polyfunctional bioceramics based on calcium phosphate and M-type hexagonal ferrite for medical applications // Tech. Phys. Lett. 2014. Vol. 40,  $N_{2}$  1. P. 4–6.

10. Tkachenko M. V., Ol'khovik L.P., Kamzin A.S. Polyfunctional bioceramics modified by M-type hexagonal ferrite particles for medical applications // Tech. Phys. Lett. 2011. V. 37,  $N_{\rm P}$  6. P. 494–496.

11. Zhuravlev V.A. et al. Influence of the reagent types on the characteristics of barium hexaferrites prepared by mechanochemical method // Mater. Today Commun. 2019. V. 21. P. 100614.

12. Atif M. et al. Impact of strontium substitution on the structural, magnetic, dielectric and ferroelectric properties of Ba1-xSrxFe11Cr1O19 (x = 0.0-0.8) hexaferrites // J. Magn. Magn. Mater. 2020. V. 500. P. 166414.

13. Soria G.D. et al. Strontium hexaferrite platelets: a comprehensive soft X-ray absorption and Mössbauer spectroscopy study // Sci. Rep. 2019. V. 9, № 1. P. 11777.

14. *Huang K. et al.* Structural and magnetic properties of Gd–Zn substituted M-type Ba–Sr hexaferrites by sol-gel auto-combustion method // J. Alloys Compd. 2019. V. 803. P. 971–980.

#### Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2023, vol. 12, no. 2, pp. 114–119

# INVESTIGATION OF MAGNETIC PROPERTIES OF STRONTIUM HEXAGONAL FERRITE NANOPARTICLES

A.I. Kovalev<sup>1</sup>, E.A. Belaya<sup>1</sup>, D.A. Vinnik<sup>2</sup>, D.A. Zherebtsov<sup>2</sup>, A.M. Kolmogortsev<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, 454021, Russia

<sup>2</sup>South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, 454080, Russia <sup>3</sup>National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409, Russia \*e-mail: kovalev-andrey-i@mail.ru

Received April 18, 2023; revised April 19, 2023; accepted April 25, 2023

Strontium hexaferrite with the formula  $SrFe_{12}O_{19}$  was obtained due to citrate method. A feature of the synthesis is a relatively low production temperature – 700 °C. The X-ray diffraction study revealed the single-phase state of

the obtained material due to the complete correspondence of the positions of the diffraction maxima on the experimental XRD pattern with the positions on the reference XRD pattern of strontium hexaferrite from the ICDD data base. An image of the sample obtained with a SEM method at a magnification of 50000 indicates the nanodispersed state of strontium hexaferrite particles. The method of DSC revealed the Curie point located at 450.9 °C. An analysis of the hysteresis loops obtained at 300 and 50 K indicates the obtained magnetically hard material in a single-domain state and the growth of magnetic parameters in conditions of low temperatures, which slows down upon cooling to 100 K. The studies were carried out using a Rigaku Ultima IV diffractometer with CuK<sub> $\alpha$ </sub> radiation and a scanning speed of 2°/min, a JEOL JSM-7001F electron microscope with an EDS Oxford INCA X-max 80 energy-dispersive spectrometer, a Netzsch STA449C F1 «Jupiter» thermal analyzer upon heating to 600 °C with a speed of 10 °C/min in air atmosphere, Quantum Design PPMS VersaLab vibrating magnetometer at a temperature of 300 and 50 K with an applied magnetic field of up to 3 T.

Keywords: nanoparticles, strontium ferrite, X-ray diffraction, SEM, DSC, magnetic hysteresis loop.

#### REFERENCES

1. *Pullar R.C.* Hexagonal ferrites: A review of the synthesis, properties and applications of hexaferrite ceramics. Prog. Mater. Sci. 2012. Vol. 57. No. 7, Pp. 1191–1334.

2. Verma S. et al. Understanding the phase evolution with temperature in pure (BaFe12O19) and zinc-zirconium co-doped barium hexaferrite (BaZnZrFe10O19) samples using Pawley and Rietveld analysis. Mater. Today Commun. 2021. Vol. 27. Pp. 102291.

3. *Chakradhary V.K., Akhtar M.J.* Highly coercive strontium hexaferrite nanodisks for microwave absorption and other industrial applications. Compos. Part B Eng. 2020. Vol. 183. Pp. 107667.

4. *Goel S. et al.* Studies on dielectric and magnetic properties of barium hexaferrite and bio-waste derived activated carbon composites for X-band microwave absorption. J. Alloys Compd. 2021. Vol. 875. Pp. 160028.

5. *Kumar A. et al.* Lattice strain mediated structural and magnetic properties enhancement of strontium hexaferrite nanomaterials through controlled annealing. Phys. B Condens. Matter. 2021. Vol. 600. Pp. 412592.

6. *Gunanto Y.E. et al.* Composite Paint based on Barium-Strontium-Hexaferrite as an Absorber of Microwaves at X-band Frequency. Mater. Today Proc. 2019. Vol. 13. Pp. 1–4.

7. Alna'washi G.A. et al. Investigation on X-ray photoelectron spectroscopy, structural and low temperature magnetic properties of Ni-Ti co-substituted

M-type strontium hexaferrites prepared by ball milling technique. Results Phys. 2021. Vol. 28. Pp. 104574.

8. Danewalia S.S., Singh K. Bioactive glasses and glass-ceramics for hyperthermia treatment of cancer: state-of-art, challenges, and future perspectives. Mater. Today Bio. 2021. Vol. 10. Pp. 100100.

9. *Tkachenko M.V. et al.* Polyfunctional bioceramics based on calcium phosphate and M-type hexagonal ferrite for medical applications. Tech. Phys. Lett. 2014. Vol. 40. No. 1. P. 4–6.

10. *Tkachenko M.V., Ol'khovik L.P., Kamzin A.S.* Polyfunctional bioceramics modified by M-type hexagonal ferrite particles for medical applications. Tech. Phys. Lett. 2011. Vol. 37. No. 6. Pp. 494–496.

11. *Zhuravlev V.A. et al.* Influence of the reagent types on the characteristics of barium hexaferrites prepared by mechanochemical method. Mater. Today Commun. 2019. Vol. 21. Pp. 100614.

12. *Atif M. et al.* Impact of strontium substitution on the structural, magnetic, dielectric and ferroelectric properties of Ba1-xSrxFe11Cr1O19 (x = 0.0-0.8) hexaferrites. J. Magn. Magn. Mater. 2020. Vol. 500. Pp. 166414.

13. *Soria G.D. et al.* Strontium hexaferrite platelets: a comprehensive soft X-ray absorption and Mössbauer spectroscopy study. Sci. Rep. 2019. Vol. 9. No. 1. Pp. 11777.

14. *Huang K. et al.* Structural and magnetic properties of Gd–Zn substituted M-type Ba–Sr hexaferrites by sol-gel auto-combustion method. J. Alloys Compd. 2019. Vol. 803. Pp. 971–980.

### АВТОМАТИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.311.16:621.315.05:681.89

# ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОЧАСТОТНЫХ ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ МЕТОК НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ

© 2023 В.О. Кислицын<sup>1,\*</sup>, Б.М. Середин<sup>2</sup>, Г.Я. Карапетьян<sup>3</sup>, В.Ф. Катаев<sup>4,\*\*</sup>, Н.В. Ермолаева<sup>4\*\*\*</sup>

<sup>1</sup>ООО НТЦ «РУСЬ», Санкт-Петербург, 199178, Россия <sup>2</sup>Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова, г. Новочеркасск, Ростовская обл., 346428, Россия <sup>3</sup>Южный федеральный университет, 344090, Россия <sup>4</sup>Волгодонский инженерно-технический институт НИЯУ МИФИ, Волгодонск, Ростовская обл., 347360, Россия \*e-mail: kislitsyn@rfsaw.ru \*e-mail: kataev.v.f.@gmail.com \*\*\*e-mail: ermolnv@mail.ru

> Поступила в редакцию: 13.06.2023 После доработки: 15.06.2023 Принята к публикации: 20.06.2023

Проведено экспериментальное исследование применения подложек из ниобата лития для радиочастотных идентификационных 64-битных меток на поверхностных акустических волнах (ПАВ) в полосе частот 33 МГц на центральной частоте 870 МГц. Метки позволяют легко различать ортогональные коды, поскольку имеют достаточный динамический диапазон и приемлемый уровень шума. Рассмотрены аспекты технологии изготовления и влияния напыления отражателей в метках на основные параметры изделий. Показано, что использование полосков в отражателях вместо ВШП повышает равномерность импульсных откликов, но приводит к росту вносимых потерь. Были исследованы РЧИД метки, в которых толщина напыления алюминиевой пленки, из которой изготавливались ВШП и отражатели, имела разную толщину. Как показали исследования, толщина напыления оказывает значительное влияние на электрические параметры метки. Толщина напыления зависит от числа отражателей в метках и подбирается таким образом, чтобы обеспечить минимальные вносимые потери и максимальный динамический диапазон. Технология подобрана таким образом, чтобы с высокой вероятностью отклики получались с неравномерностью не более 3 дБ, вносимые потери – в пределах 38–40 дБ.

*Ключевые слова:* поверхностные акустические волны (ПАВ), встречно-штыревой преобразователь (ВШП), ниобат лития.

DOI: 10.26583/vestnik.2023.261

#### ВВЕДЕНИЕ

Технология радиочастотной идентификации предоставляет возможности автоматической идентификации объектов посредством электромагнитного излучения. Основной задачей системы радиочастотной идентификации является хранение информации об объекте в виде идентификационного кода с возможностью его удобного считывания [1, 4].

Радиочастотные идентификационные (РЧИД) метки на поверхностных акустических волнах (ПАВ) выгодно отличаются от других пассивных радиометок более высокой скоростью работы, невозможностью их подделки в непромышленных условиях. Принцип действия РЧИД меток на ПАВ основан на использовании эффекта формирования модулированного сигнала линией задержки на поверхностных акустических волнах при ее возбуждении широкополосным сигналом.

Электромагнитный сигнал, принятый антенной метки с помощью подсоединенного к ней приемо-передающего встречно-штыревого преобразователя (ВШП), преобразуется в пакет ПАВ. Этот пакет распространяется по поверхности кристалла до отражателей, которые находятся на различном расстоянии от преобразователя. Отражаясь от них, волновые пакеты приходят на приемопередающий ВШП в различные моменты времени. Преобразователь выполняет обратное преобразование ПАВ в электромаг-

нитный сигнал, который излучается антенной, подсоединеной к метке. Варьируя пространственное расположение отражателей, можно изменять временное положение каждого отраженного пакета, образуя различные кодовые последовательности.

# Особенности конструирования РЧИД меток на ПАВ

Для уменьшения вносимых потерь в качестве приемо-передающего преобразователя используется однонаправленный ВШП с внутренними отражателями [2], максимальная полоса пропускания которого определяется минимальным числом внутренних отражателей, необходимых для получения однонаправленного режима. Для подложек ниобата лития YX/128<sup>0</sup> среза это число равно 13. Так как полоса пропускания ВШП обратно пропорциональна его длине вдоль направления распространения ПАВ, а в однонаправленном ВШП отражатели располагаются через две длины ПАВ на центральной частоте,

то полоса его пропускания будет не более  $\frac{f_0}{26}$ .

В этом случае длина импульсного отклика ВШП равна 30 нс, а полоса частот, занимаемая таким импульсом, равна  $\Delta f = 33$  МГц при  $f_0 = 870$  МГц. Минимальное расстояние между отражателями выбирается равным  $V_{\Pi AB} \cdot \Delta f$ , при котором временной интервал между отраженными импульсами будет равен удвоенной длительности импульсного отклика ВШП. Тогда в отраженной от метки кодовой последовательности импульсы не будут перекрываться, что значительно облегчит распознавание кодов.

Апертура приемо-передающего ВШП и всех отражателей была выбрана равной 80 длин ПАВ на частоте акустического синхронизма. В этом случае расходимостью ПАВ из-за дифракции можно пренебречь, так как все отражатели находятся в первой зоне Френеля, равной 6400 длин ПАВ на частоте акустического синхронизма. Так как длина приемо-передающего ВШП равна 26 длин ПАВ, то в первой зоне Френеля может поместиться 246 отражателей, что позволяет формировать метки емкостью до 128 бит с учетом защитного интервала.

Чтобы переотраженные от соседних отражателей ПАВ не искажали отраженную импульсную последовательность, отражатели выполняются с малым коэффициентом отражения (не более 0.1–0.15). В этом случае переотраженные

ПАВ по амплитуде будут почти на порядок меньше, чем отраженные ПАВ, падающие на отражатели от приемопередающего однонаправленного ВШП. Поэтому отражатели, выполненные в виде ВШП, должны содержать малое число электродов, чтобы коэффициент отражения от них не превышал вышеуказанной величины. Необходимо учитывать, что ПАВ, падающие на следующий отражатель, будут по амплитуде несколько меньше, чем ПАВ, падающие на предыдущий отражатель, так как при каждом отражении часть энергии ПАВ уходит в отраженный сигнал, и амплитуда ПАВ по мере распространения в системе отражателей убывает. Следовательно, по мере удаления от приемопередающего ВШП амплитуды отраженных ПАВ убывают, а импульсы в отраженной последовательности имеют разную (убывающую) амплитуду. Чтобы этого не происходило, коэффициент отражения увеличивается по мере удаления от приемо-передающего ВШП. Это достигается тем, что отражательные ВШП выполнены из двух одинаковых частей, сдвинутых относительно друг друга на расстояние *a<sub>i</sub>*, которое зависит от номера отражателя, отсчитываемого от приемо-передающего ВШП [3, 5].

На рис. 1 показан импульсный отклик и чертеж 32-битной РЧИД метки. Она состоит из однонаправленного приемо-передающего ВШП с внутренними отражателями [2] и восьми групп отражателей. В каждой группе должен находиться один отражатель, который располагается в одном из четырех возможных положений. Каждый отражатель в группе состоит из двух ВШП, содержащих три электрода, расстояние между которыми подобрано таким образом, чтобы коэффициент отражения возрастал по мере удаления от приемо-передающего ВШП [6]. Таким образом, в метке содержатся восемь групп отражателей с различными коэффициентами отражения (по четыре одинаковых отражателя в каждой группе [3]). Расстояние между отражателями в группе равно длине приемопередающего ВШП. Минимальное расстояние между отражателями в группе  $\Delta = 28\lambda =$ = 0.12469 мм, где  $\lambda = 0.00448$  мм ( $\lambda$  – длина ПАВ на центральной частоте  $f_0$ ). Расстояние между опорным отражателем и ближайшим отражателем равно  $3\Delta = 0.3743$  мм. Отсчет ведется от опорного отражателя. Расстояние между группами по четыре отражателя равно 2Δ. Тогда по расстоянию от опорного отражателя можно определить номер группы и положение отражателя в группе.



Рис. 1. 32-битная РЧИД метка

Если расстояние от опорного отражателя до отражателя равно  $n\Delta$ , то расстояние от первого отражателя в первой группе до искомого отражателя равно  $\Delta(n-3)$ . Так как расстояние между ближайшими отражателями, находящимися в соседних группах, равна 2Δ, а длина группы – 3Δ, получаем, что отражатель, находящийся на расстоянии  $n\Delta$  от опорного отражателя, должен находиться в *N*-й группе в *m*-м положении, где N и *m* определяются из уравнения  $n\Delta$  – -3 = 5N + m. Для 16 бит метки максимальное N+1=4, для 32-бит метки -N+1=8, для 64бит метки – N+1=16 и для 128 бит метки – N + 1 = 32, m + 1 = 4. Отсчет групп ведется от ближайшей к ВШП первой отражательной группе, которая имеет нулевой номер. Нулевой номер имеет также первый в группе отражатель. Например, если n = 39, то получаем 39 -3 = 5N + m, или 36 = 5N + m. N подбирается таким образом, чтобы сумма 5N + m как можно меньше отличалась бы от  $n\Delta - 3$ , но была бы меньше  $n\Delta - 3$ , так, чтобы при увеличении N на 1 сумма 5N + m была бы уже больше  $n\Delta - 3$ . Тогда получаем, что N = 7, поскольку 5N = 35, а при увеличении N на 1 5N = 40, что уже больше 36. Поэтому искомый отражатель находится в восьмой группе. Так как m = 36 - 35 = 1, то в группе отражатель находится на втором месте. Метки нумеруются трехзначным номером, расположенным слева от отражательного массива. Каждый номер соответствует определенному коду (числу отражателей и положению отражателя в группе). Между опорным отражателем и приемо-передающим ВШП расстояние выбирается равным 446λ, что соответствует длительности примерно равной 0.5 мкс. Это означает, что

ближайший отраженный импульс придет на приемо-передающий ВШП через 1 мкс и его вполне достаточно для отделения паразитных импульсов, отраженных от металлических поверхностей, находящихся в зоне опроса.

При этом кодировка производилась с помощью специального кодирующего фотошаблона, фрагмент которого показан на рис. 2. Как видно, этот фотошаблон состоит из окон, через которые удаляются лишние отражатели. Для совмещения используются реперные знаки. В кодирующем фотошаблоне в каждой из 16 групп содержатся от три или четыре окна, причем в группах, где содержится три окна, положение окон меняется от группы к группе. Таким образом, после кодирования метка содержит не более 16 отражателей (по одному на каждую группу, если в группе три окна, и ни одного, если в группе четыре окна). Каждая кодированная метка нумеруется трехзначным номером, расположенным слева от отражательного массива. Каждый номер соответствует определенному коду (числу отражателей и положению отражателя в группе).

Метки изготавливались на подложках ниобата лития YX/1280 – срезе ниобата лития, групповым методом, на диске ниобата лития диаметром 76 мм. На групповом фотошаблоне, с которого изготавливались метки, содержались все отражатели. Затем с помощью группового кодирующего фотошаблона метки кодировались путем стравливания лишних отражателей. После кодирования на каждой метке оставалось по 16 или менее отражателей, а также номера меток соответствующие кодам.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОЧАСТОТНЫХ ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ МЕТОК НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ



### РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для измерения электрических параметров РЧИД меток в диапазоне частот на 860– 890 МГц на базе анализатора цепей Anritsu MS4623B и зондовой станции РМ-5 был изготовлен автоматизированный технологический стенд контроля (рис. 3) с возможностью обработки полученных результатов на ПЭВМ.

Автоматизированный технологический стенд контроля обеспечил выходной контроль ПРАМ как на пластине, так и в SMD-корпусах.



**Рис. 3.** Структурная схема автоматизированного измерительного стенда

Обмен измерительной информацией при помощи программного обеспечения между анализатором цепей «Anritsy MS4621В» и ПЭВМ в соответствии с интерфейсным протоколом GPIB-448 позволил производить управление и настройку рабочих параметров прибора, необходимые математические расчёты по определению основных параметров ПРАМ, оптимизировать параметры ПРАМ при их разработке.

Для проведения выходного контроля электрических параметров ПРАМ на пластине использовались:

1. Анализатор цепей Anritsu MS 4623B с техническими характеристиками:

диапазон частот – 10 МГц – 6 ГГц;

динамический диапазон – 110 дБ;

разрешение по частоте – 1 Гц;

уровень шума – 105 дБ.

2. Персональный компьютер.

3. Интерфейсная плата GPIB NI – 488.2.

4. Зондовая установка SUSS Micro Tec PM5 с техническими характеристиками:

работа с подложками Ø 76мм;

подключение к контактным площадкам  $0.3 \times 0.3 \text{ мм}^2$ ;

вакуумный присос подложек;

ручное 3D перемещение и юстировка зондовых головок;

зондовые головки IZI PROBE Z-10 N3N-SG-500 с диапазоном рабочих частот до 6.0 ГГц.

5. Кабель соединительный.

6. Измерительный кабель СВЧ (жесткий) до 18 ГГц (50 Ом) ТҮРЕ NM.

Для проведения измерений пластину с контролируемым ПРАМ устанавливали на предметный столик зондовой установки РМ5. Зафиксировав положение пластины при помощи винтов перемещения положения предметного столика, устанавливали измерительные зонды над соответствующими шинами ВШП. Винтами подъема предметного столика и винтами перемещения зондов регулировали усилие прижатия зондов к шинам контролируемого ПРАМ.

Использование специальных зондов IZI PROBE Z-10 N3N-SG-500 на установке PM-5 позволило подавлять сигнал прямого прохождения и измерять частотную зависимость параметра S<sub>11</sub> приемо-передающго ВШП меток на пластинах (рис. 4) без значительных искажений.



Рис. 4. Частотная зависимость параллельного параметра S<sub>11</sub> ВШП на пластине

Временные характеристики изготовленных меток были получены Фурье преобразованием амплитудно-частотной характеристики параллельного импеданса ВШП метки с 20 отражателями при помощи программного обеспечения Mathcad 13 с применением встроенной процедуры IFFT(s).

Измерения электрических параметров РЧИД меток в корпусах производились на автоматизированном измерительном стенде (рис. 5).

Для проведения выходного контроля электрических параметров ПРАМ в корпусе SMD использовались:

1.Анализатор цепей Anritsu MS 4623B с техническими характеристиками:

диапазон частот – 10 МГц – 6 ГГц; динамический диапазон – 110 дБ; разрешение по частоте – 1 Гц; уровень шума – 105 дБ.

2. Персональный компьютер.

3. Интерфейсная плата GPIB NI – 488.2.

- 4. Кабель соединительный.
- 5. Кабель измерительный.
- 6. Измерительный столик.



**Рис. 5.** Структурная схема автоматизированного измерительного стенда для проведения выходного контроля электрических параметров ПРАМ

Проверка электрических параметров ПРАМ в корпусах SMD производилась по следующим параметрам:

fo – центральная частота полосы пропускания ПАВ-устройства;

неравномерность АЧХ;

вносимые потери;

подавление вне полосы пропускания.

Для проведения измерений электрических параметров, ПРАМ, собранные в SMD-корпуса, устанавливались на измерительный столик (рис. 6), представляющий собой измерительную плату, размещенную на дюралюминиевом основании, покрытом сплавом олово-висмут. При изготовлении измерительного столика была учтена конструктивная совместимость с применяемой контрольно-измерительной аппаратурой, на основании измерительного столика закреплены разъемы ВЧ, обеспечивающие подключение к анализатору цепей Anritsu MS 4623B.

Положение корпуса SMD фиксировалось на плате измерительного столика, усилие прижатия контактных площадок корпуса к контактным площадкам измерительной платы регулировалось при помощи специального зажимаструбцины.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОЧАСТОТНЫХ ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ МЕТОК НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ



Рис. 6. Плата измерительного столика

Были исследованы РЧИД метки, в которых толщина напыления алюминиевой пленки, из которой изготавливались ВШП и отражатели, имела разную толщину. Как показали исследования, толщина напыления оказывает значительное влияние на электрические параметры метки.

На рис. 7–9 показаны импульсные отклики метки, в которой в каждой группе содержалось по одному отражателю, т.е. в метке было 16 отражателей. Толщина напыления равнялась 1100, 1350 и 550 ангстрем, а отражатели выполнены в виде ВШП с возрастающим по мере удаления от приемо-передающего ВШП коэффициентом отражения.

Из сравнения этих импульсных откликов видно, что, когда отражатели выполнены в виде ВШП при толщинах 1350 и 1100 ангстрем, импульсные отклики претерпевают значительные искажения из-за внутренних переотражений, и неравномерность становится более 3 дБ. Импульсный отклик становится более или менее равномерным при толщине напыления 550 ангстрем. При этом вносимые потери равны 40 дБ. Но при толщинах напыления 550 ангстрем к шинам ВШП невозможно приварить золотую проволоку. Поэтому необходимо допылять пленку на шины, что усложняет технологию изготовления меток, так как требуется еще один фотошаблон и еще одно напыление.



Рис. 7. Метка М94 с отражателями в виде ВШП, толщина напыления 1350 ангстрем





Рис. 9. Метка М94 с отражателями в виде ВШП, толщина напыления 550 ангстрем

При уменьшении числа отражателей импульсные отклики получаются с неравномерностью не более 3 дБ даже при толщинах 1100 и 1350 ангстрем, так как внутренние переотражения в этом случае не сильно искажают импульсный отклик из-за малого числа отражателей. На рис. 10 и 11 показаны импульсные отклики метки с кодировкой, содержащей 5 отражателей (метка М100). Как видно из сравнения импульсных откликов, при толщине напыления 1100 ангстрем импульсный отклик получается значительно чище, но динамический диапазон метки с толщиной напыления 1350 ангстрем – около 17 дБ.









#### ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОЧАСТОТНЫХ ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ МЕТОК НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ

Поэтому наиболее целесообразно для меток с малым числом отражателей использовать толщину напыления 1350 ангстрем, так как вносимые потери меток с толщиной напыления 1350 ангстрем не превышают 35–36 дБ, а вносимые потери меток с толщиной напыления 1100 ангстрем равны 38–42 дБ. Как видно для меток с восемью отражателями (рис. 12–13), предпочтительнее оказывается толщина напыления 1100 ангстрем, поскольку динамический диапазон при толщине напыления 1350 ангстрем уменьшается до 12–13 дБ.



Рис. 12. Метка М99 с отражателями в виде ВШП, толщина напыления 1350 ангстрем



Рис. 13. Метка М99 с отражателями в виде ВШП, толщина напыления 1100 ангстрем

В то же время при выполнении отражателей в виде полосков и толщине напыления 1100 ангстрем также получается равномерный импульсный отклик (рис. 14–16), но с вносимыми потерями около 50 дБ, что на 10 дБ больше, чем при отражателях в виде ВШП.

Как видно, каждая метка имеет 16 хорошо различимых выбросов, причем разброс амплитуды не превышает 3 дБ, и их амплитуда не убывает по мере удаления от приемопередающего ВШП. Это означает, что коэффициент отражения у отражателей возрастает по мере удаления от приемо-передающего ВШП, что компенсирует убывания амплитуды ПАВ при распространении ПАВ через отражательную структуру. Вносимые потери лежат в районе 50 дБ. Динамический диапазон равен 17 дБ, так как ниже 67 дБ уже видны паразитные отклики, обусловленные переотражениями внутри отражательного массива.

Таким образом, толщина напыления зависит от числа отражателей в метках и подбирается таким образом, чтобы обеспечить минимальные вносимые потери и максимальный динамический диапазон.





Рис. 14. Метка М95 с отражателями в виде полосков вместо ВШП, толщина напыления 1100 ангстрем



Рис. 15. Метка М94 с отражателями в виде полосков вместо ВШП, толщина напыления 1100 ангстрем



Рис. 16. Метка М96 с отражателями в виде полосков вместо ВШП, толщина напыления 1100 ангстрем

# Решение коллизий (одновременное считывание нескольких меток)

Существует возможность одновременного считывания нескольких меток, если использовать так называемые ортогональные коды. Такие коды легко получить, располагая отражате-

ли в различных метках таким образом, чтобы отражатели с одним и тем же номером (отсчет начинается от ВШП) располагались в разных временных положениях относительно друг друга в пределах каждого отражательного массива (см. рис. 2). В этом случае произведение каждой пары кодов друг на друга всегда равно нулю,

#### ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОЧАСТОТНЫХ ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ МЕТОК НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ

поскольку единицы одного кода всегда попадают на нули другого. При максимальном числе ортогональных кодов кодовые посылки заполнят все пространство, принадлежащее кодовым последовательностям от первого до шестого отражательных массивов, т.е. получится код, состоящий из одних единиц, и их число будет равно числу отражателей во всех отражательных массивах (в данном случае 120, т.е. сумма кода равна 120). Исчезновение кодовой последовательности хотя бы от одной метки приведет в этом случае к появлению нулей в кодовой последовательности, что легко будет обнаружено. Более того, зная заранее эту кодовую последовательность, ее легко можно будет распознать (ту, которая исчезла), что важно при контроле грузов при их транспортировке. То же самое можно будет сделать, если исчезнет не одна, а несколько кодовых последовательностей, поскольку все кодовые последовательности заранее известны и могут быть восстановлены путем вычитания. Число ортогональных кодов можно определить из выражения N/m, где N – максимальное число 1 во всей кодовой последовательности (N = 120), m – максимальное число 1 в кодовой последовательности метки (т = 1...13). Так, например, при m = 1 число ортогональных кодов равно 120 (это коды, содержащие только одну единицу (один отражатель)), при m = 6 число ортогональных кодов равно 20 (это коды, в которых может содержаться до шести единиц (шести отражателей)) и т.д. Кроме того, ортогональными будут также коды, в которых максимальное число 1 может быть различным от метки к метке. В этом случае число ортогональных кодов при фиксированном числе 1 (N = 120) будет находиться между числом ортогональных кодов с минимальным числом 1 и числом ортогональных кодов с максимальным числом 1 в коде метки.

Так, например, число ортогональных кодов при числе отражателей 16 равно 4. Вычислим функцию корреляции этих кодов в виде

$$q_{i} = \sum_{i=100}^{1023} \left( \sqrt{h_{i}^{2}} \cdot \sqrt{h_{i}^{2}} \right), \qquad q = \frac{q_{i}}{\sum_{i=100}^{1023} h_{i}^{2}},$$

1000

нормированную на 1, т.е. если коды совпадают, то q = 1.

Функция q для кодов 94 и 95 равна 0.258, для кодов 94 и 96 q = 0.131, а для кодов 95 и 96 q = 0.212. Как видно, значение q значительно меньше 1, т.е. коды могут быть легко распознаны. При числе отражателей, равном шести, число ортогональных кодов составляет 20. Тогда для кода М106 и М104 функция q = 0.242, что много меньше 1.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны конструкция и технология изготовления радиочастотных 64-битных идентификационных меток на ПАВ. Показано, что использование полосков в отражателях вместо ВШП повышает равномерность импульсных откликов, но приводит к росту вносимых потерь.

Метки позволяют легко различать ортогональные коды, поскольку имеют достаточный динамический диапазон и приемлемый уровень шума.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гудин М., Зайцев В.* Технология RFID: реалии и перспективы // Компоненты и технологии, 2003. № 4. С. 42-44.

2. Карапетьян Г.Я., Багдасарян С.А., Нефедова Н.А. Однонаправленный преобразователь поверхностных акустических волн. Патент на изобретение 2195069, приоритет 08.04.2002. БИ № 35. 2002.

3. Карапетьян Г.Я., Розовская Т.В. Пассивная радиочастотная идентификационная метка на поверхностных акустических волнах в диапазоне частот 860–890 МГЦ // Общие вопросы радиоэлектроники, 2008. Вып. 1. С. 251–257.

4. *Clinton S. Hartmann.* A Global SAW ID Tag with Large Data Capacity // Proceedings of 2002 IEEE Ultrasonics Symposium Munich, Germany, October, 2002.

5. Кислицын В.О., Калинин В.А., Карапетьян Г.Я., Катаев В.Ф., Ермолаева Н.В. Чувствительные элементы пассивных беспроводных датчиков на поверхностных акустических волнах для измерения тока в трехфазных цепях // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2020. Т. 9. № 2. С. 177–183.

6. Кислицын В.О., Карапетьян Г.Я., Катаев В.Ф., Середин Б.М., Ермолаева Н.В. Датчик температуры на поверхностных акустических волнах на основе линии задержки и резонатора // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2022. Т. 11. № 6. С. 450–456.

#### Vestnik Natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta «MIFI», 2023, vol. 12, no. 2, pp. 120-130

# STUDY OF RADIO-FREQUENCY IDENTIFICATION MARKS ON SURFACE ACOUSTIC WAVES

V.O. Kislitsyn<sup>a,\*</sup>, B.M. Seredin<sup>b</sup>, G.Ya. Karapetyan<sup>c</sup>, V.F. Kataev<sup>d</sup>,\*\*, N.V. Ermolaeva<sup>d</sup>,\*\*\*
 <sup>a</sup> Scientific–Technical Center Rus, St. Petersburg, 199178, Russia
 <sup>b</sup>Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, Rostov region, 346428, Russia
 <sup>c</sup>Southern Federal University, 344090, Russia
 <sup>d</sup> Volgodonsk Engineering-Technical Institute, National Research Nuclear University MEPhI
 (Moscow Engineering Physics Institute), Volgodonsk, Rostov region, 347360 Russia

\*e-mail: kislitsyn@rfsaw.ru \*\*e-mail: kataev.v.f.@gmail.com \*\*\*e-mail: ermolnv@mail.ru Received June 13, 2023; revised June 15, 2023; accepted June 20, 2023

An experimental study of the use of lithium niobate substrates for radio frequency identification 64-bit tags on surface acoustic waves (SAW) in the frequency band of 33 MHz at the center frequency of 870 MHz was carried out. Marks make it easy to distinguish between orthogonal codes, since they have sufficient dynamic range and an acceptable noise level. Aspects of manufacturing technology and the effect of spraying reflectors in marks on the main parameters of products are considered. It is shown that the use of strips in reflectors instead of IDTs improves the uniformity of impulse responses, but leads to an increase in insertion loss. RFID tags were studied, in which the deposition thickness of the aluminum film, from which the IDT and reflectors were made, had different thicknesses. Studies have shown that the deposition thickness has a significant effect on the electrical parameters of the label. The deposition thickness depends on the number of reflectors in the marks and is selected in such a way as to ensure minimum insertion loss and maximum dynamic range. The technology is selected in such a way that, with a high probability, responses are obtained with an unevenness of no more than 3 dB, insertion loss in the range of 38–40 dB.

#### REFERENCES

1. *Gudin M., Zaitsev V.* RFID technology: research and prospects. Computers and Technologies. 2003. No. 4. Pp. 42–44.

2. Karapetyan G.Ya., Bagdasaryan S.A., Nefedova N.A. Unidirectional converter of surface acoustic waves. Patent for invention 2195069, priority 08.04.2002 BI. No. 35. 2002.

3. *Karapetyan G.Ya., Rozovskaya T.V.* Passive radio frequency identification tag on surface acoustic waves in the frequency range of 860–890 MHZ. General issues of radio electronics. 2008. Vol. 1. Pp. 251–257.

4. *Clinton S. Hartmann*. A Global SAW ID Tag with Large Data Capacity // Proceedings of 2002 IEEE Ultrasonics Symposium Munich, Germany, October, 2002.

5. Kislicyn V.O., Kalinin V.A., Karapet'yan G.YA., Kataev V.F., Ermolaeva N.V. Chuvstvitel'nye elementy passivnyh besprovodnyh datchikov na poverhnostnyh akusticheskih volnah dlya izmereniya toka v trekhfaznyh cepyah [Sensitive elements of passive wireless sensors based on surface acoustic waves for current measurement in three-phase circuits]. Vestnik NIYaU MIFI. 2020. Vol. 9. No. 2. Pp. 177–183 (in Russian).

6. Kislicyn V.O., Karapet'yan G.YA., Kataev V.F., Seredin B.M., Ermolaeva N.V. Datchik temperatury na poverhnostnyh akusticheskih volnah na osnove linii zaderzhki i rezonatora [Surface acoustic wave temperature sensor based on delay line and resonator]. Vestnik NI-YaU MIFI. 2022. Vol. 11. No. 6. Pp. 450–456 (in Russian).

# КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

# МЕТОДЫ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

© 2023 А.В. Аксенов

DOI: 10.26583/vestnik.2023.262

В 2020 г. в издательстве Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН вышла в свет книга А.Д. Полянина и А.И. Журова «Методы разделения переменных и точные решения нелинейных уравнений математической физики».

Нелинейные уравнения математической физики и другие нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными второго и более высоких порядков часто встречаются в различных областях математики, физики, механики, химии, биологии и в многочисленных приложениях. Общее решение таких уравнений удается получить весьма редко в исключительных случаях. Поэтому на практике обычно приходится ограничиваться поиском и анализом частных решений, которые принято называть «точными решениями».

Точные решения всегда играли и продолжают играть огромную роль для выявления качественных особенностей многих явлений и процессов в различных областях естествознания. Точные решения нелинейных уравнений наглядно демонстрируют и позволяют лучше понять сложные нелинейные эффекты, такие как пространственная локализация процессов переноса, множественность или отсутствие стационарных состояний при определенных условиях, существование режимов с обострением, возможная негладкость или разрывность искомых величин и др. Простые решения линейных и нелинейных дифференциальных уравнений широко используются для иллюстрации теоретического материала и некоторых приложений в учебных курсах университетов и технических вузов (по прикладной и вычислительной математике, асимптотическим методам, теоретической физике, теории тепло- и массопереноса, гидродинамике, газовой динамике, теории волн. нелинейной оптике и др.).

Важно отметить, что точные решения уравнений математической физики играют важную роль стандартных «математических эталонов», которые широко используются для оценки точности различных численных, асимптотических и приближенных аналитических методов.

Лет двадцать-тридцать назад было весьма распространено мнение, что подавляющее большинство точных решений являются «инвариантными решениями», которые можно найти путем использования метода группового анализа дифференциальных уравнений (называемого также классическим методом поиска симметрий), основанного на поиске непрерывных однопараметрических преобразований, сохраняющих вид рассматриваемых уравнений. Однако потом все чаше и чаше исследователи стали находить более сложные (неинвариантные) точные решения нелинейных уравнений математической физики, для построения которых надо было использовать уже другие методы. В последние годы пополнение списка точных решений в основном происходит за счет поиска новых неинвариантных решений.

В рассматриваемой книге излагаются конструктивные аналитические методы построения неинвариантных точных решений нелинейных уравнений математической физики, обладающие широким диапазоном применимости. Описаны методы обобщенного и функционального разделения переменных, прямой метод построения редукций (метод Кларксона-Крускала), метод поиска слабых симметрий (обобщающий прямой метод построения редукций) и метод дифференциальных связей. Эти методы позволяют находить точные решения нелинейных уравнений с частными производными разных типов и разных порядков. Важно отметить, что в книгу включены разработанные в последние несколько лет прямые методы построения точных решений с функциональным разделением переменных в неявной форме (характерная качественная особенность этих метолов заключается в том, что они обычно позволяют получать решения в замкнутом виде). Проведено сопоставление эффективности рассматриваемых методов.

#### МЕТОДЫ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Изложение сопровождается многочисленными конкретными примерами, в которых авторы старались давать неформальные пояснения и высказывать соображения, которые использовались при построении тех или иных решений. Для иллюстрации широкой области применимости описанных методов рассматриваются как нелинейные УрЧП второго порядка, так и различные УрЧП старших порядков.

При отборе практического материала авторы отдавали наибольшее предпочтение следующим важным типам УрЧП:

1) нелинейным уравнениям, которые встречаются в различных приложениях (в теории тепло- и массопереноса, гидродинамике, теории волн, газовой динамике, теории горения, нелинейной оптике, химической технологии, биологии и др.);

2) нелинейным уравнениям достаточно общего вида, которые зависят от одной или нескольких произвольных функций (такие уравнения и их решения представляют наибольший практический интерес для тестирования численных и приближенных аналитических методов).

В целом, книга содержит много нового материала, который ранее в монографиях не публиковался.

Данная книга будет полезной для широкого круга научных работников, преподавателей вузов, инженеров, аспирантов и студентов, специализирующихся в области прикладной и вычислительной математики, теоретической физики, механики, теории управления, химической технологии и биологии. Отдельные разделы книги и примеры могут быть использованы в курсах лекций по уравнениям математической физики и уравнениям с частными производными, для чтения спецкурсов и для проведения практических занятий.

Отметим, что электронная версия книги находится в свободном доступе в интернете (<u>https://eqworld.ipmnet.ru/Arts\_Polyanin/Book\_Po</u> lyanin Zhurov 2020.pdf).